



# Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Л. В. Ильичёв, П. Л. Чаповский, Оптическое управление межатомным взаимодействием в бозе-конденсате, *Квантовая электроника*, 2017, том 47, номер 5, 463–466

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением  
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.191.205.99

10 октября 2024 г., 11:14:28



# Оптическое управление межатомным взаимодействием в бозе-конденсате

Л.В.Ильичёв, П.Л.Чаповский

*Для контроля межатомного взаимодействия в бозе-конденсате предложено использовать оптические пучки, формирующие атомарную ловушку. В модели бозе-конденсата в двухъямном оптическом потенциале показано, что нерезонансное квантованное излучение имитирует изменение межатомного взаимодействия в яме. Величиной и знаком этого изменения можно эффективно управлять, варьируя частоту источника излучения, формирующего ловушку.*

**Ключевые слова:** межатомное взаимодействие, бозе-конденсат, атомарная ловушка, атомарная мода, фотонная мода.

## 1. Введение

Применение атомарного бозе-конденсата в перспективных квантовых технологиях предполагает использование двух его важнейших свойств – макроскопической квантовой когерентности конденсата и наличия существенного межатомного взаимодействия [1]. Расширение арсенала средств контроля межатомного взаимодействия весьма актуально. В настоящее время используются два способа такого контроля. В основе первого лежит перестройка формы потенциала ловушки, меняющая плотность конденсата и, следовательно, среднее расстояние между атомами. Вторым распространенным и универсальным средством контроля межатомного взаимодействия служит резонанс Фешбаха [2]. Этот эффект позволяет изменять с помощью постоянного магнитного поля знак и длину рассеяния, определяющие межатомное взаимодействие в конденсате.

В настоящей работе предлагается использовать для контроля межатомного взаимодействия в конденсате оптические пучки, формирующие атомарную ловушку. Для примера используется конденсат в двухъямном потенциале. Двухмодовая модель атомарного конденсата, отвечающая такой форме потенциала, интенсивно изучается экспериментально и теоретически [3–7]. Нами показано, что помещение одной из ям в поле оптической моды резонатора способно модифицировать параметр, отвечающий за межатомное взаимодействие в данной яме. При этом контроль межатомного взаимодействия не связан с упомянутым выше простым изменением формы потенциала и, как следствие, плотности атомов. Наиболее близким аналогом нового явления служит известный эффект «оптической пружины» [8, 9].

Л.В.Ильичёв, П.Л.Чаповский. Институт автоматики и электрометрии СО РАН, Россия, 630090 Новосибирск, просп. Акад. Коптюга, 1; Новосибирский государственный университет, Россия, 630090 Новосибирск, ул. Пирогова, 2; e-mail: leonid@iae.nsk.su, e-mail: chapovsky@iae.nsk.su

Поступила в редакцию 9 марта 2017 г.

## 2. Модель

Квантовое кинетическое уравнение для статистического оператора двухмодового атомарного конденсата и фотонной моды, возбуждаемой внешним гармоническим источником (см. рис. 1), можно записать в общем виде:

$$\frac{d}{dt}\hat{\rho} = -i[\hat{H}_{\text{at}}^{(0)}, \hat{\rho}] + \Lambda_{\text{ph}}[\hat{\rho}], \quad (1)$$

где введены атомный гамильтониан  $\hat{H}_{\text{at}}$  и фотонный лиувиллиан  $\Lambda_{\text{ph}}^{(1)}$ , включающий в себя как динамические, так и диссипативные слагаемые. Как показано на рисунке, первая из двух атомарных мод формируется в перетяжке обычного светового пучка бегущей волны, а вторая – в перетяжке пучка резонаторной моды. Гамильтониан

$$\begin{aligned} \hat{H}_{\text{at}}^{(0)} = & \omega_1 \hat{n}_1 + (\omega_2 - g\bar{n}_{\text{ph}}) \hat{n}_2 \\ & + \xi_1 \hat{n}_1 (\hat{n}_1 - 1) + \xi_2 \hat{n}_2 (\hat{n}_2 - 1) + \chi (\hat{b}_1^\dagger \hat{b}_2 + \hat{b}_2^\dagger \hat{b}_1) \end{aligned} \quad (2)$$

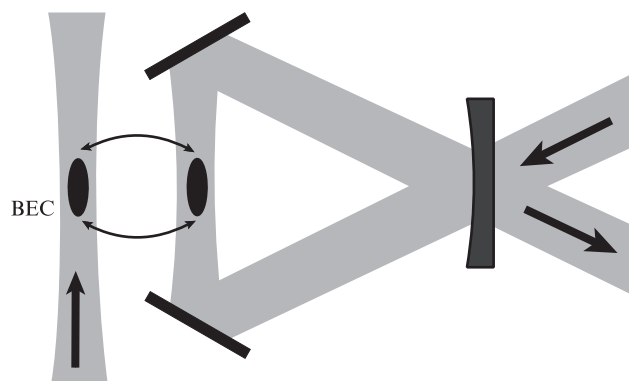


Рис. 1. Схема наблюдения оптического управления межатомным взаимодействием в бозе-конденсате (BEC). Две части бозе-конденсата находятся в перетяжках фотонной моды резонатора и свободной волны примерно такой же интенсивности и конфигурации. Изогнутые стрелки символизируют туннелирование между двумя частями бозе-конденсата.

для двух бозонных мод  $\hat{b}_1$  ( $\hat{b}_1^\dagger$ ) и  $\hat{b}_2$  ( $\hat{b}_2^\dagger$ ) – атомов в ямах 1 и 2 – содержит слагаемые, линейные по операторам чисел атомов  $\hat{n}_k = \hat{b}_k^\dagger \hat{b}_k$  ( $k = 1, 2$ ) в ямах ( $\omega_k$  – глубины ям), и квадратичные слагаемые, пропорциональные  $\xi_k$ , отвечающие за межатомные взаимодействия в ямах; параметр  $\chi$  задает скорость туннелирования между ямами. Взаимодействием между атомами из разных ям мы пренебрегаем.

Существенным моментом является пространственная конфигурация второй атомарной моды. Определяемый этой конфигурацией параметр межатомного взаимодействия во второй яме  $\xi_2$  и положение нижнего колебательного уровня  $\omega_2$  рассчитаны для некоторого среднего числа фотонов  $\bar{n}_{\text{ph}}$  в резонаторной моде. Для среднего числа фотонов ниже будет получено уравнение. Для последующего рассмотрения оказывается удобным явным образом ввести в гамильтониан произведение  $\bar{n}_{\text{ph}}$  на параметр  $g$ , задающий эффективность взаимодействия атомарной и фотонной мод. Этот параметр, с одной стороны, определяет вклад единичного фотона в потенциал ловушки для моды 2, а с другой – сдвиг собственной частоты фотонной моды  $\hat{a}$  ( $\hat{a}^\dagger$ ), вносимый одним атомом. Последнее обстоятельство отражено в структуре фотонного лиувиллиана

$$\begin{aligned} \Lambda_{\text{ph}}[\hat{\rho}] = & -i\Delta[\hat{a}^\dagger \hat{a}, \hat{\rho}] - ig[\hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{n}_2, \hat{\rho}] + \Omega[\hat{a}^\dagger - \hat{a}, \hat{\rho}] \\ & + \gamma(2\hat{a}\hat{\rho}\hat{a}^\dagger - \hat{a}^\dagger \hat{a}\hat{\rho} - \hat{\rho}\hat{a}^\dagger \hat{a}). \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь уже исключена явная гармоническая зависимость от времени поля классического внешнего источника с амплитудой  $\Omega$ , возбуждающего моду;  $\Delta$  – расстройка частоты моды и частоты внешнего источника; второе слагаемое описывает упомянутый сдвиг частоты моды из-за нерезонансного взаимодействия с атомами из ямы 2; последние три слагаемых отвечают за необратимый уход фотонов из резонатора ( $\gamma$  – скорость ухода). Следует отметить, что член слагаемого  $(\omega_2 - g\bar{n}_{\text{ph}})\hat{n}_2$  в гамильтониане  $\hat{H}_{\text{at}}^{(0)}$  в комбинации со вторым слагаемым из лиувиллиана обеспечивает однократность учета взаимодействия атомов и поля, а также возможность исследования эффектов квантовых флуктуаций фотонной моды.

Взаимодействие между атомами и излучением порождает корреляции (квантовую запутанность) между состоянием фотонной подсистемы и состоянием системы атомов. Поскольку взаимодействие пропорционально числу атомов в яме 2, в базисе Фока  $\{|n_2\rangle\}_{n_2=0}^\infty$  для данной моды статистический оператор всей системы имеет вид

$$\hat{\rho} = \sum_{n_2, n_2'} \hat{\rho}_1(n_2, n_2') \otimes |n_2\rangle \langle n_2'| \otimes \hat{\rho}_{\text{ph}}(n_2, n_2'). \quad (4)$$

Здесь фигурируют операторы  $\hat{\rho}_{\text{ph}}(n_2, n_2')$  фотонной подсистемы, в явном виде отражающие наличие упомянутых корреляций. Оператор  $\hat{\rho}_1(n_2, n_2')$  действует в пространстве состояний моды 1 конденсата.

Будем считать, что фотонная подсистема является быстрой и ее эволюция адиабатически подчинена эволюции более медленной подсистемы атомарного конденсата. Это значит, что быстрый этап эволюции описывается лиувиллианом  $\Lambda_{\text{ph}}^{(1)}$  и завершается формированием «подчиненного» фотонного состояния. Для установления его вида рассмотрим действие лиувиллиана. Поскольку он

затрагивает только фотонную и вторую атомную моды, достаточно применить его к фрагментам слагаемых из суммы (4):

$$\begin{aligned} \Lambda_{\text{ph}}[|n_2\rangle \langle n_2'| \otimes \hat{\rho}_{\text{ph}}(n_2, n_2')] \\ = |n_2\rangle \langle n_2'| \otimes \Lambda_{\text{ph}}(n_2, n_2')[\hat{\rho}_{\text{ph}}(n_2, n_2')]. \end{aligned} \quad (5)$$

Действие введенного в (5) супероператора  $\Lambda_{\text{ph}}(n_2, n_2')$ , который относится уже только к фотонной подсистеме, очевидным образом следует из структуры (3). При определенном числе атомов  $n_2 = n_2'$  эволюция завершается глауберовским когерентным состоянием:

$$\Lambda_{\text{ph}}(n_2, n_2)[|\alpha(n_2)\rangle \langle \alpha(n_2)|] = 0. \quad (6)$$

Здесь

$$\alpha(n) = \frac{\Omega}{i(\Delta + gn) + \gamma}. \quad (7)$$

Поскольку это чистое квантовое состояние, отмеченная выше запутанность между атомной и фотонной подсистемами делает естественным рассмотрение действия  $\Lambda_{\text{ph}}(n_2, n_2')$  при  $n_2 \neq n_2'$  на фотонные операторы  $|\alpha(n_2)\rangle \langle \alpha(n_2')|$ , претендующие на место

$$\hat{\rho}_{\text{ph}}(n_2, n_2') = |\alpha(n_2)\rangle \langle \alpha(n_2')|$$

в (4). Они оказываются собственными для  $\Lambda_{\text{ph}}(n_2, n_2')$ :

$$\begin{aligned} \Lambda_{\text{ph}}(n_2, n_2')[|\alpha(n_2)\rangle \langle \alpha(n_2')|] \\ = \frac{-i\Omega^2 g(n_2 - n_2')}{[\gamma + i(\Delta + gn_2)][\gamma - i(\Delta + gn_2')]} |\alpha(n_2)\rangle \langle \alpha(n_2')|. \end{aligned} \quad (8)$$

Собственное значение оказывается функцией чисел  $n_2$  и  $n_2'$  и зануляется, как и следовало ожидать, при  $n_2 = n_2'$ .

В пределе  $gn_2, gn_2' \ll |\gamma + i\Delta|$  имеем

$$\begin{aligned} \frac{-i\Omega^2 g(n_2 - n_2')}{[\gamma + i(\Delta + gn_2)][\gamma - i(\Delta + gn_2')]} \\ \approx \frac{-i\Omega^2 g(n_2 - n_2')}{\Delta^2 + \gamma^2} \left[ 1 - \frac{g\Delta(n_2 + n_2')}{\Delta^2 + \gamma^2} - \frac{ig\gamma(n_2 - n_2')}{\Delta^2 + \gamma^2} \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

Преобразуя слагаемые из правой части к операторной форме, получаем следующее квантовое кинетическое уравнение для состояния атомарной подсистемы:

$$\frac{d}{dt}\hat{\rho}_{\text{at}} = -i[\hat{H}_{\text{at}}, \hat{\rho}_{\text{at}}] + 2v\hat{n}_2\hat{\rho}_{\text{at}}\hat{n}_2 - v\hat{n}_2^2\hat{\rho}_{\text{at}} - v\hat{\rho}_{\text{at}}\hat{n}_2^2. \quad (10)$$

Здесь введен статистический оператор атомов

$$\hat{\rho}_{\text{at}} = \text{Tr}_{\text{ph}}\hat{\rho} = \sum_{n_2, n_2'} \hat{\rho}_1(n_2, n_2') \langle \alpha(n_2') | \alpha(n_2) \rangle \otimes |n_2\rangle \langle n_2'|;$$

$\hat{H}_{\text{at}}$  – гамильтониан, описывающий изменение глубины ямы 2 и содержащий параметр взаимодействия атомов в этой яме:

$$\hat{H}_{\text{at}} = \hat{H}_{\text{at}}^{(0)} + \left( \frac{\Omega^2 g}{\Delta^2 + \gamma^2} + \delta\xi_2 \right) \hat{n}_2 + \delta\xi_2 \hat{n}_2 (\hat{n}_2 - 1), \quad (11)$$

где

$$\delta\xi_2 = -\Omega^2 g^2 \Delta / (\Delta^2 + \gamma^2)^2.$$

Возникающая поправка к межатомному взаимодействию в яме 2 меняет знак вместе с отстройкой  $\Delta$  частоты фотонной моды и частоты внешнего источника. Трехчленная структура Линдблада в (10) описывает разрушение когерентности между состояниями с разными числами атомов в яме 2 и, следовательно, фазовых соотношений между атомарными модами 1 и 2. Причиной является квантовая запутанность между атомами и фотонами. Поскольку фотонная подсистема обменивается информацией с окружением через канал необратимой потери квантов, существует потенциальная возможность спектральных измерений испущенного излучения. Спектральный сдвиг зависит от числа атомов в пучке, поэтому имеет место естественный процесс измерения числа атомов в яме 2, получивший отражение в (10) в виде дефазировки. Скорость дефазировки

$$v = \Omega^2 g^2 \gamma / (\Delta^2 + \gamma^2)^2.$$

Эффект дефазировки сопровождается любой сценарий оптического зондирования атомарных ансамблей в отдельных минимумах потенциала ловушки [10].

Наличие необратимого процесса приводит к существованию стационарного решения  $\hat{\rho}_{\text{at}}^{(\text{st})}$  уравнения (10). Этому стационарному решению соответствует следующее среднее число фотонов:

$$\bar{n}_{\text{ph}} = \sum_{n_2, n_2'} \langle n_2 | \text{Tr}_1 \hat{\rho}_{\text{at}}^{(\text{st})} | n_2' \rangle \alpha(n_2')^* \alpha(n_2). \quad (12)$$

Поскольку от выбора  $\bar{n}_{\text{ph}}$  неявно зависят параметры уравнения (10) и конфигурация второй атомарной моды, уравнение (12) в действительности представляет собой сложное уравнение на среднее число фотонов. При небольших отклонениях  $\hat{\rho}_{\text{at}}$  от  $\hat{\rho}_{\text{at}}^{(\text{st})}$  решение уравнения (12) можно использовать как исходный параметр в кинетическом уравнении.

### 3. Обсуждение

Предложенный механизм локальной оптической модификации параметра, ответственного за межатомное взаимодействие, не изменяет длины рассеяния атомов. По этой причине естественно говорить об имитации контроля этого взаимодействия. Сопутствующим явлением и неизбежной платой оказывается появление процесса, разрушающего фазовые корреляции между атомарными модами. Он модифицирует эффект межъямного туннелирования и может в ряде случаев оказаться нежелательным явлением. Поэтому предложенный механизм контроля межатомного взаимодействия не следует считать универсальным.

Докажем прямое родство эффективного изменения межатомного взаимодействия и явления «оптической пружины» в оптомеханике [8]. Как известно, базовая оптомеханическая модель исследует взаимодействие ко-

лебаний подвижного зеркала резонатора и фотонной моды через зависимость основной частоты моды от изменяющейся длины резонатора. В случае относительно небольшого изменения длины резонатора при движении зеркала соответствующее слагаемое в гамильтониане имеет вид  $G \hat{Q} \hat{a}^\dagger \hat{a}$ . Здесь  $G$  – константа с размерностью  $\text{см}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$ , а  $\hat{Q}$  – оператор координаты зеркала. Этот оператор фигурирует вместо числа атомов в яме 2 в нашей модели. Поправка в уравнение для координатной матрицы плотности  $\langle Q | \hat{\rho}_{\text{m}} | Q' \rangle$  подвижного зеркала (в пределе адиабатического подчинения быстрой фотонной эволюции медленной механической системе) приобретает по аналогии со вторым членом из круглых скобок (9) слагаемое, пропорциональное  $\Delta(Q^2 - Q'^2)$ . Это эквивалентно эффективному изменению жесткости подвески подвижного зеркала – «оптической пружины». В действительности не происходит каких-либо изменений упругих свойств подвески. В равной мере предложенный в настоящей работе эффект не связан с реальным изменением природы межатомного взаимодействия.

Оценим изменение энергии межатомного взаимодействия атомов  $^{87}\text{Rb}$ , вызванное изменением  $\xi_2$  (уравнение (11)). Пусть оптические ловушки созданы излучением с  $\lambda = 0.96$  мкм и имеют радиусы перетяжек, равные 10 мкм. Кольцевой резонатор (периметр 10 см) образован входным зеркалом с пропусканием  $\tau = 0.01$  (по интенсивности) и двумя плотными зеркалами. Скорость ухода фотонов из такого резонатора  $\gamma = 3 \times 10^7 \text{ с}^{-1}$ , а оптический потенциал атома при одном фотоне в резонаторе  $g = -0.1 \text{ с}^{-1}$ . Параметр  $\Omega$  удобно выразить через число фотонов в резонаторе  $N_{\text{ph}}$ :

$$\Omega^2 = N_{\text{ph}} (\Delta^2 + \gamma^2). \quad (13)$$

Пусть интенсивность входного излучения подобрана так, что количество фотонов в резонаторе  $N_{\text{ph}} = 10^8$ . Атомы  $^{87}\text{Rb}$  в поле такой оптической ловушки имеют радиальную и аксиальную частоты колебаний: 2.6 кГц и 47 Гц соответственно. Если бозе-конденсат содержит  $10^6$  атомов  $^{87}\text{Rb}$ , то энергия межатомного взаимодействия без учета эффектов «оптической пружины» составляет  $8 \times 10^4 \text{ с}^{-1}$  на один атом, согласно модели Томаса–Ферми. Учет эффектов «оптической пружины» изменяет  $\xi_2$  согласно уравнению (11). При оптимальной отстройке частоты излучения от частоты резонатора,  $\Delta = +\gamma(-\gamma)$ , эффект «оптической пружины» уменьшает (увеличивает) энергию межатомного взаимодействия примерно на 20%. Скорость дефазировки конденсата при этих параметрах  $v \approx 0.02 \text{ с}^{-1}$ .

### 4. Заключение

Результаты работы можно резюмировать следующим образом. Во-первых, показано возникновение квантовых корреляций (запутанности) между модой кольцевого резонатора, формирующего ловушку, и локализованным в этой ловушке атомарным конденсатом. Для этого потребовалось в явном виде ввести в рассматриваемую модель источник фотонов моды и механизм необратимого ухода фотонов из резонатора. Во-вторых, возникающие корреляции позволяют эффективно имитировать межатомное взаимодействие в локализованном конденсате и управлять его знаком и величиной, изменяя частоту внешнего источника излучения. Это явление в своей основе обнару-

живает сходство с «оптической пружиной». Приведенные оценки показывают заметный вклад эффективного межатомного взаимодействия на фоне реального. При этом неизбежная дефазировка, сопровождающая появление эффективного взаимодействия, достаточно мала в масштабе длительности типичного эксперимента с конденсатом. Существует возможность адресного изменения эффективного взаимодействия в одной из ям потенциала ловушки сложной конфигурации (как, например, на рисунке).

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 15-02-05754) и гранта Президента РФ государственной поддержки ведущих научных школ РФ № НШ-6898.2016.2.

1. Martellucci S., Chester A.N., Aspect A. *Bose-Einstein Condensates and Atom Lasers* (New York: Kluwer Acad. Publ., 2002).
2. Chin C., Grimm R., Julienne P., Tiesinga E. *Rev. Mod. Phys.*, **82**, 1225 (2010).
3. Anglin J. *Phys. Rev. Lett.*, **79**, 6 (1997).
4. Smerzi A., Fantoni S., Giovanazzi S., Shenoy S.R. *Phys. Rev. Lett.*, **79**, 4950 (1997).
5. Albiez M., Gati R., Fölling J., Hunsmann S., Cristiani M., Oberthaler M.K. *Phys. Rev. Lett.*, **95**, 010402 (2005).
6. Nesterenko V.O., Novikov A.N., Cherny A.Yu., de Souza Cruz F.F., Surau E. *J. Phys. B*, **42**, 235303 (2009); Nesterenko V.O., Novikov A.N., Surau E. *J. Phys. B*, **45**, 225303 (2012).
7. Berrada T. *Interferometry with Interacting Bose-Einstein Condensates in a Double-Well Potential*. Springer Theses (Vienna: Springer Intern. Publ., 2016).
8. Брагинский В. Б., Манукин А. Б. *ЖЭТФ*, **52**, 986 (1967) (*Sov. Phys. JETP*, **25**, 653 (1967)).
9. Aspelmeyer M., Kippenberg T. J., Marquardt F. *Rev. Mod. Phys.*, **86**, 1391 (2014).
10. Ильичев Л. В., Чаповский П. Л. *Письма в ЖЭТФ*, **102** (1), 18 (2015).