



Общероссийский математический портал

А. В. Писарев, С. С. Храпов, Е. О. Агафонникова, А. В. Хоперсков, Численная модель динамики поверхностных вод в русле Волги: оценка коэффициента шероховатости, *Вестн. Удмуртск. ун-та. Матем. Мех. Компьют. науки*, 2013, выпуск 1, 114–130

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.119.255.85

7 ноября 2024 г., 11:32:27



УДК 517.958:531.32

© А. В. Писарев, С. С. Храпов, Е. О. Агафонникова, А. В. Хоперсков

**ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОД В РУСЛЕ ВОЛГИ: ОЦЕНКА КОЭФФИЦИЕНТА ШЕРОХОВАТОСТИ<sup>1</sup>**

Представлены результаты численного моделирования динамики поверхностных вод на территории Волго–Ахтубинской поймы на основе системы уравнений Сен-Венана с использованием комбинированного Лагранжево–Эйлерова (CSPH-TVD) алгоритма. На примере весеннего половодья 2011 года показана неприменимость гидродинамической модели с постоянным значением коэффициента шероховатости  $n_M$ . Согласование результатов численного моделирования с данными наблюдений на гидропостах позволило получить оценки  $n_M$  в межень  $n_M^{\min} = 0.02$  и на максимуме уровня воды в русле Волги  $n_M^{\max} = 0.047$ .

*Ключевые слова:* модель Сен-Венана, численные схемы, паводки, коэффициент шероховатости.

**Введение**

Существование Волго–Ахтубинской поймы (ВАП) обусловлено весенним паводком (май–июнь) за счет увеличения объема воды, поступающего из Волги в Ахтубу, а затем через систему ериков и протоков вода заливает существенную часть низменных областей ВАП. Приток воды на территорию северной части поймы непосредственно из Волги незначителен. А роль таяния снегов в формировании поверхностных вод к началу поступления воды в пойму пренебрежимо мала. В условиях зарегулированности Волги весенний паводок в ВАП полностью регулируется попуском воды через створ плотины Волжской ГЭС — объем воды, проходящий за единицу времени, принято называть гидрографом  $Q(t)$  (рис. 1).

Важнейшей задачей в плане сохранения уникального ландшафта ВАП и разумного использования этой территории представляется построение оптимального гидрографа, обеспечивающего баланс интересов большого числа агентов [1]. Для решения задачи оптимизации и управления гидрологическим режимом поймы необходимы модели динамики поверхностных вод на территории ВАП [2, 3]. Такого рода модели являются достаточно сложными, включают свободные параметры при описании физических и метеорологических факторов, влияющих на динамику вод. Важнейшую роль играет выбор цифровой модели рельефа. Отметим две возможности верификации численных гидродинамических моделей посредством сравнения результатов расчетов с данными наблюдений.

I. Области затоплений можно сравнивать с данными дистанционного зондирования (ДЗ), используя прямые космоснимки или пространственные распределения индекса NDVI [4]. После определенной обработки NDVI можно выделить затопленные зоны. Такой подход имеет большую погрешность, связанную с обработкой спектральных данных и необходимостью учитывать сложные процессы переноса излучения в атмосфере, что может существенно влиять на результат (например, над ВАП имеется сложный трансрегиональный перенос аэрозолей). Использование методов ДЗ дает только информацию о зонах затопления, не позволяя сравнивать глубины  $H$ .

II. Прямым методом сравнения является использование данных о временной динамике уровней воды на стационарных гидропостах во время весеннего попуска воды  $\eta^{(m)}(t)$ ,  $m = 1, 2, 3$ .

<sup>1</sup>Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ 13-01-97062\_р, гостемы «Системы мониторинга, диагностики и управления в экологии и медицине на основе информационных технологий и компьютерного моделирования» (№8.2419.2011), ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России 2009–2013 гг.» (№14.В37.21.028).

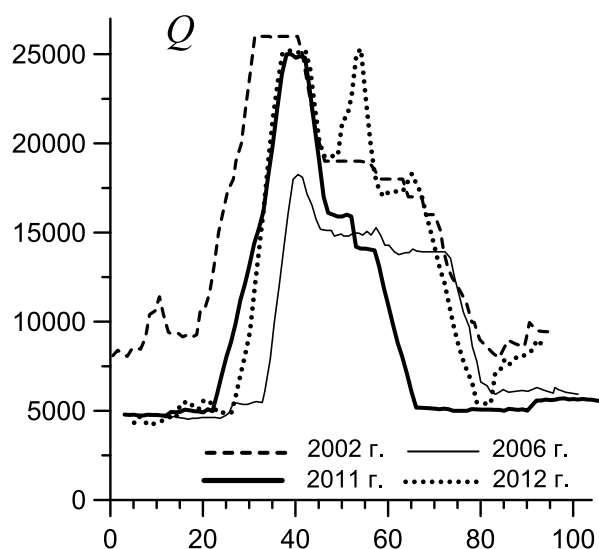


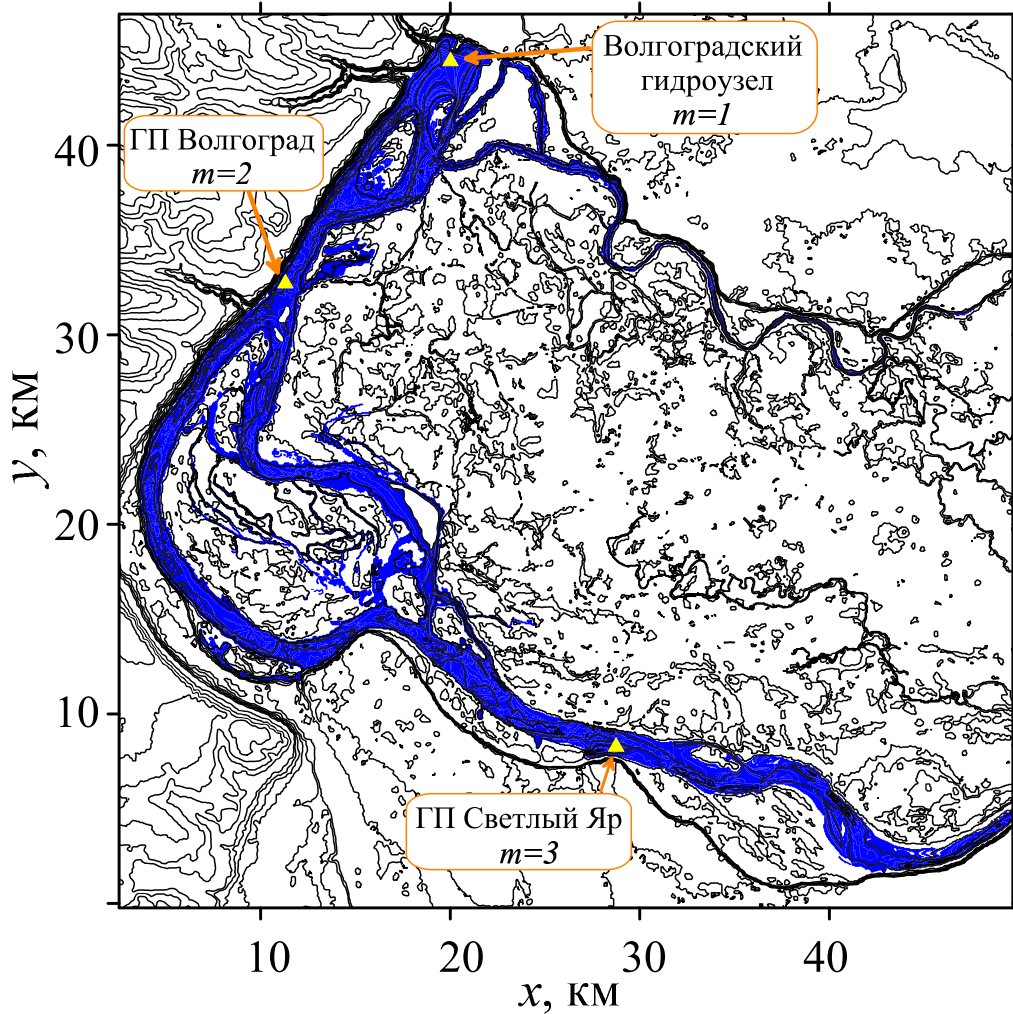
Рис. 1. Примеры гидрографов  $Q(t)$  за последние годы ( $[Q] = \text{м}^3/\text{с}$ ,  $[t] = \text{сут}$ ,  $t = 0$  соответствует 1 апреля)

Для Волги в северной части ВАП имеются многолетние данные для трех гидропостов (ГП) (<http://gis.waterinfo.ru>): 1) ГП Нижний Бьеф Волгоградского гидроузла ( $m = 1$ ); 2) ГП Волгоград в районе Речного порта ( $m = 2$ ); 3) ГП Светлый Яр ( $m = 3$ ) (рис. 2).

В данной работе ограничимся рассмотрением второго подхода, который позволяет проводить количественное сравнение зависимостей  $\eta^{(m)}(t)$ , полученных по результатам численного моделирования, с данными наблюдений на гидропостах  $\eta_{obs}^{(m)}(t)$ . На гидрологический режим руслового потока оказывает влияние большое число физических факторов различной природы, учет которых в модели в настоящее время представляется невозможным. Поэтому общепринятым в гидрологии подходом является введение в модель локального гидравлического сопротивления, эффективность которого характеризуется так называемым коэффициентом шероховатости  $n_M$  [5]. Первоначально считалось, что параметр  $n_M$  характеризует отличие поверхности дна от идеально гладкой. В настоящее время коэффициент шероховатости выступает в качестве эмпирического параметра, значение которого определяется совокупным действием самых различных факторов (см. п.4), причем роль собственно шероховатости дна может давать незначительный вклад.

В работе построена модель динамики поверхностных вод для северной части ВАП с учетом реального рельефа местности  $b(x, y)$ , придонного трения, силы Кориолиса, инфильтрации и испарения воды, нестационарного режима работы Волжского гидроузла. В основе численного метода интегрирования уравнений Сен-Венана лежит оригинальный метод CSPH-TVD [6], специально разработанный для описания процессов затопления сильно неоднородной местности. В п. 2 приведены особенности применения алгоритма CSPH-TVD для моделирования поверхностных течений с большим числом нестационарных границ раздела типа «вода–сухое дно», обеспечивающего устойчивый сквозной расчет и консервативность.

Оценка коэффициента шероховатости для конкретных рек является важной гидрологической задачей [3,5], позволяя рассчитывать гидравлическое сопротивление русла в рамках достаточно простых моделей. В данной работе мы обращаем внимание на возможность определения  $n_M$  в условиях весенних паводков, сопровождающихся сильным повышением уровня воды  $\eta(t)$  из-за увеличения  $Q(t)$ . Во время паводка следует ожидать роста гидравлического сопротивления из-за перестройки структуры течения и, в частности, увеличения уровня турбулентности потока, что приводит к эффективному возрастанию параметра  $n_M$ . Важно отметить, что обсуждаемая ситуация с  $n_M$  близка к проблеме так называемого  $\alpha$ -параметра турбулентной вяз-



**Рис. 2.** Цифровая модель северной части ВАП. Показаны положения гидропостов, изолинии рельефа, распределения воды в ВАП накануне весеннего пуща воды (синий цвет). Ось  $y$  направлена на север

кости в теории аккреционных дисков [7], когда все наше незнание о турбулентности в газовых астрофизических дисках сводится к выбору значения числового параметра  $\alpha$  [8]. Указанная физическая аналогия между параметрами  $\alpha$  и  $n_M$  распространяется и на наиболее надежный способ вычисления  $\alpha$ -параметра, сравнивая результаты численного газодинамического моделирования с данными наблюдений вспышечной активности карликовых новых. Аналогично оценки величины  $n_M$  в данной работе основаны на моделировании нестационарных потоков в русле во время весеннего пуща воды.

### § 1. Математическая модель

Будем основываться на системе уравнений Сен-Венана (или мелкой воды) с учетом сил трения жидкости о дно, неоднородности рельефа дна  $b(x, y)$ , силы Кориолиса

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial(Hv_x)}{\partial x} + \frac{\partial(Hv_y)}{\partial y} = \sigma, \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial(Hv_x)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( Hv_x^2 + \frac{1}{2}g_0H^2 \right) + \frac{\partial(Hv_xv_y)}{\partial y} = -\frac{1}{2}\Lambda H v_x \sqrt{v_x^2 + v_y^2} - g_0H \frac{\partial b}{\partial x} + Hf_x^{(Cor)}, \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial(Hv_y)}{\partial t} + \frac{\partial(Hv_x v_y)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left( H v_y^2 + \frac{1}{2} g_0 H^2 \right) = -\frac{1}{2} \Lambda H v_y \sqrt{v_x^2 + v_y^2} - g_0 H \frac{\partial b}{\partial y} + H f_y^{(Cor)}, \quad (1.3)$$

где  $v_x, v_y$  — компоненты вектора скорости  $\mathbf{v}$ ,  $\sigma(x, y, t) = \sigma^{(+)} - \sigma^{(-)}$  — функция источников/стоков,  $g_0 = 9.8 \text{ м/с}^2$ ,  $f_x^{(Cor)} = 2\Omega_z v_y$  и  $f_y^{(Cor)} = -2\Omega_z v_x$  — компоненты силы Кориолиса  $\mathbf{f}^{(Cor)}$ ,  $\Omega_z$  — вертикальная компонента угловой скорости вращения Земли на соответствующей широте, величина гидравлического трения

$$\Lambda = 2g_0 n_M^2 / H^{4/3} \quad (1.4)$$

зависит от коэффициента трения по Маннингу  $n_M$  [5]. Уровень свободной поверхности воды равен  $\eta = H + b$ . Потери воды с единицы поверхности  $\sigma^{(-)} = \sigma^{(e)} + \sigma^{(in)}$  определяются скоростями испарения  $\sigma^{(e)}$  и инфильтрации  $\sigma^{(in)}$ . Величина  $\sigma^{(e)}$  в общем случае зависит от температурного и ветрового режимов, влажности воздуха, конвективного состояния атмосферы. Для условий ВАП во время затопления можно принять  $\sigma^{(e)} = 2 - 5 \text{ мм/сут}$  [9]. В расчетах ограничимся значением  $\sigma^{(-)} = 3 \text{ см/сут}$ . Прямые потери воды за счет испарения и инфильтрации непосредственно в русле Волги невелики. Однако для поймы в целом этот фактор является важным по двум взаимосвязанным причинам. Во-первых, на территорию поймы во время весеннего затопления попадает всего 2–4 % от стока Волги, во-вторых, затопляемая площадь ВАП превосходит площадь водного зеркала в Волге и Ахтубе в межень. В результате, учет слагаемого  $\sigma^{(-)}$  в (1.1) может заметно влиять на динамику затопления поймы [4].

Модель, основанная на системе уравнений Сен-Венана, позволяет решать широкий круг задач динамики поверхностных вод [11]. Выделим проблемы затопления при паводках [12], волны прорыва плотин [13], задачу наката длинных волн на берег [14, 15], формирование поверхностных волн и цунами под действием оползней [16, 17], формирование стока под влиянием осадков на водосборах [18], особенности взаимодействия руслового и пойменного потоков [19], прогноза гидрологических режимов [20]. Система уравнений вида (1.1)–(1.3) лежит в основе национальной системы предупреждения о цунами [15], является частью 3D-модели Азовского моря в двухслойном приближении [21], используется для прогноза взаимодействия грунтовых и поверхностных вод [22].

## § 2. Численная схема

Численная схема интегрирования системы уравнений (1.1)–(1.3) для моделирования сложного нестационарного течения на реалистичном рельефе местности должна удовлетворять ряду требований.

1. Адекватное описание динамической границы, разделяющей сухое дно и воду. Граница «вода–сухое дно» является существенно нестационарной и традиционно используемые методы регуляризации для поддержания позитивности численной схемы приводят к большой погрешности моделирования из-за неконсервативности процедуры.
2. Необходимость сквозным образом описывать как существенно докритические движения (число Фруда  $Fr = |\mathbf{v}|/\sqrt{gH} \ll 1$ ), поскольку имеются зоны почти неподвижной воды, так и сверхкритические течения с  $Fr > 1$ .
3. Должно выполняться свойство монотонности (отсутствие в численном решении нефизичных осцилляций), которое оказывается достаточно жестким с учетом сложного нерегулярного и/или разрывного рельефа местности  $b(x, y)$ . Под нерегулярным рельефом понимается наличие большого числа резких перепадов уровней и изломов поверхности  $b(x, y)$ . Типичным примером является поверхность овражного типа в условиях, когда характерная шкала неоднородности сопоставима с размером численной ячейки.
4. Устойчивость расчета существенно нелинейных структур типа водопадов, вихрей, сдвиговых течений, бора, волн разрежения и волн цунами.

Перечисленным требованиям удовлетворяет алгоритм CSPH-TVD (комбинированная схема Smoothed Particle Hydrodynamics – Total Variation Diminishing), подробно описанный в работе [6]. Ниже приведем основные этапы CSPH-TVD-метода, выделив некоторые дополнительные важные детали, которые необходимы с учетом работы [6] для понимания тонких моментов и достаточны для ее реализации.

Построим сетку  $(x_i = ih, y_j = jh, i = 0, 1, \dots, N_x, j = 0, 1, \dots, N_y)$  в декартовой системе координат. В центр каждой сеточной ячейки поместим «жидкую» частицу массой  $\rho\langle H\rangle h^2$  с импульсом  $\rho\langle H\mathbf{v}\rangle h^2$  и центром масс в точке  $\tilde{\mathbf{r}}$ . Средние значения величин в эйлеровых ячейках  $\langle\varphi\rangle = (\langle H\rangle, \langle H\mathbf{v}\rangle)$  связаны с интегральными характеристиками частиц соотношением  $\langle\varphi\rangle = \int_{S(t)} \varphi dS' / h^2$ , где  $S(t)$  — площадь «жидкой» частицы на плоскости  $(x, y)$ . Частица может перемещаться внутри своей ячейки, но в начале каждого расчетного цикла в момент времени  $t_n$  положение центра масс частицы  $\tilde{\mathbf{r}}_{ij}$  должно совпадать с центром ячейки  $\mathbf{r}_{ij} = \{x_i, y_j\}$ . Все физические параметры  $A = \{H, v_x, v_y\}$  в (1.1)–(1.3) определяются значениями в неподвижных ячейках  $A(x_i, y_j, t_n) \equiv A_{i,j}^n$  и в центрах масс движущихся частиц  $\tilde{A}(x_i, y_j, t_n) \equiv \tilde{A}_{i,j}^n$ . Рассмотрим отдельно каждый из этапов CSPH-TVD метода.

I. На лагранжевом этапе (SPH) рассчитываются изменения характеристик «жидких» частиц под действием источников/стоков, гидродинамических и «внешних» сил. Для описания динамики «жидких» частиц представим систему уравнений (1.1)–(1.3) в консервативной лагранжевой форме:

$$\frac{d\mathbf{q}}{dt} = \mathbf{F}, \quad \mathbf{q} = \begin{pmatrix} \langle H \rangle \\ \langle H\mathbf{v} \rangle \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} -\langle H \rangle \left[ g_0 \nabla \eta + \frac{\sigma}{2} \Lambda \mathbf{v} |\mathbf{v}| - \mathbf{f}^{(Cor)} \right] \end{pmatrix}. \quad (2.1)$$

Для расчета положений «жидких» частиц в момент времени  $t \in (t_n, t_{n+1}]$  дополним систему (2.1) кинематическим уравнением  $\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v}$ . Аппроксимация пространственных производных, входящих в уравнение (2.1), осуществляется в рамках модифицированного SPH-подхода с использованием сглаживающего ядра  $\hat{W}$ :

$$(\nabla \tilde{\eta})_{i,j} = \sum_{k=i-1}^{i+1} \sum_{\ell=j-1}^{j+1} \langle \tilde{\eta} \rangle_{k,\ell} \nabla_{i,j} \hat{W}(|\tilde{\mathbf{r}}_{i,j} - \tilde{\mathbf{r}}_{k,\ell}|/h). \quad (2.2)$$

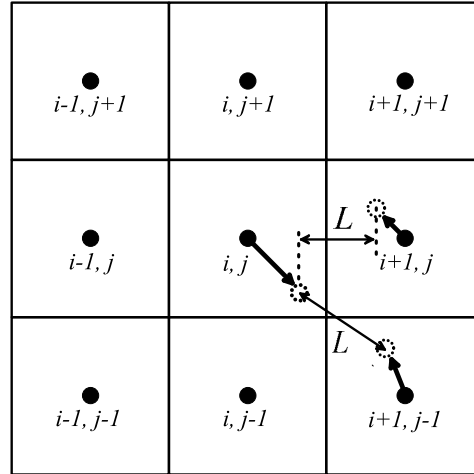
Для корректного моделирования сдвиговых течений, а также течений вблизи твердых стенок необходимо модифицировать процедуру вычисления расстояния  $L = |\tilde{\mathbf{r}}_{i,j} - \tilde{\mathbf{r}}_{k,\ell}|$  между частицами в (2.2) (см. рис. 3):

- в угловых ячейках  $k = i \pm 1, \ell = j \pm 1$  и  $k = i \pm 1, \ell = j \mp 1$  величина  $L$  рассчитывается стандартным образом как расстояние между двумя точками на плоскости;
- в нормальных ячейках  $k = i \pm 1, \ell = j$  следует принять  $L = |\tilde{x}_i - \tilde{x}_k|$ , а в ячейках  $k = i, \ell = j \pm 1$  необходимо считать  $L = |\tilde{y}_j - \tilde{y}_\ell|$ .

В качестве сглаживающего ядра  $\hat{W}$  использовался кубический сплайн Монагана [6, 8]:

$$\hat{W}(\xi) = K_w \begin{cases} 1 - \frac{3}{2}\xi^2 + \frac{3}{4}\xi^3, & 0 \leq \xi \leq 1, \\ \frac{1}{4}(2 - \xi)^3, & 1 \leq \xi \leq 2, \\ 0, & \xi \geq 2; \end{cases} \quad (2.3)$$

здесь  $\xi = L/h$ ,  $K_w$  — постоянная, определяемая из условия нормировки ядра  $\hat{W}$ . В классическом подходе SPH условие нормировки для плоского случая имеет вид:  $\int_0^\infty \xi \hat{W} d\xi = 1$  и



**Рис. 3.** Схема, поясняющая процедуру расчета расстояния между частицами на Лагранжевом этапе CSPH-TVD метода

$K_w = 10/7\pi$ . Данное условие обеспечивает консервативность процедуры сглаживания физических величин  $(H, H\mathbf{v})$ , однако для точной аппроксимации пространственных производных, входящих в выражение (2.2), в случае плоских наклонных профилей уровня воды необходимо использовать другую нормировку ядра:

$$\sum_{k=i-1}^{i+1} \sum_{\ell=j-1}^{j+1} \langle \tilde{\eta} \rangle_{k,\ell} \frac{\partial \hat{W}(\xi)}{\partial \xi} \frac{\zeta_{i,j}}{hL} = \text{tg } \beta, \quad (2.4)$$

где  $\beta$  — угол наклона профиля уровня воды вдоль  $\zeta$ -направления ( $\zeta_{i,j} = x_i$  или  $\zeta_{i,j} = y_j$ ). Данная нормировка не нарушает консервативности лагранжевого этапа CSPH-TVD метода, поскольку на нем сглаживанию подвергаются только пространственные производные величины  $\eta$ , определяемые через градиент сглаживающего ядра  $\hat{W}$  (см.(2.2)). Подставляя (2.3) в (2.4) имеем  $K_w = \frac{2}{3} \left[ 1 + \sqrt{2} (2 - \sqrt{2})^2 \right]^{-1} \simeq 0.987 \frac{10}{7\pi}$ . Полученная перенормировка  $\hat{W}$  делает численную схему хорошо сбалансированной при моделировании колебания уровня жидкости, например, на параболическом дне, а также позволяет с бóльшей точностью описывать структуру и динамику гидравлических скачков.

Применяя алгоритм «предиктор–корректор» для интегрирования по времени уравнения (2.1) для каждой частицы, получим рекуррентные соотношения, определяющие их динамику:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{q}}_{i,j}^{n+1/2} &= \mathbf{q}_{i,j}^n + \frac{\Delta t_n}{2} \mathbf{F}_{i,j}(\mathbf{q}^n, \mathbf{r}), & \tilde{\mathbf{r}}_{i,j}^{n+1/2} &= \mathbf{r}_{i,j} + \frac{\Delta t_n}{2} \frac{\mathbf{v}_{i,j}^n + \tilde{\mathbf{v}}_{i,j}^{n+1/2}}{2}, \\ \tilde{\mathbf{q}}_{i,j}^{n+1} &= \mathbf{q}_{i,j}^n + \Delta t_n \mathbf{F}_{i,j}(\tilde{\mathbf{q}}^{n+1/2}, \tilde{\mathbf{r}}^{n+1/2}), & \tilde{\mathbf{r}}_{i,j}^{n+1} &= \mathbf{r}_{i,j} + \Delta t_n \frac{\mathbf{v}_{i,j}^n + \tilde{\mathbf{v}}_{i,j}^{n+1}}{2}. \end{aligned}$$

Для устойчивости численной схемы на первом этапе необходимо, чтобы за время интегрирования  $\Delta t_n$  частица не вышла за пределы ячейки.

II. На эйлеровом этапе (TVD) вычисляются потоки массы и импульса, обусловленные перемещением жидкости через границы ячеек. Представим систему уравнений (1.1)–(1.3) в консервативной эйлеровой форме:

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} = \mathbf{F}, \quad (2.5)$$

где  $\mathbf{J} = \mathbf{q} \cdot v_x$  и  $\mathbf{G} = \mathbf{q} \cdot v_y$  — потоки массы и импульса в  $x$  и  $y$  направлениях соответственно.

Проводя конечно-разностную аппроксимацию уравнения (2.5), получим:

$$\mathbf{q}_{i,j}^{n+1} = \tilde{\mathbf{q}}_{i,j}^{n+1} - \frac{\Delta t_n}{h} \left( \mathbf{J}_{i+1/2,j}^{n+1/2} - \mathbf{J}_{i-1/2,j}^{n+1/2} + \mathbf{G}_{i,j+1/2}^{n+1/2} - \mathbf{G}_{i,j-1/2}^{n+1/2} \right). \quad (2.6)$$

Здесь значения потоков  $\mathbf{J}_{i\pm 1/2,j}^{n+1/2} = \mathbf{J}(\tilde{\mathbf{q}}_{i\pm 1,j}^{n+1/2})$  и  $\mathbf{G}_{i,j\pm 1/2}^{n+1/2} = \mathbf{G}(\tilde{\mathbf{q}}_{i,j\pm 1}^{n+1/2})$  с полуцелыми индексами вычисляются на границах ячеек в момент времени  $t_{n+1/2} = t_n + \Delta t_n/2$ . Разность потоков на границах ячеек в (2.6) определяет изменение характеристик «жидких» частиц  $\tilde{\mathbf{q}}_{i,j}^{n+1}$  при возвращении их в исходное состояние в центры ячеек. Величины  $\tilde{\mathbf{q}}_{i\pm 1,j}^{n+1/2}$  и  $\tilde{\mathbf{q}}_{i,j\pm 1}^{n+1/2}$  находятся из решения соответствующих задач Римана при выполнении TVD-принципа, обеспечивающего невозрастание полной вариации численного решения [6, 8].

Для устойчивости численной схемы на втором этапе необходимо, чтобы за время интегрирования  $\Delta t_n$  возмущения не распространились на расстояние, превышающее размер ячейки.

С учетом ограничений, накладываемых на временной шаг на лагранжевом и эйлеровом этапах, условие устойчивости численного алгоритма CSPH-TVD примет вид

$$\Delta t_n < \min_{i,j} \left( \frac{h}{2|\mathbf{v}_{i,j}^n|}, \frac{h}{|\mathbf{v}_{i,j}^n| + \sqrt{g_0 H_{i,j}^n}} \right).$$

### § 3. Цифровая модель рельефа

Цифровая модель рельефа (ЦМР) строилась на сетках с размером ячеек  $\Delta x = \Delta y = h = 50$  м и 20 м. Процедура построения сеточной функции  $b_{i,j} = b(x_i, y_j)$  проводилась в несколько этапов (рис. 2).

1. Основой ЦМР являются матрицы высот по данным ДЗ ASTER GDEM 2 (Global Digital Elevation Model) и SRTM X-SAR (Shuttle Radar Topography Mission). Исходные матрицы  $b_{i,j}$  требуют дополнительной обработки артефактов в виде локальных отклонений высоты на десятки метров, обусловленные особенностями отражения сканирующего излучения от поверхности воды, что в наибольшей степени проявляется для маленьких водоемов. Отметим, что снимки с сенсора SRTM X-SAR характеризуются меньшим числом артефактов по сравнению с ASTER GDEM 2. При наличии заметных отклонений между различными спутниковыми данными (LANDSAT, SRTM X-SAR, ASTER GDEM, ASTER GDEM 2) проводился дополнительный анализ с последующей коррекцией высот.
2. Внесение координат берегов гидрологической системы в ЦМР (Волга, Ахтуба, крупные ерики Гнилой, Пахотный, Булгаков, Верблюды и др., протоки, озера).
3. Использование данных лоций для уточнения ЦМР.
4. Актуализация рельефа на местности с использованием GPS/ГЛОНАСС измерений.

В данной работе не будем рассматривать медленные процессы изменения донной поверхности [23]. В работе [10] показано, что неопределенность цифрового рельефа местности в 0.5 метров способно приводить к изменениям площади затопления ВАП в пределах 20 %, практически не влияя на структуру течения в русле Волги.

На основе численного алгоритма CSPH-TVD и построенной ЦМР было проведено более 100 численных экспериментов по моделированию динамики поверхностных на территории северного участка ВАП площадью 2500 км<sup>2</sup>. Расчеты проводились с использованием параллельной CUDA-версии для графических процессоров (GPU). На процессоре Tesla C2070 время одного расчета весеннего половодья длительностью  $\sim 100$  суток занимало примерно 10 часов машинного времени для размера ячейки  $h = 50$  м, что в 216 раз меньше времени вычислений с помощью последовательной версии для CPU. При уменьшении величины  $h$  в  $\mu$  раз время расчета увеличивается в  $\sim \mu^3$ .



#### § 4. Коэффициент шероховатости в модели Маннинга

Обсудим влияние коэффициента шероховатости дна по Маннингу  $n_M$  в модели (1.4), учитывающей эффективное трение между водой и дном, на динамику воды в реках. Часто используемая формула Маннинга для средней скорости потока вдоль русла реки [31]

$$U = \frac{R_g^{2/3} s^{1/2}}{n_M} \quad (4.1)$$

зависит от средних вдоль русла реки значений уклона дна  $s$  и гидравлического радиуса  $R_g = B/P$  ( $B$  и  $P$  — средние вдоль русла реки значения площади поперечного сечения и периметра смачивания соответственно). Для широкой реки имеем  $R_g = H_{\text{ср}}$  ( $H_{\text{ср}}$  — среднее значение глубины вдоль русла реки). В случае Волги ниже Волжской плотины для оценок примем  $R_g \simeq 5$  м,  $s \simeq 5 \cdot 10^{-5}$ ,  $U \simeq 1$  м/с. При экспериментальном определении гидравлического сопротивления русла рассчитываются коэффициенты Шези  $C = U/\sqrt{IH_{\text{ср}}}$  ( $I$  — средний вдоль русла реки уклон водной поверхности). Использование (4.1) дает для коэффициента шероховатости Волги всего  $n_M \sim 0.02$ .

Перечислим физические факторы, влияющие на гидравлическое сопротивление потоку воды в речном русле, которое принято характеризовать параметром  $n_M$ .

1. *Зернистая шероховатость* определяется размерами частиц или выступами шероховатости ( $n_M \propto \delta/H_{\text{ср}}$ ,  $\delta$  — средняя вдоль русла реки высота выступов) [5]. В реальных условиях имеется широкий спектр размеров шероховатостей от песчинок до крупных валунов и плотностей размещения зерен шероховатостей.

2. Важнейшим фактором являются мелкие структуры дна (донные бары, *гряды*, рифели) [24, 25]. Донные гряды в лабораторных экспериментах способны увеличивать  $n_M$  в 2–7 раз [5]. Оценки влияния наносов в реальных условиях увеличивают шероховатость в 1.5–2 раза [26]. Однако проведенные лабораторные эксперименты в лотках показали [27], что транспорт донных наносов уменьшает гидравлическое сопротивление потоку в случае грядового режима. Причем, величина гидравлического сопротивления уменьшается с ростом размеров частиц.

3. Береговая и водная *растительность*, являясь особым и сложным видом шероховатости, оказывает тормозящий эффект потоку [28]. На пойменных участках растительность способна увеличивать  $n_M$  в несколько раз. Имеются оценки влияния растительности на коэффициент шероховатости для Нижней Волги в интервале значений 0.017–0.072 [29, 30].

4. *Турбулентность* течения увеличивает гидравлическое сопротивление [31, 32].

5. Наличие *нерегулярного рельефа дна*, обусловленного средне-масштабными неоднородностями (песчаные отмели и косы, гребни и впадины, промоины и бугры), увеличивает интегральную шероховатость, в частности, за счет усиления его сдвигового характера, в отдельных случаях, возникновения обратных течений.

6. Отметим влияние *крупномасштабных особенностей русла* (переменность сечения, излучины, ветвления, острова, пойменный участок, форма поперечного профиля русла, ширина реки, плес-перекатные системы) на гидравлическое сопротивление за счет трансформации полей скоростей, возникновения вихрей и перестройки структуры рельефа дна [5], что в целом увеличивает  $n_M$  [26]. Здесь же следует указать на меандрирование русел, актуальное для Ахтубы и ериков, в меньшей степени для Волги [33]. На сопротивление русла оказывают влияние мосты и гидросооружения. С увеличением размеров реки  $l_p$  имеется тенденция уменьшения коэффициента шероховатости [5], однако уже после  $l_p/H_{\text{ср}} \gtrsim 40$  эта зависимость пропадает.

7. Часть энергии потока идет на *транспорт взвешенных и донных наносов*, эффективно увеличивая  $n_M$ . Гидравлические сопротивления из-за перемещения наносов во взвешенной и донной фазах и формирования донногрядовых структур могут изменяться в 2–7 раз [5]. Зафиксированы быстрые перемещения иерархических донных форм типа рифелей со скоростью до 1 м/час [34].

8. *Сдвиговый* неоднородный характер потока по сечению русла оказывает влияние на гидравлическое сопротивление. Аналогичную роль играет вихревая структура течения на отдель-

ных участках русла, особенно часто встречающаяся в водохранилищах равнинного типа и на границе руслового и пойменных потоков [31].

9. Отдельно выделим ситуацию, когда часть потока проходит через *пойменный* участок с более высоким значением  $\Lambda$  и  $n_M$  [31]. Коэффициент шероховатости для крупных рек может лежать в широких пределах  $n_M \simeq 0.02 \div 0.08$  [26]. Причем коэффициенты шероховатости основного русла и пойменных участков сильно разнятся и на пойменных участках  $n_M$  может достигать 0.2.

10. Наблюдения указывают на зависимость параметра  $n_M$  от средних *глубин*  $H_{\text{ср}}$  [5,31]. Статистический анализ для 502 рек дал как растущие, так и убывающие функции  $n_M = n_M(H_{\text{ср}})$  примерно в равной мере [5]. Случай  $dn_M/dH_{\text{ср}} > 0$  более характерен для равнинных рек, для горных рек более типична ситуация  $dn_M/dH_{\text{ср}} < 0$  [31]. Однако в группах равнинных и горных рек встречаются многочисленные отклонения в обе стороны. Выделены также русла с немонотонной зависимостью  $n_M = n_M(H_{\text{ср}})$ .

11. Отметим *нестационарность потока* в реальном русле. В условиях Волги, расход которой определяется попуском воды  $Q$  через плотину ГЭС, даже в межень типичные колебания величины  $Q$  составляют  $\sim 20\%$ . Во время весеннего паводка расход может увеличиваться в 5 и более раз за несколько дней, что приводит к сильной перестройке течения, усиливая турбулизацию на различных масштабах и дополнительный транспорт взвешенных и донных наносов. При прохождении паводков донные формы не успевают подстраиваться под быстро изменяющийся гидравлический режим реки — образуется так называемая иерархия гряд, способная существенно менять гидравлическое сопротивление [5,31]. По-видимому, следует ожидать увеличения параметра  $n_M$  на период весеннего попуска воды для Волги. Дополнительным фактором, вносящим нестационарную компоненту в поток, является ветровой режим [35].

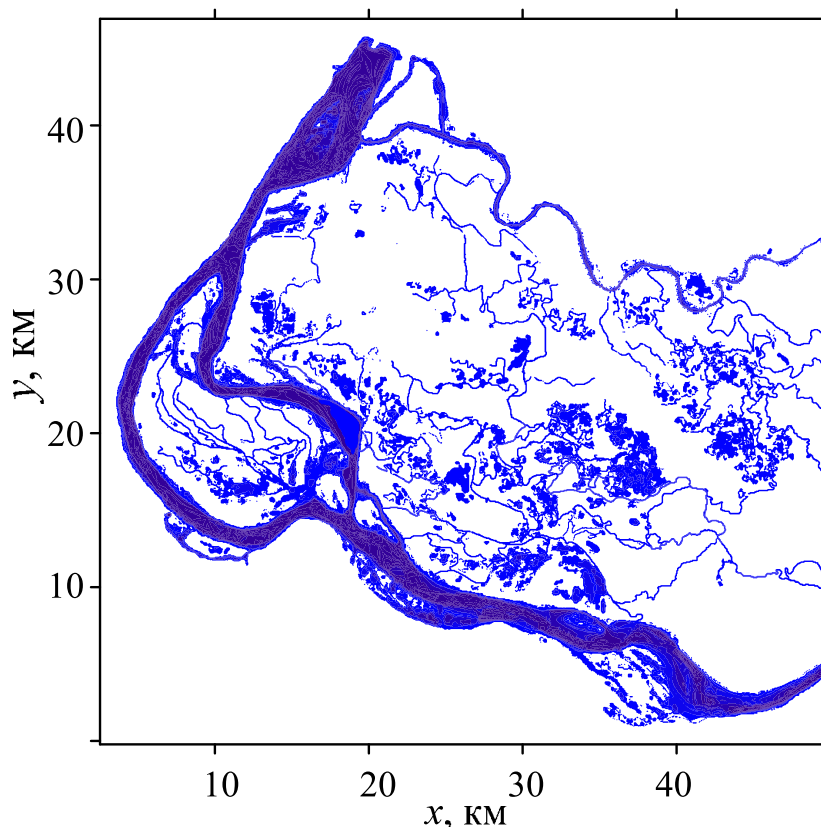
Каждый из перечисленных факторов может давать свой вклад в увеличение параметра  $n_M$  для выбранной модели гидравлического сопротивления, причем действие указанных механизмов является взаимосвязанным. Коэффициент шероховатости при использовании формулы Маннинга (4.1) или ее аналогов имеет проблемы с физическим смыслом (см. обсуждение физической интерпретации в [5]), поэтому к величине  $n_M$  при рассмотрении речных русел следует относиться как к эмпирическому параметру, эффективно учитывающему большую совокупность факторов.

Укажем на оценки параметра шероховатости для некоторых русел. Величина  $n_M$  для различных больших рек лежит в широких пределах, как правило, различаясь на разных участках реки. Например, для р. Ангара  $n_M = 0.021 - 0.031$  (дер. Татарка), р. Лена  $n_M = 0.023 - 0.054$  (пос. Змеиново), р. Витим  $n_M = 0.016 - 0.060$  (г. Бодайбо), р. Енисей  $n_M = 0.017 - 0.039$  (Подкаменная Тунгуска), р. Подкаменная Тунгуска  $n_M = 0.022 - 0.035$  (факт. Черный остров) [36]. Результаты моделирования гидрологического режима Чебоксарского водохранилища дали для коэффициента шероховатости значения 0.022–0.026 [20]. Калибровка по данным 17-ти гидропостов в дельте Волги и 3-м постам на Нижней Волге в 1977–78 гг. дала для коэффициента Шези  $C = 40 - 66 \text{ м}^{1/2}/\text{с}$  [3], что для  $H_{\text{ср}} = 5 \text{ м}$  по формуле Маннинга  $n_M = H_{\text{ср}}^{1/6}/C$  дает  $n_M = 0.02 - 0.033$ .

## § 5. Динамика уровней на гидропостах

Отметим некоторые особенности динамики поверхностных вод на территории северной части Волго–Ахтубинской поймы в период весеннего паводка на примере 2011 года. В меженный период при типичных значениях  $Q \simeq 5 \text{ тыс. м}^3/\text{с}$  (см. рис. 1) вода из Волги попадает только в Ахтубу в пределах 2% от  $Q$ , а заполнение основных ериков на территории ВАП начинается при достижении  $Q \gtrsim 15 - 20 \text{ тыс. м}^3/\text{с}$ . Наконец, только в случае  $Q \gtrsim 23 - 25 \text{ тыс. м}^3/\text{с}$  оказывается возможным залив основной территории ВАП (рис. 4).

Рассмотрим влияние значения параметра  $n_M$  на временную динамику уровня воды на гидропостах реки Волга  $\eta^{(m)}(t)$ ,  $m = 1, 2, 3$ . Результаты численного моделирования  $\eta_{\text{mod}}^{(m)}(t)$  будем сравнивать с данными наблюдений на гидропостах  $\eta_{\text{obs}}^{(m)}(t)$ . Многолетние ряды наблюдений уровней воды на гидропостах «Нижний Бьеф», «Волгоград», «Светлый Яр» находятся в откры-



**Рис. 4.** Распределение воды на территории ВАП на максимуме затопления

том доступе на URL: <http://gis.waterinfo.ru/hydrographs/basin/11>. Предоставляемые значения  $\eta_{obs}^{(m)}(t)$  и  $Q$  являются усредненными за сутки. Характерные времена прохождения возмущений уровня воды в пределах расчетной области ( $\sim 50$  км) составляют несколько часов. Поскольку точность вертикальной координаты функции рельефа находится в пределах 0.5 м, то при согласовании результатов моделирования с данными на гидропостах  $\eta^{(m)}(t)$  ограничимся погрешностью  $\Delta\eta \lesssim 0.25$  м.

Параметр  $n_M$  влияет на две величины, которые можно сравнивать с данными из наблюдений, и, тем самым, оценить значение коэффициента шероховатости. Во-первых, при прочих равных условиях, бóльшие значения  $n_M$  в межень при  $Q = \text{const}$  обеспечивают более высокий уровень воды за счет уменьшения скорости течения в соответствии с (4.1). Сравнивая результаты моделирования с данными промеров глубин, получаем ограничения на величину  $n_M$ .

Во-вторых, во время попуска воды, описываемого гидрографом  $Q(t)$  (см. рис. 1), скорость нарастания уровня на гидропостах  $d\eta^{(m)}/dt$  сильно зависит от значения  $n_M$ . Чем больше коэффициент шероховатости, тем быстрее происходит рост уровня  $\eta^{(m)}(t)$  и тем выше получается уровень воды. Рисунок 5 демонстрирует данный эффект. Наблюдаемую зависимость  $\eta_{obs}^{(m)}(t)$  во время весеннего попуска воды в рамках построенной модели невозможно воспроизвести в расчетах с постоянным коэффициентом шероховатости  $n_M \lesssim 0.06$ . При небольшом гидравлическом сопротивлении по мере повышения гидрографа  $Q(t)$  формируется быстрый поток, не позволяющий подняться уровню воды до наблюдаемых значений  $\eta_{obs}^{(m)}$ . Величина максимального повышения уровня воды на гидропостах для гидрографа 2011 года (см. рис. 1) составляет  $\Delta\eta_{obs}^{(m)} \simeq 7$  м (см. 5 а). Однако в модели с  $n_M = 0.02$  получаем увеличение только на 4–5 метров. Таким образом, модель с неизменным в течение паводка коэффициентом шероховатости на уровне  $n_M = 0.02 - 0.05$  не способна объяснить наблюдаемое поведение уровней воды.

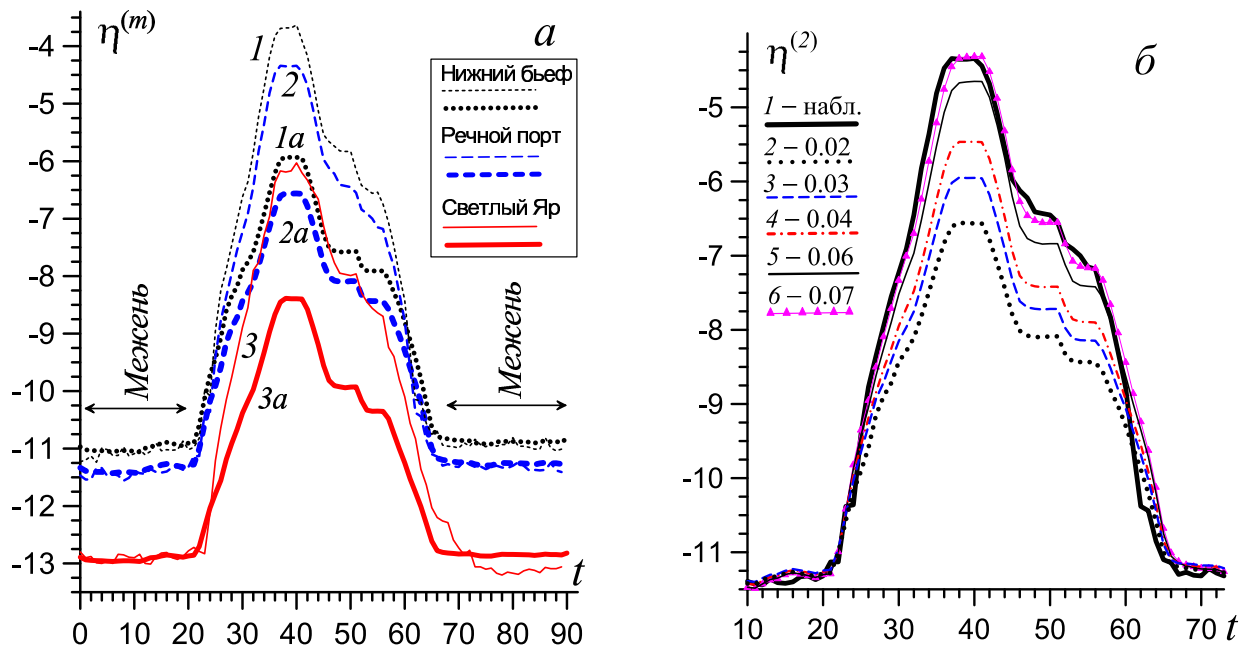


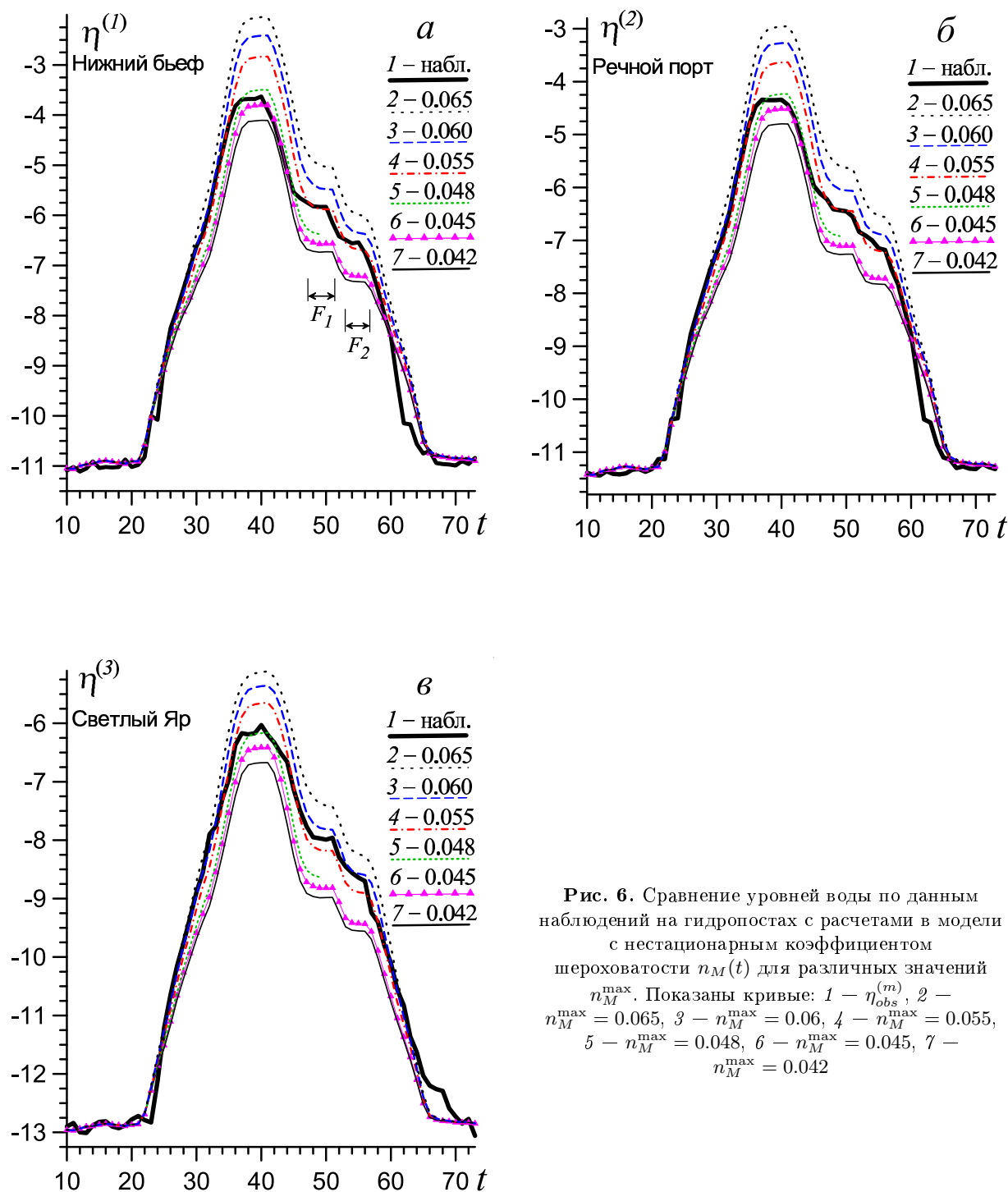
Рис. 5. Уровни воды  $\eta^{(m)}$  [м] на гидропостах  $m = 1, 2, 3$  для различных моделей коэффициента  $n_M$  ( $[t]$ —сутки,  $t = 0$  соответствует 1 апреля). а — данные гидропостов  $\eta_{obs}^{(m)}$  (кривые 1, 2, 3) сравниваются с моделью  $\eta_{mod}^{(m)}$  при  $n_M = 0.02$  (кривые 1а, 2а, 3а). б — уровни воды на гидропосту Речной порт  $\eta_{mod}^{(2)}$  для различных значений коэффициента шероховатости  $n_M$

В принципе, модели с постоянным значением  $n_M$  на уровне 0.07 допускают требуемое увеличение  $\Delta\eta_{obs}^{(m)}$  на 7 м. Однако для этого необходимо дополнительно углубить русло на  $\sim 3$  м, поэтому для меженного периода в качестве базовой модели ограничимся значением  $n_M = n_M^{\min} = 0.02$ , согласующимся с данными гидрологических исследований (см. п. 4).

Вывод о неприменимости модели с  $n_M = \text{const}$  во время паводка ставит задачу выбора нестационарной модели коэффициента шероховатости  $n_M(t)$ . Этот вывод представляется естественным с учетом обсуждения в п. 4. Ограничимся предположением о зависимости  $n_M$  от глубины воды, которая эффективно будет учитывать эффекты от расширения русла (роль пойменных участков), перестройку донной структуры во время паводка, усиление турбулентности на существенно нестационарной стадии попуска воды через плотину ГЭС. Следует ожидать, что максимальные значения коэффициента шероховатости не должны превышать значений  $n_M^{\max} \simeq 0.07$  (см. рис. 5 б). Ограничимся зависимостью  $n_M = n_M^{\min} + \gamma \Delta\eta$ , где  $\Delta\eta$  — превышение уровня воды на гидропосту Речной порт по сравнению с межнным значением. Коэффициент  $\gamma$  для заданного гидрографа  $Q(t)$  определяет значение  $n_M^{\max}$ .

Рассмотрим серию экспериментов с различными значениями  $n_M^{\max}$ . На рис. 6 показаны зависимости уровней воды для трех гидропостов в моделях в сравнении с данными наблюдений. Во-первых, согласие по максимумам уровней воды достигается для значений  $n_M^{\max} = 0.046 - 0.048$ . Как видим, в модели с нестационарным коэффициентом шероховатости значение  $n_M^{\max} = 0.047$  в 1.5 раза меньше, чем в модели с  $n_M = \text{const} = 0.07$ , также способной описать повышение уровня на  $\Delta\eta \simeq 7$  м (см. рис. 5 б). Во-вторых, используемая нами модель  $n_M(t)$  является локальной и изменения уровня воды «мгновенно» изменяют коэффициент шероховатости. Реальное гидравлическое сопротивление, по-видимому, характеризуется инерционностью процессов. Это наглядно видно на стадии спада воды на так называемых рыбных полках  $F_1$  и  $F_2$  (см. рис. 6 а), где имеем  $\eta_{obs}^{(m)} > \eta_{mod}^{(m)}$  и различие составляет примерно 0.5 м.

Расчеты с различными значениями потерь воды  $\sigma^{(-)} = 1, 2, 5, 10$  см/сут показали, что этот параметр практически не влияет на поведение уровней на гидропостах в пределах русла Волги,



**Рис. 6.** Сравнение уровней воды по данным наблюдений на гидропостах с расчетами в модели с нестационарным коэффициентом шероховатости  $n_M(t)$  для различных значений  $n_M^{\max}$ . Показаны кривые: 1 –  $\eta_{obs}^{(m)}$ , 2 –  $n_M^{\max} = 0.065$ , 3 –  $n_M^{\max} = 0.06$ , 4 –  $n_M^{\max} = 0.055$ , 5 –  $n_M^{\max} = 0.048$ , 6 –  $n_M^{\max} = 0.045$ , 7 –  $n_M^{\max} = 0.042$

сильно влияя только на характер затопления поймы [4].

## § 6. Заключение

Проведена верификация численной модели динамики поверхностных вод для северной части Волго-Ахтубинской поймы в условиях весеннего половодья.

1. Для воспроизведения временной зависимости уровней воды на гидропостах в случае постоянного коэффициента шероховатости необходимо принять  $n_M \simeq 0.07$  при одновременном

углублении русла Волги и увеличении глубин на 3 м, что противоречит данным наблюдений. Построенные численные гидродинамические модели паводкового режима северной части Волго-Ахтубинской поймы указывают на невозможность применения постоянного значения коэффициента шероховатости. Для согласования результатов моделирования с данными наблюдений 2011 года на трех гидропостах необходимо учитывать зависимость  $n_M$  от средних глубин  $H_{\text{ср}}$ .

2. Наилучшее согласие между наблюдениями и моделью достигается при выборе  $n_M$  для межженного состояния реки  $n_M^{\min} = 0.02$  и максимальном значении  $n_M^{\max} = 0.047$  в момент достижения максимального уровня воды в Волге.

3. Прямо пропорциональная зависимость  $n_M \propto H_{\text{ср}}$  не противоречит статистическим данным о гидрологических режимах для большой выборки рек [5, 31]. Такая связь между  $n_M$  и  $H_{\text{ср}}$  более типична для крупных рек. Небольшие систематические отклонения между наблюдаемыми и модельными значениями  $\eta^{(m)}(t)$  на стадиях роста и падения уровней воды находятся на уровне  $\simeq 0.5$  м и, по-видимому, связаны с нелинейным характером зависимости  $n_M(H_{\text{ср}})$ .

4. Дополнительный вклад в рост  $n_M$  с началом паводка вносят затопление левого берега Волги (появление пойменного участка с растительностью и изрезанностью рельефа) и нестационарность структуры течения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Храпов С.С., Писарев А.В., Дьяконова Т.А., Хоперсков А.В. Компьютерное моделирование динамики поверхностных вод на территории Волго-Ахтубинской поймы на основе суперкомпьютерных технологий // Математические методы в технике и технологиях — ММТТ-25: сб. тр. XXV Междунар. науч. конф. в 10 т. Волгоград, 2012. Т. 2. С. 5–7.
2. Храпов С.С., Хоперсков А.В., Еремин М.А., Гусаров Д.В., Плякин А.В., Филиппов О.В., Золотарев Д.В., Кузьмин Н.М. Электронная модель затопления Волго-Ахтубинской поймы при различных гидрографах специального весеннего пускa Волжской ГЭС и водоснабжении рукава Ахтуба на основе технологий геоинформационных систем // Вестник Волгоградского государственного университета. Сер. 1: Математика. Физика. 2008. Вып. 11. С. 201–207.
3. Болгов М.В., Красножон Г.Ф., Шаталова К.Ю. Компьютерное моделирование изменений уровня воды на Нижней Волге // Природообустройство. 2009. № 4. С. 68–72.
4. Писарев А.В., Храпов С.С., Воронин А.А., Дьяконова Т.А., Циркова Е.А. Особенности динамики затопления Волго-Ахтубинской поймы в зависимости от режимов испарения и инфильтрации // Вестник Волгоградского государственного университета. Сер. 1: Математика. Физика. 2012. № 1 (16). С. 43–47.
5. Барышников Н.Б. Гидравлические сопротивления речных русел. СПб: РГГМУ, 2003. 145 с.
6. Храпов С.С., Хоперсков А.В., Кузьмин Н.М., Писарев А.В., Кобелев И.А. Численная схема для моделирования динамики поверхностных вод на основе комбинированного SPH-TVD-подхода // Вычислительные методы и программирование. 2011. Т. 12. № 1. С. 282–297.
7. Shakura N.I., Sunyaev R.A. Black holes in binary systems. Observational appearance // Astronomy and Astrophysics. 1973. Vol. 24. P. 337–355.
8. Фридман А.М., Хоперсков А.В. Физика галактических дисков. М.: Физматлит, 2011. 645 с.
9. Клибашев К.П., Горошков И.Ф. Гидрологические расчеты. Ленинград: Гидрометиздат, 1970. 184 с.
10. Воронин А.А., Елисеева М.В., Писарев А.В., Хоперсков А.В., Храпов С.С. Имитационные модели динамики поверхностных вод с использованием данных дистанционного зондирования: влияние рельефа местности // Прикаспийский журнал: управление и высокие технологии. 2012. № 3 (19). С. 54–62.
11. Шокин Ю.И., Чубаров Л.Б., Марчук А.Г., Симонов К.В. Вычислительный эксперимент в проблеме цунами. Новосибирск: Наука, 1989. 168 с.
12. Воеводин А.Ф., Никифоровская В.С., Виноградова Т.А. Математические модели для прогнозирования процесса распространения волн катастрофических паводков в системах открытых русел и водотоков // Вестник Санкт-Петербургского университета. Сер. 7. 2009. Вып. 3. С. 138–144.
13. Еремин М.А., Хоперсков А.В. Компьютерная модель прорыва Волжской плотины // Вестник Волгоградского государственного университета. Серия 1: Математика. Физика. 2006. Вып. 10. С. 139–142.
14. Шокин Ю.И., Чубаров Л.Б., Федотова З.И. Об использовании методов численного моделирования для оценки катастрофических воздействий длинных волн на прибрежную территорию // Проблемы безопасности и чрезвычайных ситуаций. 2007. № 4. С. 104–113.

15. Бабайлов В.В., Бейзель С.А., Гусев А.А., Гусяков В.К., Елецкий С.В., Зыскин И.А., Камаев Д.А., Федотова З.И., Чубаров Л.Б., Шокин Ю.И. Информационно-вычислительные аспекты совершенствования национальной системы предупреждения о цунами // *Вычислительные технологии*. 2008. Т. 13. С. 4–20.
16. Beizel S.A., Chubarov L.B., Khakimzyanov G. S. Simulation of surface waves generated by an underwater landslide moving over an uneven slope // *Russ. J. Numer. Anal. Math. Model*. 2011. Vol. 26. № 1. P. 17–38.
17. Хакимзянов Г.С., Шокина Н.Ю. Численное моделирование поверхностных волн, возникающих при движении подводного оползня по неровному дну // *Вычислительные технологии*. 2010. Т. 15. № 1. С. 105–119.
18. Кивва С.Л., Железняк М.И. Численное моделирование двумерного открытого потока с подвижными границами: расчеты стока на водосборе и наката волн цунами на берег // *Труды Международной конференции RДAMM–2001*. 2001. Т. 6. № 2. С. 343–350.
19. Егоров В.А. Численные расчеты вязких течений в модельных руслах с поймой // *Математические заметки ЯГУ*. 2008. Т. 15. № 2. С. 92–105.
20. Беликов В.В., Глотко А.В. Компьютерное моделирование паводковых и меженных течений в Чебоксарском водохранилище с применением различных численных методов // *Природообустройство и рациональное природопользование — необходимые условия социально-экономического развития России*. М.: МГУП, 2005. Т. 1. С. 204–210.
21. Чикин А.Л. Построение и численное исследование 3D модели гидродинамики Азовского моря // *Труды Международной конференции, посвященной 80-летию академика Н.Н.Яненко «Современные проблемы прикладной математики и механики: теория, эксперимент и практика»*. Новосибирск, Академгородок, 24–29 июня 2001 года. «Вычислительные технологии». Т. 6. Спецвыпуск. 2001. С. 686–692.
22. Кошелева Е.Д., Кошелев К.Б. Компьютерное моделирование взаимодействия грунтовых и поверхностных вод в зоне Бурлинского магистрального канала. Барнаул: Изд-во АГАУ, 2010. 237 с.
23. Потапов И.И., Щекачева М.А. Определение скорости размыва берегового склона в реках с песчаным дном // *Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки*. 2011. Вып. 4. С. 116–120.
24. Петров А.Г., Потапов И.И. О механизмах развития донных волн в канале с песчаным дном // *Прикладная механика и техническая физика*. 2011. Т. 52. № 2. С. 81–91.
25. Барышников Н.Б., Субботина Е.С., Демидова Ю.В. Коэффициенты шероховатости речных русел // *Ученые записки российского государственного гидрометеорологического университета*. 2010. № 12. С. 14–21.
26. Маккавеев Н.И. Русло реки и эрозия в ее бассейне. М.: Географический факультет МГУ, 2003. 355 с.
27. Omid M.H., Karbasi M., Farhoudi J. Effects of bed-load movement on flow resistance over bed forms // *Sadhana*. 2010. Vol. 35. № 6. P. 681–691.
28. Шпаковская С.М. Моделирование русловых деформаций с учетом влияния растительности // *Вестник Московского университета. Серия 5: География*. 2010. № 1. С. 50–55.
29. Cormont A., van der Sluis S. Morphodynamics and vegetation succession along the Allier and the Lower Volga rivers. Utrecht University, 2003. 120 p.
30. Dijkstra J.T. The influence of vegetation on scroll bar development. M. Sc. Thesis. Delft University of Technology, 2003. 93 p.
31. Барышников Н.Б. Динамика русловых потоков. СПб.: Изд-во РГГМУ, 2007. 314 с.
32. Гринвальд Д.И., Никора В.И. Речная турбулентность. Л.: Гидрометеиздат, 1988. 152 с.
33. Чалов Р.С., Завадский А.С., Панин А.В. Речные излучины. М.: Изд-во Московского университета, 2004. 371 с.
34. Сидорчук А.Ю. Перемещение донных гряд в иерархическом комплексе и сток влекомых наносов // *Труды V конференции «Динамика и термика рек, водохранилищ и прибрежной зоны морей»*. Москва, 1999. С. 380–383.
35. Матишов Г.Г., Чикин А.Л. Один из подходов к моделированию ветровых течений в Керченском проливе // *Доклады Академии наук*. 2012. Т. 445. № 3. С. 342–345.
36. Мазур Г.С. Определение расходов воды речных потоков при минимуме полевых измерений // *Известия Иркутского государственного университета. Серия «Науки о Земле»*. 2009. Т. 1. № 1. С. 93–106.

Поступила в редакцию 27.08.2012

Писарев Андрей Владимирович, старший преподаватель, кафедра информационных систем и компьютерного моделирования, Волгоградский государственный университет, 400062, Россия, г. Волгоград, Университетский проспект, 100.

E-mail: andrew.pisarev@gmail.com

Храпов Сергей Сергеевич, к. ф.-м. н., доцент, кафедра информационных систем и компьютерного моделирования, Волгоградский государственный университет, 400062, Россия, г. Волгоград, Университетский проспект, 100.

E-mail: xss-ip@mail.ru

Агафонникова Екатерина Олеговна, аспирант, кафедра информационных систем и компьютерного моделирования, Волгоградский государственный университет, 400062, Россия, г. Волгоград, Университетский проспект, 100.

E-mail: infomod@volsu.ru

Хоперсков Александр Валентинович, д. ф.-м. н., профессор, кафедра информационных систем и компьютерного моделирования, Волгоградский государственный университет, 400062, Россия, г. Волгоград, Университетский проспект, 100.

E-mail: ka@infomod.ru

**A. V. Pisarev, S. S. Khrapov, E. O. Agafonnikova, A. V. Khoperskov**

**Numerical model of shallow water dynamics in the channel of the Volga: estimation of roughness**

*Keywords:* Saint Venant model, numerical methods, floods, roughness coefficient.

Mathematical Subject Classifications: 86A05

The results for the numerical simulation of the dynamics of shallow waters for the Volga–Akhtuba floodplain are discussed. The mathematical model is based on the system of Saint-Venant equations. The numerical solution uses a combined Lagrangian–Eulerian (CSPH-TVD) algorithm. We investigated the characteristics of spring flood in 2011 and received the inapplicability of the hydrodynamical model with the constant roughness coefficient  $n_M$ . The agreement between the results of numerical simulations and the observations data at hydroposts allowed us to obtain estimates  $n_M$  in low water  $n_M^{\min} = 0.02$  and the maximum water level in the channel of the Volga  $n_M^{\max} = 0.047$ .

## REFERENCES

1. Khrapov S.S., Pisarev A.V., D'yakonova T.A., Khoperskov A.V. Computer modeling of the dynamics of surface water in the Volga–Akhtuba floodplain based supercomputer technology, *Matematicheskie metody v tekhnike i tekhnologiyakh: sb. tr. XXV Mezhdunarodnoi konferentsii* (Mathematical methods in technics and technologies: abstracts of XXV International conference), Volgograd, 2012, vol. 2, pp. 5–7.
2. Khrapov S.S., Khoperskov A.V., Eremin M.A., Gusarov D.N., Plyakin A.V., Filippov O.V., Zolotarev D.V., Kuz'min N.M. Electronic model of flooding of the Volga–Akhtuba flood hydrographs for various special spring water discharge of the Volga hydroelectric and water supply hoses Akhtuba technology-based Geographic Information Systems, *Vestn. Volgograd. Gos. Univ., Mat. Fiz.*, 2008, no. 11, pp. 201–207.
3. Bolgov M.V., Krasnozhon G.F., Shatalova K.Yu. Computer simulation of changes in water level in the Lower Volga, *Prirodoobustroistvo*, 2009, no. 4, pp. 68–72.
4. Pisarev A.V., Khrapov S.S., Voronin A.A., D'yakonova T.A., Tsirkova E.A. The role of infiltration and avaporation in the flooding dynamics of the Volga–Akhtuba floodplain, *Vestn. Volgograd. Gos. Univ., Mat. Fiz.*, 2012, no. 1 (16), pp. 43–47.
5. Baryshnikov N.B. *Gidravlicheskie soprotivleniya rechnykh rusel* (Hydraulic resistance of river channels), St-Petersburg: Russian State Hydrometeorological University, 2003, 145 p.
6. Khrapov S.S., Khoperskov A.V., Kuz'min N.M., Pisarev A.V., Kobelev I.A. Numerical scheme for dynamic simulation of surface water based on SPH-TVD method, *Vychisl. Metody Program.*, 2011, vol. 12, no. 1, pp. 282–297.
7. Shakura N.I., Sunyaev R.A. Black holes in binary systems. Observational appearance, *Astron. Astrophys.*, 1973, vol. 24, pp. 337–355.



8. Fridman A.M., Khoperskov A.V. *Fizika galakticheskikh diskov* (Physics of galactic disks), Moscow: Fizmatlit, 2011, 645 p.
9. Klibashev K.P., Goroshkov I.F. *Gidrologicheskie raschety* (Hydrological calculations), Leningrad: Gidrometeoizdat, 1970, 184 p.
10. Voronin A.A., Eliseeva M.V., Pisarev A.V., Khoperskov A.V., Khrapov S.S. Simulation models of surface water dynamics using remote sensing data: effect of terrain, *Prikl. Zh. Upr. Vys. Tekhnol.*, 2012, no. 3 (19), pp. 54–62.
11. Shokin Yu.I., Chubarov L.B., Marchuk A.G., Simonov K.V. *Vychislitel'nyi eksperiment v probleme tsunami* (Computer experiment in the problem of tsunami), Novosibirsk: Nauka, 1989, 168 p.
12. Voevodin A.F., Nikiforovskaya V.S., Vinogradova T.A. Mathematical models to predict the propagation of waves of devastating floods in the system of open channels and watercourses, *Vestn. St-Peterbg. Univ., Ser. 7*, 2009, no. 3, pp. 138–144.
13. Eremin M.A., Khoperskov A.V. A computer model of the Volga dam break, *Vestn. Volgograd. Gos. Univ., Mat. Fiz.*, 2006, vol. 10, pp. 139–142.
14. Shokin U.I., Chubarov L.B., Fedotova Z.I. Usage of numerical simulation methods to assess the catastrophic effects of long waves on coastal areas, *Problemy Bezopasnosti i Chrezvychainykh Situatsii*, 2007, no. 4, pp. 104–113.
15. Babailov V.V., Beizel' S.A., Gusev A.A., Gussyakov V.K., Eletskii S.V., Zyskin I.A., Kamaev D.A., Fedotova Z.I., Chubarov L.B., Shokin Yu.I. Information and computational aspects of improving the national tsunami warning system, *Vychisl. Tekhnol.*, 2008, vol. 13, pp. 4–20.
16. Beizel' S.A., Chubarov L.B., Khakimzyanov G.S. Simulation of surface waves generated by an underwater landslide moving over an uneven slope, *Russ. J. Numer. Anal. Math. Model.*, 2011, vol. 26, no. 1, pp. 17–38.
17. Hakimzyanov G.S., Shokina N.Yu. Numerical modeling of surface waves generated by underwater landslide motion over the uneven bottom, *Vychisl. Tekhnol.*, 2010, vol. 15, no. 1, pp. 105–119.
18. Kivva S.L., Zheleznyak M.I. Numerical simulation of two-dimensional open flow with moving boundaries: calculations and runoff in the catchment area of tsunami waves rolling to shore, *Proceedings of International Conference RDAAM-2001*, 2001, vol. 6, no. 2, pp. 343–350.
19. Egorov V.A. Numerical computations of viscous flows in channels with a model floodplain, *Mat. Zametki YAGU*, 2008, vol. 15, no. 2, pp. 92–105.
20. Belikov V.V., Glotko A.V. Computer simulation of low-flow and flood flows in the Cheboksary reservoir using different numerical methods, *Prirodoobustroistvo i Ratsional'noe Prirodopol'zovanie — Neobkhodimye Usloviya Sotsial'no-Ekonomicheskogo Razvitiya Rossii*, Moscow: Moscow State University of Environmental Engineering, 2005, vol. 1, pp. 204–210.
21. Chikin A.L. Construction and numerical study of 3D hydrodynamic model of the Azov Sea, *Sovremennye problemy prikladnoi matematiki i mekhaniki: teoriya, eksperiment i praktika: tr. Mezhdunar. konf.* (Modern problems of applied mathematics and mechanics: Proc. of Int. Conf.), Novosibirsk, Akademgorodok, 2001, vol. 6, pp. 686–692.
22. Kosheleva E.D., Koshelev K.B. *Komp'yuternoe modelirovanie vzaimodeistviya gruntovykh i poverkhnostnykh vod v zone Burlinskogo magistral'nogo kanala* (Computer simulation of the interaction of ground-water and surface water in the area of Burlin trunk), Barnaul: Altai State Agricultural University, 2010, 237 p.
23. Potapov I.I., Shchekacheva M.A. Determination of the coastal rate of erosion for the rivers with sandy bottom, *Vestn. Udmurt. Univ. Mat. Mekh. Komp'yut. Nauki*, 2011, no. 4, pp. 116–120.
24. Petrov A.G., Potapov I.I. Mechanisms of bottom waves in a channel with a sandy bottom, *Prikl. Mekh. Tekh. Fiz.*, 2011, vol. 52, no. 2, pp. 81–91.
25. Baryshnikov N.B., Subbotina E.S., Demidova Yu.V. Coefficients of roughness of river channel, *Uch. Zap. Ross. Gos. Gidromet. Univ.*, 2010, no. 12, pp. 14–21.
26. Makkaveev N.I. *Ruslo reki i eroziya v ee basseine* (The riverbed and erosion in the basin), Moscow: Moscow State University, 2003, 355 p.
27. Omid M.H., Karbasi M., Farhoudi J. Effects of bed-load movement on flow resistance over bed forms, *Sadhana*, 2010, vol. 35, no. 6, pp. 681–691.
28. Shpakovskaya S.M. Simulation of channel deformations, taking into account the influence of vegetation, *Vestn. Mosk. Univ., Ser. 5, Geogr.*, 2010, no. 1, pp. 50–55.
29. Cormont A., van der Sluis S. *Morphodynamics and vegetation succession along the Allier and the Lower Volga rivers*, Utrecht University, 2003, 120 p.
30. Dijkstra J.T. The influence of vegetation on scroll bar development, *M. Sc. Thesis. Delft University of Technology*, 2003, 93 p.

31. Baryshnikov N. B. *Dinamika ruslovykh potokov* (Dynamics of channel flow), St-Petersburg: Russian State Hydrometeorological University, 2007, 314 p.
32. Grinvald D.I., Nikora V.I. *Rechnaya turbulentnost'* (The river turbulence), Leningrad: Gidrometeoizdat, 1988, 152 p.
33. Chalov R.S., Zavadskii A.S., Panin A.V. *Rechnye izluchiny* (The meanders), Moscow: Moscow State University, 2004, 371 p.
34. Sidorchuk A.U. Bottom moving of the ridges in a hierarchical complex and drawn by sediment runoff, *Dinamika i termika rek, vodokhranilishch i pribrezhnoi zony morei: tr. V konf.*, Moscow, 1999, pp. 380–383.
35. Matishov G.G., Chikin A.L. One approach to the modeling of wind flows in Kerch Strait, *Dokl. Akad. Nauk, Ross. Akad. Nauk*, 2012, vol. 445, no. 3, pp. 342–345.
36. Mazur G.S. Determination of water flow of river flows with a minimum of field measurements, *Izv. Irkutsk. Gos. Univ., Ser. Nauki o Zemle*, 2009, vol. 1, no. 1, pp. 93–106.

Received 27.08.2012

Pisarev Andrei Vladimirovich, Senior Lecturer, Volgograd State University, pr. Universitetskii, 100, Volgograd, 400062, Russia.

E-mail: andrew.pisarev@gmail.com

Khrapov Sergei Sergeevich, Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Volgograd State University, pr. Universitetskii, 100, Volgograd, 400062, Russia.

E-mail: xss-ip@mail.ru

Agafonnikova Ekaterina Olegovna, Post-graduate student, Volgograd State University, pr. Universitetskii, 100, Volgograd, 400062, Russia.

E-mail: infomod@volsu.ru

Khoperskov Aleksandr Valentinovich, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Volgograd State University, pr. Universitetskii, 100, Volgograd, 400062, Russia.

E-mail: ka@infomod.ru