



Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. В. Можаровский, Д. С. Кузьменков, Методика определения параметров контакта индентора с ортотропным покрытием на упругом изотропном основании, *ПФМТ*, 2016, выпуск 4, 74–81

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.191.225.216

13 ноября 2024 г., 10:03:49



МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ КОНТАКТА ИНДЕНТОРА С ОРТОТРОПНЫМ ПОКРЫТИЕМ НА УПРУГОМ ИЗОТРОПНОМ ОСНОВАНИИ

В.В. Можаровский, Д.С. Кузьменков

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины

THE TECHNIQUE FOR DETERMINING THE PARAMETERS OF A CONTACT FOR INDENTER WITH THE ORTHOTROPIC COATING ON THE ELASTIC ISOTROPIC SUBSTRATE

V.V. Mozharovsky, D.S. Kuzmenkov

F. Scorina Gomel State University

Показана реализация статического контакта цилиндрического индентора с ортотропным покрытием на упругом изотропном основании. На основании разработанной теории расчета покрытий из композитов построена методика определения параметров контакта. Для исследования влияния свойств материала и толщины покрытия на параметры контакта была написана программа, по которой производился расчет для разных толщин покрытий. Построены диаграммы для определения параметров контакта (зоны контакта, давления, величины вдавливания) в зависимости от соотношений модулей упругости покрытия и основания. Исследовалась сходимость численных решений в зависимости от толщины покрытий и отношений свойств материала.

Ключевые слова: *параметры контакта, индентор, ортотропное покрытие, композит.*

The implementation of contact for indenter with the orthotropic coating on the elastic isotropic substrate is shown. Methods of determining the exposure parameters are built on the basis of the theory developed for calculating composite coatings. To investigate the influence of material properties and thickness of the coating on the contact parameters the program, on which the calculation was performed for different coating thickness, was written. Depending on the ratio of module of elasticity of the coating and base diagrams are constructed to determine the parameters of contact (contact area, pressure and values of the indentation). The convergence of numerical solutions depending on the thickness of the coatings and the relationship of material properties is studied.

Keywords: *contact parameters, indenter, orthotropic coating, composite.*

Введение

Перспективы прогресса в машиностроении и строительстве в основном связываются с разработкой и широким применением композиционных материалов (композитов).

Применение в мировой практике высокоскоростного и надежного промышленного транспорта с массивными шинами (автомобильные, электропогрузчики, подвесные канатные дороги, эскалаторы метро и др.), а также новых способов передачи движений требует создания новых армирующих материалов и инженерных методик расчета. Следует отметить, что кроме резин с армирующими элементами корда шин, широко применяются и другие материалы, например, полиуретаны для массивных шин, армированные композиты. Они выдерживают вдвое больше нагрузки по сравнению с резиновыми шинами, имеют более высокую износостойкость, малое сопротивление качению и т. д. Недостаточно изучено влияние конструктивной анизотропии на напряженно-деформированное состояние дорожного покрытия при силовом статическом и квазистатическом воздействии, что не позволяет обосновать практику их проектирования; не

существует сравнимых по эффективности методов расчета поведения конструкций из композитов при ударе по ним внешними объектами. При определении реакции на удар желательнее иметь критерий, позволяющий выяснить, как различные свойства мишени и параметры удара влияют на повреждение мишени. В связи с этим есть необходимость в разработке математической модели и компьютерных программ расчета напряжений при статическом (квазистатическом) взаимодействии индентора с упругим телом (или покрытием) из композита при различных физических параметрах ударного взаимодействия. Описанный в статье подход и направлен на решение этой проблемы.

В данном случае особенно важно исследовать механические свойства армированных материалов, работающих в процессе:

– контактного взаимодействия цилиндрического тела (моделирующие шину) и слоистого основания;

– зависимость напряженного состояния упругих тел из композитов (при квазистатическом контакте) от типа ориентации волокон материала, например, армированного кордом;

– широкий диапазон нагрузок и условий трения при эксплуатации.

Анализ применения анизотропных композиционных материалов нельзя производить без учета их взаимодействия с другими телами соприкосновения, а также материала матрицы и армирующих элементов, геометрии компонентов и структуры, и расположения компонентов. Важно учитывать и метод изготовления материала, что является весьма сложной и многопараметрической задачей.

Существует большое число различных способов моделирования расчета анизотропных волокнистых материалов при силовом квазистатическом воздействии [1]–[19]. Но, в основном, выделяются два наиболее значимых подхода, используемых при моделировании – это, например, аналитический подход [11], [12] и численный [1], [20]–[25]. В связи с этим возникает цель исследований – создание математических моделей и алгоритмов расчета напряженно-деформированного состояния слоистых систем при силовом статическом воздействии.

1 Методика определения параметров контакта

Рассмотрим случай контакта цилиндрического индентора с ортотропным покрытием на упругом изотропном основании. На основании разработанной теории расчета покрытий из композитов [7], [13]–[15], [16], [18] построена методика определения параметров контакта индентора с ортотропным покрытием на упругом изотропном основании. Для исследования влияния свойств материала и толщины покрытия на параметры контакта была составлена программа на ЭВМ, по которой производился расчет для разных толщин. Следует отметить, что впервые исследования о влиянии изотропного основания на изотропное покрытие было представлено в работе [9], а влияния изотропного основания для ортотропных покрытий представлено в работе [16] и ортотропного основания на изотропное покрытие – в работе [10]. Совсем недавно была защищена докторская диссертация [6], в которой более детально представлены результаты о влиянии различных параметров контактного взаимодействия индентора с покрытием (ортотропным, изотропным) на изотропном основании.

Естественно, на параметры контакта ортотропного покрытия влияют как все модули упругости, входящие в физические соотношения между деформациями и напряжениями, так и упругие постоянные основания. В качестве параметра, характеризующего упругие свойства ортотропного покрытия и упругие свойства изотропного основания, вводился параметр E_2/E , где E_2 – модуль упругости в направлении ортогональном к волокнам; E – модуль упругости

изотропного основания. На рисунках 1.1–1.3 приведены зависимости изменения параметров контакта – давления $\tilde{p} = p_m / p_0$ и зоны контакта

$$\tilde{a} = a / a_0 \text{ от } \alpha_{0x} = \frac{a}{h}, \text{ где } a_0 = \sqrt{\frac{2PR}{\pi m}},$$

$$m = \frac{1}{(\beta_1 + \beta_2)S_{22}}, \quad p_0 \text{ (задача типа Герца).}$$

Представленные результаты являются оценочными, они показывают качественное влияние упругих свойств материалов и их соотношений на параметры контакта и могут использоваться в инженерных расчетах (вычисления проводились согласно методики [14] и показывают практически идентичные результаты.)

Входящие в уравнение коэффициенты при плоской деформации равны [18]:

$$S_{11} = \frac{1 - \nu_{31}\nu_{13}}{E_1}; \quad S_{22} = \frac{1 - \nu_{32}\nu_{23}}{E_2};$$

$$S_{12} = \frac{-\nu_{12} - \nu_{13}\nu_{31}}{E_1}; \quad S_{66} = \frac{1}{G_{12}}.$$

При плоском напряженном состоянии выполняется:

$$\nu_{j3} = \nu_{3j} = 0, \quad j = \overline{1,2};$$

$$E_x = E_1, \quad E_y = E_2, \quad \nu_{xy} = \nu_{12}.$$

Здесь E_j , $j = \overline{1,2}$, G_{12} , ν_{ij} , $i, j = \overline{1,3}$, – технические характеристики (постоянные) материала.

Т. к. в данном случае коэффициенты $\beta_i = 1/\gamma_i$, то из свойства корней характеристического уравнения, получаем

$$\beta_1^2\beta_2^2 = \frac{S_{11}}{S_{22}}, \quad \beta_1^2 + \beta_2^2 = \frac{2S_{12} + S_{66}}{S_{22}},$$

где γ_i , $i = 1, 2$ – действительные корни характеристического уравнения:

$$\gamma_i = \sqrt{\frac{S_{66} + 2S_{12} \pm \sqrt{(S_{66} + 2S_{12})^2 - 4S_{11}S_{22}}}{2S_{11}}},$$

для изотропного покрытия $\beta_1 = \beta_2 = 1$.

На рисунке 1.1 приведена зависимость относительного давления p_m/p_0 от a/h при вдавливании жесткого цилиндрического штампа в ортотропное покрытие с модулем упругости E_2 для различных отношений упругих постоянных покрытия и основания:

$$0 - \frac{E_2}{E} = 1; \quad 1 - \frac{E_2}{E} = 0.2; \quad 2 - \frac{E_2}{E} = 0.05;$$

$$3 - \frac{E_2}{E} = 2.5; \quad 4 - \frac{E_2}{E} = 8.$$

На рисунке 1.2 приведена зависимость относительной полуширины площадки контакта a/a_0 от a/h . Условия и обозначения те же, что на рисунке 1.1:

$$0 - \frac{E_2}{E} = 1; \quad 1 - \frac{E_2}{E} = 0.2; \quad 2 - \frac{E_2}{E} = 0.05;$$

$$3 - \frac{E_2}{E} = 2.5; \quad 4 - \frac{E_2}{E} = 8; \quad 5 - \frac{E_2}{E} = 12;$$

$$6 - \frac{E_2}{E} = 16; \quad 7 - \frac{E_2}{E} = 24.$$

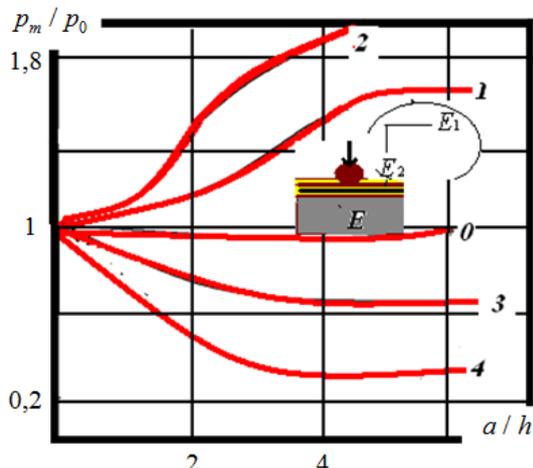


Рисунок 1.1 – Зависимость относительного давления p_m/p_0 от a/h

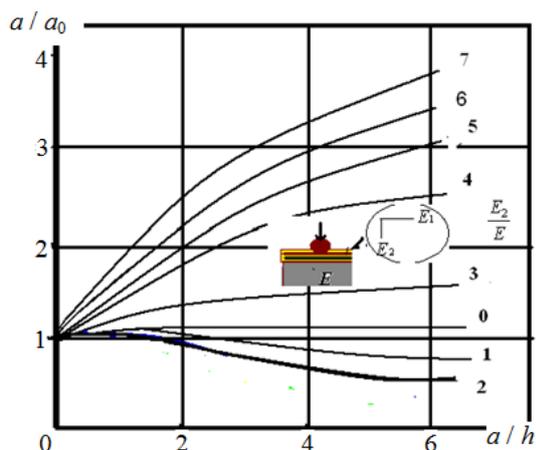


Рисунок 1.2 – Зависимость a/a_0 от a/h

На рисунке 1.3 приведена зависимость относительной величины вдавливания v от a/h .

Также исследовалась сходимость численных решений в зависимости от толщины покрытий и отношений свойств материала. Как видно из рисунков 1.1–1.3, очень сильно влияет на характер изменения давления параметр E_2/E и для некоторых случаев давление существенно отличается от «герцевского» (рисунок 1.4). Так, в результате численных расчетов было отмечено, что для разных отношений a/h , при отсутствии трения в области контакта, достаточно точно можно описать распределение давления зависимостью $p(x) = p_0(a^2 - x^2)^k$. Тогда, используя условие равновесия, имеем уравнение для определения зоны контакта:

$$P = p_{\max} \frac{\Gamma(k+1)\sqrt{\pi}}{\Gamma(k+1/2)(k+1/2)} a^{k+1},$$

(в частности, для $k=1$, $P = p_{\max} 4/3 a^3$; при $k=0.5$, $P = p_{\max} \pi a^2/2$), где Γ – гамма функция, k – параметр, определяющийся из таблицы 1.1, $0.5 \leq k \leq 1$.

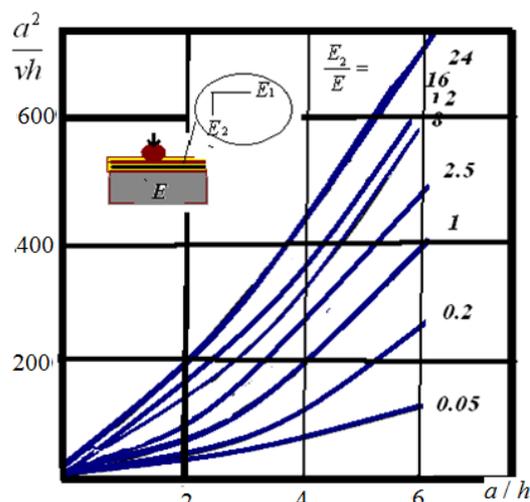


Рисунок 1.3 – Зависимость относительной величины вдавливания v от a/h

На рисунке 1.4 показано распределение давления для ортотропного покрытия на жестком основании. Профиль давления изменяется от эллиптического (при отношениях $a/h < 1$, $k \approx 0.5$) к параболическому (при $a/h > 10$, $k \approx 1$).

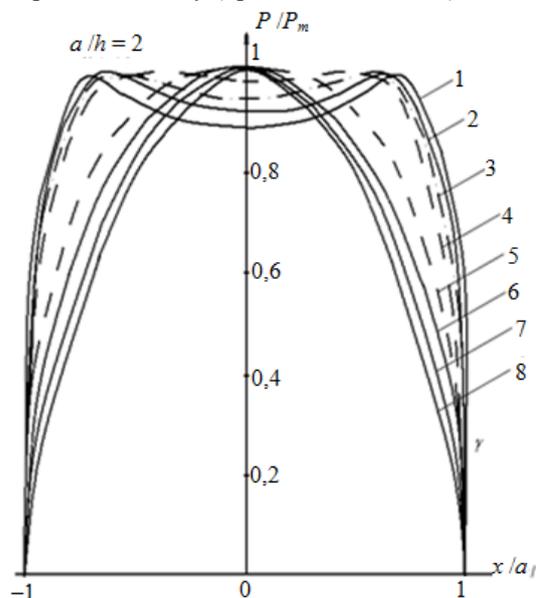


Рисунок 1.4 – Изменение профилей давления при вдавливании цилиндрического штампа в ортотропную полосу на упругом основании в зависимости от E . Кривые 1–8 соответствуют следующим значениям отношения E_2/E : 1 – 24; 2 – 16; 3 – 12; 4 – 8; 5 – 2,4; 6 – 1; 7 – 0,2; 8 – 0,05.

Таблица 1.1 – Значения коэффициентов k для определения закона распределения давления для разных соотношений $\alpha = a/h$

a/h	30	20	15	10	7	6	5	4	3
k	1	1	1	0,95	0,9	0,9	0,9	0,8	0,8
a/h	2	1,5	1	0,8	0,7	0,5	0,3	0,1	
k	0,7	0,65	0,55	0,55	0,55	0,5	0,5	0,5	

Расчеты показали, что упругие постоянные оказывают незначительное влияние на изменение профиля давления. Существенно влияние на изменения профиля давления оказывает соотношение a/h . Приведенные выше графические зависимости могут служить компонентами составляющих методик для выбора оценочных параметров покрытий из композитов при инженерном проектировании элементов деталей машин.

2 Напряженно-деформированное состояние в ортотропном теле

На основании аналитических выкладок, представленных в работе [13], построим программу реализации расчета напряжений в композите, свойства которого моделируем с помощью ортотропной полуплоскости. Напряжение в композите при ударе определяется с помощью вычислительных программ на основе граничных элементов. Считаем, что при квазистатическом ударе цилиндра по ортотропной поверхности давление в зоне контакта распределяется по следующему закону:

$$p(x) = p_0 \sqrt{(a^2 - x^2)},$$

где $p_0 = \frac{2P_{\max}}{\pi a}$, a – полуширина площадки контакта, $P_{\max} = P_1$.

Для определения напряжений в упругом ортотропном теле поверхность контакта разделяется на полосы. Тогда при достаточно большом количестве разбиений можно считать, что в отдельной полосе действует среднее постоянное давление p . Используя зависимости, определяющие напряжения при действии нормальных усилий $p(s)$, напряжения в произвольной точке определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{y}{\pi(\beta_1 - \beta_2)} \times \\ &\times \int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{1}{\beta_1^2(x-s)^2 + y^2} - \frac{1}{\beta_2^2(x-s)^2 + y^2} \right) p(s) ds; \\ \sigma_y &= \frac{y}{\pi(\beta_1 - \beta_2)} \times \\ &\times \int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{1}{(x-s)^2 + y^2/\beta_1^2} - \frac{1}{(x-s)^2 + y^2/\beta_2^2} \right) p(s) ds; \\ \tau_{xy} &= \frac{1}{\pi(\beta_1 - \beta_2)} \times \end{aligned}$$

$$\times \int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{x-s}{(x-s)^2 + y^2/\beta_1^2} - \frac{x-s}{(x-s)^2 + y^2/\beta_2^2} \right) p(s) ds;$$

где $[x_1, x_2]$ – область изменения давления; $x_1 \leq s \leq x_2$; s – координата вдоль оси x относительно начала координат.

Рассматривается дискретная аппроксимация распределенного давления на границе путем разбиения на n участков (граничные элементы). Нормальные напряжения на каждом граничном элементе принимаются постоянными.

Суммарное напряжение, действующее в теле, будет определяться следующим образом:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \sum_{i=1}^n (\sigma_x)_i; \quad \sigma_y = \sum_{i=1}^n (\sigma_y)_i; \\ \tau_{xy} &= \sum_{i=1}^n (\tau_{xy})_i. \end{aligned}$$

После преобразований и вычислений интегралов напряжения на i -ом участке вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} (\sigma_y)_i &= -\frac{1}{\pi} p(s_i) L_{0i}; \\ (\tau_{xy})_i &= -\frac{1}{\pi} p(s_i) L_{1i}; \\ (\sigma_x)_i &= -\frac{1}{\pi} p(s_i) L_{2i}; \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} L_{0i} &= \frac{1}{2(\beta_1 - \beta_2)} \left(\ln \left(B^2 + \frac{y^2}{\beta_1^2} \right) - \ln \left(A^2 + \frac{y^2}{\beta_1^2} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \ln \left(B^2 + \frac{y^2}{\beta_2^2} \right) + \ln \left(A^2 + \frac{y^2}{\beta_2^2} \right) \right); \\ L_{2i} &= \frac{1}{\beta_1 - \beta_2} \left(-\frac{1}{\beta_1} \left(\operatorname{arctg} \frac{\beta_1 B}{y} - \operatorname{arctg} \frac{\beta_1 A}{y} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{\beta_2} \left(\operatorname{arctg} \frac{\beta_2 A}{y} - \operatorname{arctg} \frac{\beta_2 B}{y} \right) \right); \end{aligned}$$

$$A = x - s_i + L; \quad B = x - s_i - L; \quad s_{i-1} \leq s_i \leq s_{i+1},$$

где L – полуширина граничного элемента.

3 Программная реализация

Разработана программа для исследования (определения напряжений) соударения цилиндрического индентора с упругим основанием из композиционного материала. Главное окно разработанной программы представлено на рисунке 3.1.

Например, рассчитаем касательное напряжение в композите при ударе цилиндрического индентора. Упругие постоянные волокна: $E_f = 380$ ГПа, $G_f = 13.7$ ГПа, $\nu_f = 0.2$, матрицы: $E_m = 70$ ГПа, $G_m = 26$ ГПа, $\nu_m = 0.34$, объемное содержание волокна в матрице $V_f = 0.8$, глубина $y = 0.5a$.

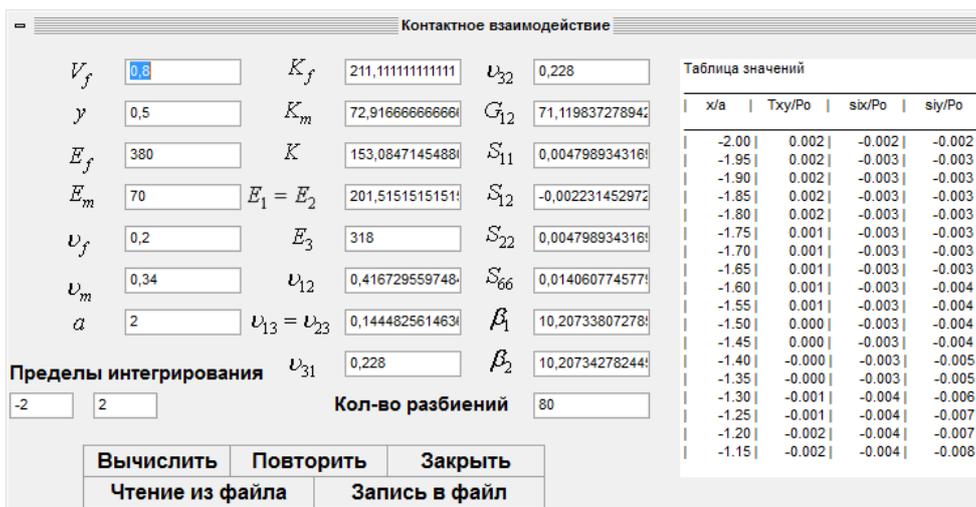


Рисунок 3.2 – Результаты расчетов в виде таблицы

По нажатию на клавишу «Вычислить» программа определяет напряжения и выводит результаты в виде таблицы (рисунок 3.2) и в графическом виде: будут построены графики зависимости σ_x / p_0 , σ_y / p_0 , τ_{xy} / p_0 от x/a (рисунки 3.3 и 3.4).

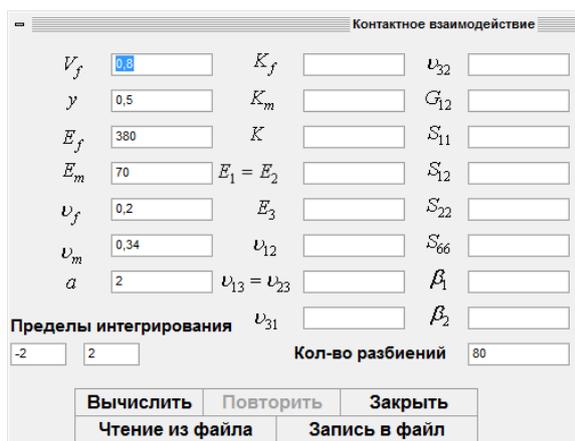


Рисунок 3.1 – Главное окно программы

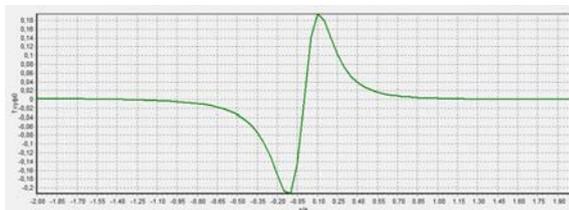


Рисунок 3.3 – График зависимости τ_{xy} / p_0 от x/a

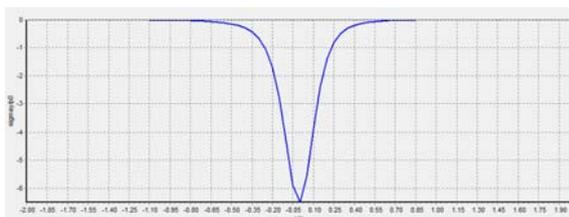


Рисунок 3.4 – График зависимости σ_y / p_0 от x/a

4 Исследование контакта металлического индентора с резиновым покрытием

Проведенные опыты включали: определение полуширины площадки контакта a и сближения δ в зависимости от нагрузки, толщины и объемной доли армировки. Испытания проводили на установке, смонтированной на базе установки типа «INSTRON». Материал для исследований составляет такую модель, которая имитирует упругие свойства шины. Процесс исследований состоял в виде следующей последовательности этапов: изготовление образцов контактирующих цилиндрических металлических инденторов и покрытий из резины (в том числе армированной), применяющейся для изготовления автопокрышек; исследование физико-механических свойств образцов; создание методики исследований; анализ влияния физико-механических и деформативных свойств покрытий в зависимости от действующих нагрузок.

Экспериментальное исследование проводили как для однородной резины, так и для армированной. Объемная доля металлического волокна составляла 0.06. На рисунке 4.1 показана схема проведения экспериментов и модель математической реализации, происходит внедрение цилиндра (ось вдоль волокон) в армированный лист резины брекера на жестком основании, индентор с $r = 20$ мм, $l = 23.5$ мм, экспериментальный образец $h = 2$ мм, $L = 20$ мм.

На рисунке 4.2 показаны теоретические данные расчета, которые сопоставимы с результатами эксперимента (рисунок 4.1).

Был проведен целый ряд экспериментов и получены результаты опытов, представлен математический аппарат расчета. Были апробированы предложенные методики и разработки в инженерных методах расчета образца автомобильной шины (рисунки 4.3 и 4.4).

В правой части рисунка 4.3 приведено изменение величины внедрения в зависимости от силы вдавливания, $r = 12.7$ мм.

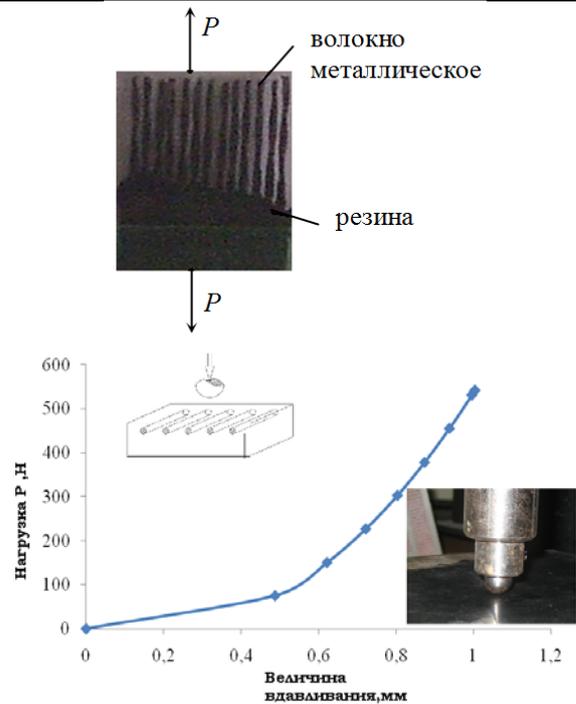


Рисунок 4.3 – Пример эксперимента внедрения шара в армированный лист резины брекера

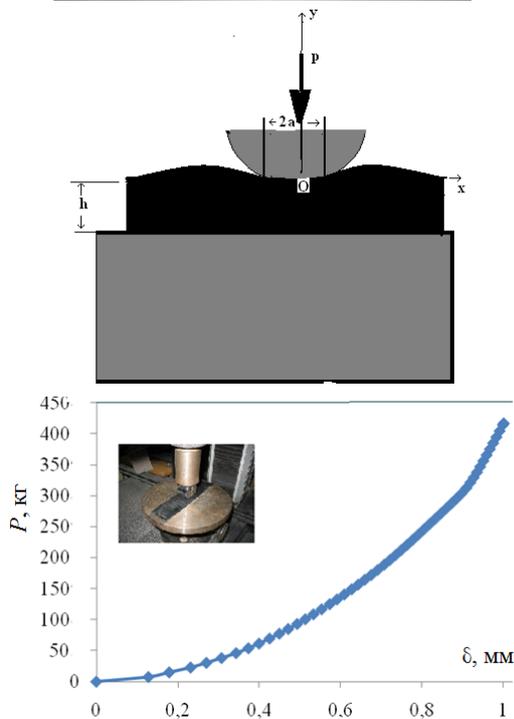


Рисунок 4.1 – Схема и результаты эксперимента

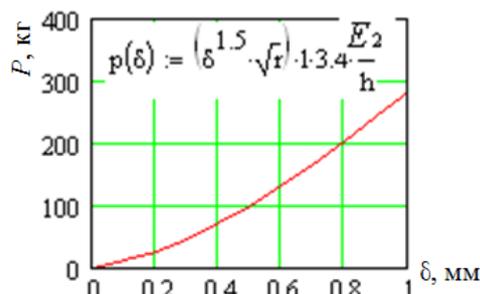


Рисунок 4.2 – Теоретический расчет изменения силы вдавливания цилиндра в покрытие от величины перемещения

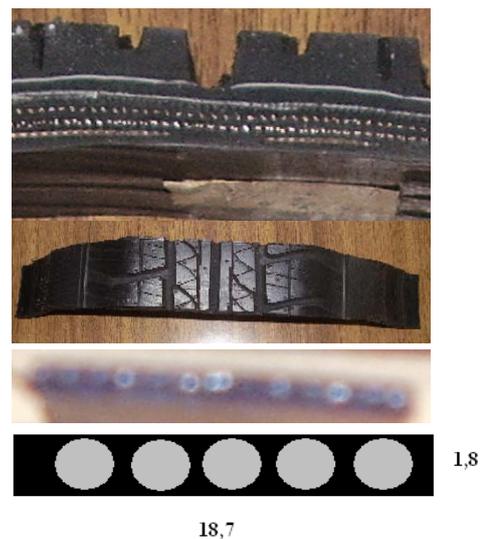


Рисунок 4.4 – Экспериментальные образцы для исследования деформации армированного покрытия в зависимости от силы нагружения для брекера шины

Исследования легко можно продолжить для определения зависимости максимальной силы удара и времени от объемного содержания волокна для различных способов расположения волокон в матрице, например, на рисунке 4.5 показана схематическая картина (представлена зависимость максимальной силы удара и времени удара от объемного содержания волокна для различных способов расположения волокон в матрице).

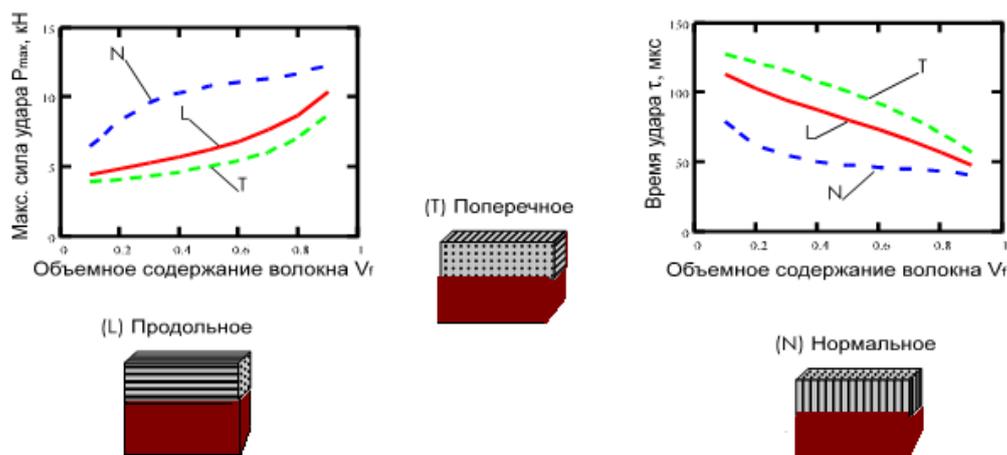


Рисунок 4.5 – Влияние объемного содержания волокна на параметры контакта

Заключение

Разработаны механико-математические модели контактного деформирования и методы реализации расчета напряженно-деформированного состояния тел из композитов с упругими покрытиями, в том числе из армированной резины при квазистатическом воздействии. Исследована зависимость напряженно-деформированного состояния от типа ориентации волокон и построена методика определения параметров контакта для тел с ортотропными покрытиями. Расчеты проводились с помощью разработанного программного модуля применительно к контакту цилиндрических тел из армированного материала. Осуществлена численная реализация методики по определению напряжений и перемещений в объемном теле применительно к контуру «шина-основание», предлагаемые методы дают возможность развития методик расчета слоистых конструкций на примере технических приложений, например, напряженно-деформированного состояния слоистых труб, применяющихся в промышленности и теплоэнергетике. Результаты могут использоваться в производстве и в учебном процессе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рыжов, С.А. Проектирование шин с использованием программного комплекса ABAQUS / С.А. Рыжов, К.А. Ильин, А.Н. Варюхин // САПР и графика. – 2006. – № 1. – С. 20–40.
2. Анализ контактного взаимодействия автомобильной шины с колесным диском и дорожным покрытием / В.В. Можаровский [и др.] // Доклады Белорусского конгресса механики: сборник научных трудов. – Минск, 2007. – С. 135–142.
3. Wang, H. Combined effect of moving wheel loading and three-dimensional contact stresses on perpetual pavement responses / H. Wang., I.L. Al-Qadi // Transportation research record. – 2009. – Vol. 2095. – P. 53–61.

4. Giannakopoulos, A.E. Indentation of solids with gradients in elastic properties / A.E. Giannakopoulos, S. Suresh // Axisymmetric indentors. Int. J. Solids Struct. – 1977. – № 34. – P. 2393–2428.

5. Peijian, C. Thermo-contact mechanics of rigid cylindrical stamps sliding on a finite graded-Layer / C. Peijian, C. Shaohua // Acta Mech. – 2012. – Vol. 223. – P. 2647–2665.

6. Caroline Bagault. Mechanical contact for layered anisotropic materials using a semi-analytical method. Other. INSA de Lyon, 2013. English. NNT : 2013ISAL0014 <tel-00940377> PhD. THESIS-2013 [Электронный ресурс] / Caroline Bagault. Режим доступа: <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00940377/document> Дата доступа: 01.06.2016.

7. Напряженно-деформированное состояние композиционных покрытий в трибологических системах / В.В. Можаровский [и др.] // Трение и износ. – 2001. – Т. 22, № 4. – С. 379–385.

8. Можаровский, В.В. Определение напряженно-деформированного состояния слоистых неоднородных тел / В.В. Можаровский, Е.М. Березовская // Теоретическая и прикладная механика: научно-технический сборник / Донецкий национальный университет редкол.: Н.И. Березкина (отв. ред.) [и др.]. – Харьков, 2001. – Вып. 34. – С. 3–9.

9. Гупта, П.К. Распределение напряжений при плоской деформации слоистого упругого тела под действием произвольной граничной нагрузки / П.К. Гупта, Ж.А. Валовит, Е.Ф. Финкин // Проблемы трения и смазки. – 1973. – № 4. – С. 61–67.

10. Можаровский, В.В. Напряженное состояние упругого ортотропного основания с однородным покрытием с учетом трения / В.В. Можаровский, Н.А. Рогачева // Трение и износ. – 1999. – Т. 20, № 5. – С. 471–479.

11. Тарнопольский, Ю.М. Особенности расчета деталей из армированных пластиков / Ю.М. Тарнопольский, А.В. Розе. – 2-е изд., перераб. – Рига: Зинатне, 1969. – 274 с.

12. Лехницкий, С.Г. Теория упругости анизотропного тела / С.Г. Лехницкий. – М.: Наука, 1977. – 416 с.
13. Pleskachevsky, Yu.M. Mathematical models of quasi-static interaction between fibrous composite bodies / Yu.M. Pleskachevsky, V.V. Mozharovsky, Yu.F. Rouba // Proc. Int. Conf. Computational methods in contact mechanics III, Madrid, July 3–5, 1997. – Madrid, 1997. – P. 363–372.
14. Можаровский, В.В. Математическое моделирование нано-контактного взаимодействия ортотропных тел / В.В. Можаровский, Н.А. Марьяна // Проблемы физики, математики и техники. – 2010. – № 2 (3). – С. 47–53.
15. Можаровский, В.В. Математическое моделирование взаимодействия цилиндрического индентора с волокнистым композиционным материалом / В.В. Можаровский, И.В. Смотренко // Трение и износ. – 1996. – Т. 17, № 6. – С. 24–32.
16. Можаровский, В.В. Плоские контактные задачи для анизотропных покрытий с учетом трения / В.В. Можаровский // Трение и износ. – 1992. – № 5. – С. 825–836.
17. Марьин, С.А. Напряженно-деформированное состояние слоистой трубы из ортотропных материалов / С.А. Марьин, В.В. Можаровский // Материалы. Технологии. Инструменты. – 2004. – Т. 9, № 3. – С. 16–21.
18. Можаровский, В.В. Прикладная механика слоистых тел из композитов / В.В. Можаровский, В.Е. Старжинский. – Минск: Наука, 1988. – 280 с.
19. Можаровский, В.В. О расчете напряженного состояния покрытий из функционально-градиентных и термочувствительных материалов / В.В. Можаровский, Е.М. Березовская // Известия Гомельского государственного университета им. Ф. Скорины. – 2014. – № 3 (84). – С. 86–92.
20. Можаровский, В.В. Численная реализация методики по определению напряжений и перемещений в объемном теле применительно к техническим приложениям / В.В. Можаровский, Д.С. Кузьменков // Известия Гомельского государственного университета им. Ф. Скорины. – 2014. – № 6 (87). – С. 161–166.
21. Можаровский, В.В. Разработка инженерных методов расчета слоистых трибологических систем из композиционных материалов с учетом функционально-градиентных и термочувствительных свойств / В.В. Можаровский, Н.А. Марьяна, Д.С. Кузьменков // Математичні проблеми механіки неоднорідних структур: сборник докладів, Львів, 15–19 вересня 2014 г. / Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Пидстригача НАН України. – Львів, 2014. – С. 128–129.
22. Можаровский, В.В. Методика, реализующая определение напряжений и перемещений в объемном теле при заданных областях контакта и действующем давлении / В.В. Можаровский, Д.С. Кузьменков // Математичні проблеми механіки неоднорідних структур: сборник докладів, Львів, 15–19 вересня 2014 г. / Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Пидстригача НАН України. – Львів, 2014. – С. 68–70.
23. Можаровский, В.В. Расчет напряженно-деформированного состояния объемного тела при действующем давлении и при заданных областях контакта / В.В. Можаровский, Д.С. Кузьменков // Математическое и имитационное моделирование систем: материалы конференции МОДС '2014', Украина, Чернигов, с. Жукин, 23–27 июня 2014 г. – Чернигов, 2014. – С. 167–171.
24. Можаровский, В.В. Расчет напряженно-деформированного состояния покрытий из функционально-градиентных и термочувствительных материалов / В.В. Можаровский, Е.М. Березовская, Т.М. Дёмова // Математическое и имитационное моделирование систем: материалы конференции МОДС '2014', Украина, Чернигов, с. Жукин, 23–27 июня 2014 г. – Чернигов, 2014. – С. 161–165.
25. Методика расчета напряженного состояния слоистых трибологических систем из композиционных материалов с учетом функционально-градиентных и термочувствительных свойств / В.В. Можаровский [и др.] // Современные проблемы машиноведения (научные чтения, посвященные П.О. Сухому) Машиноведение-2014: материалы X Международной научно-технической конференции, Гомель, 23–24 октября, 2014 г. – Гомель, 2014. – С. 63–64.

Поступила в редакцию 04.07.16.