НЕРАЦИОНАЛЬНЫЕ ФАКТОРЫ РАЦИОНАЛЬНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

А. С. Трепалин[1] (Москва)
trepalin@mccme.ru

Определение 1. Поверхность X, определённая над полем $\Bbbk$, называется $\Bbbk$-*рациональной*, если X бирационально эквивалентна $\mathbb{P}^2_{\Bbbk}$.

Для определения является ли поверхность $\Bbbk$-рациональной или нет, важна следующая теорема:

Теорема 2 ([Isk96, Глава 4])**.** *Минимальная рациональная поверхность X, определённая над совершенным полем $\Bbbk$, является $\Bbbk$-рациональной тогда и только тогда, когда выполнены следующие два условия:*
(i) $X(\Bbbk) \neq \varnothing$;
(ii) $K_X^2 \geq 5$.

Мы обобщим предыдущую теорему на случай факторов поверхностей.

Теорема 3. *Если X — поверхность дель Пеццо степени d, $X(\Bbbk)$ — всюду плотно, $G \subset \mathrm{Aut}(X)$, то X/G — $\Bbbk$-рациональна для всех случаев, кроме следующих:*

(1) *$d = 4$ $G \cong \{1\}$, C_2, C_4, C_2^2;*
(2) *$d = 3$, $G \cong \{1\}$, C_3;*
(3) *$d = 2$, $G \cong \{1\}$ C_2, C_3, C_2^2, C_4, S_3, D_4, Q_8;*
(4) *$d = 1$, $G \cong \{1\}$, C_2, C_3, C_6, где C_n — циклическая группа порядка n, D_n — диэдральная группа порядка $2n$, S_n — симметрическая группа, Q_8 — группа кватернионов.*

Доказанный результат может быть существенно использован для исследования группы Кремоны плоскости $\mathrm{Cr}(2, \Bbbk) = \mathrm{Bir}(\mathbb{P}^2_{\Bbbk})$.

Список литературы

[Isk96] V. A. Iskovskikh, Factorization of birational mappings of rational surfaces from the point of view of Mori theory, Uspekhi Mat. Nauk, 1996, 51, 3–72, (in Russian); translation in Russian Math. Surveys, 1996, 51, 585–652

[1] Работа выполнена при поддержке Лаборатории алгебраической геометрии НИУ ВШЭ