

Теоретические вопросы по курсу “Дифференциальная теория Галуа”

1. Дифференциальные кольца: определение, примеры. Локализация, факторизация по дифференциальному идеалу. Нильрадикал дифференциальных колец. Существование коммутативного базиса для дифференциальных полей.
2. Определение дифференциальных колец в терминах дифференциальных форм, комплекс де Рама дифференциального кольца. Морфизмы дифференциальных колец, строгие морфизмы.
3. Константы в дифференциальных кольцах. Теорема Жуанолу (факты о логарифмических формах без доказательств).
4. Дифференциальные модули: определения в терминах дифференцирований, в терминах связности, в терминах кольца дифференциальных операторов. Конечно порожденные модули над дифференциально простыми кольцами.
5. Резольвента Спенсера (можно без доказательства точности). Проективная резольвента для произвольного дифференциального модуля, проективного как обычный модуль. Когомологии де Рама дифференциальных модулей и их связь с Ext.
6. Дифференциальный модуль-переходник, связанный с морфизмом дифференциальных колец. Сопряженные функторы между категориями дифференциальных модулей. Вычисление их производных функторов. Случай строгих морфизмов.
7. Дифференциальная группа Пикара: описание в общем случае в терминах когомологий в топологии Зарисского. Пример проективного модуля ранга 1, на котором нет структуры дифференциального модуля. Описание логарифмической дифференциальной группы Пикара для поля функций на гладком проективном многообразии X над полем нулевой характеристики, для которого $H^1(X, \mathcal{O}_X) = 0$.

8. Дифференциально простые кольца: отсутствие делителей нуля, характеристика в терминах проективности конечно порожденных дифференциальных модулей. Свойства функтора из категории векторных пространств над полем констант в категорию дифференциальные модули.
9. ОДУ и конечномерные дифференциальные модули над полем с нетривиальным дифференцированием. Вронскиан, его основное свойство. Теорема Ритта о “непустоте открытых дифференциальных подмножеств в дифференциальном аффинном пространстве”. Существование циклического вектора в дифференциальных модулях.
10. Представимость функтора дифференциальных изоморфизмов между алгебрами Пикара–Вессиво для одного и того же дифференциального модуля.
11. Эквивалентность между категорией дифференциальных модулей и категорией представлений дифференциальной группы Галуа.
12. Существование алгебр Пикара–Вессиво. Эквивалентность между алгебрами и полями Пикара–Вессиво.
13. Соответствие Галуа в дифференциальной теории Галуа (включая случай нормальных подгрупп).
14. Конечномерные подмодули в полях частных дифференциальных алгебр. Внутренняя характеристика алгебр Пикара–Вессиво в полях Пикара–Вессиво. Обратные к решениям ОДУ.