



Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

К. В. Брушлинский, Н. А. Чмыхова, О равновесии плазмы в магнитном поле ловушек – галатей, *Матем. моделирование*, 2010, том 22, номер 6, 3–14

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.145.88.104

10 января 2025 г., 14:16:55



## О РАВНОВЕСИИ ПЛАЗМЫ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ ЛОВУШЕК - ГАЛАТЕЙ

© 2010 г. *К.В. Брушлинский<sup>1</sup>, Н.А. Чмыхова<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва

<sup>2</sup>Национальный исследовательский университет - МИФИ, Москва

e-mail: island.n@gmail.com

Работа выполнена при поддержке РФФИ (Грант № 09-01-00181)

Предложена математическая модель квазиравновесной плазменной конфигурации, окружающей проводник с током в магнитной ловушке – «галатее» и отстоящей от него на конечном расстоянии. Она формируется на начальной стадии процесса при возрастании электрического тока в проводнике, а затем медленно разрушается в результате слабой диффузии магнитного поля в плазме высокой проводимости. МГД-модели строго равновесной конфигурации такого типа не существует.

Ключевые слова: плазма, магнитное поле, проводник.

## ON THE PLASMA EQUILIBRIUM IN THE GALATEA – TRAP MAGNETIC FIELD

*K.V. Brushlinsky<sup>1</sup>, N.A. Chmykhova<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Keldysh Institute for Applied Mathematics, RAS, Moscow

<sup>2</sup>National Research Nuclear University – MEPhI, Moscow

A mathematical model of quasiequilibrium plasma configuration is considered around the current carrying wire in the «galatea» magnetic trap. It is separated by a finite distance from the conductor. The configuration may be formed at the initial stage of the process by means of electric current increasing in the wire. Thereafter the weak diffusion of magnetic field in the high conductive plasma destroys it slowly. MHD-models of strongly equilibrium such configurations don't exist.

Key words: plasma, magnetic field, conductor.

### Введение

Удержание плазмы магнитным полем – одна из основных проблем в программах управляемого термоядерного синтеза. С ней связаны разработки и исследования различных магнитных ловушек, чаще всего тороидальных, среди которых наиболее известны токамак и стелларатор. Специальный интерес представляют ловушки – «галатей», предложенные А.И.Морозовым [1]. Если в токамаке магнитное поле создается в основном электрическим током в плазме, а в стеллараторе – проводниками, расположенными на периферии ловушки вне плазмы, то в галатеех токнесущие проводники погружены в плазменный объем. В результате появляется возможность сделать геометрию магнитного поля в ловушках более разнообразной и, как следствие, ожидать более высоких параметров удержания.

Основное назначение ловушки – удерживать магнитным полем плазменную конфигурацию в состоянии равновесия, или по крайней мере достаточно долго, чтобы в ней могли произойти необходимые реакции синтеза легких элементов. Поэтому такие конфигурации становятся объектом распространенных исследований – теоретических, экспериментальных и численных. Последние составляют существенную часть исследований и говорят о значительной роли, которую играют в них математическое моделирование и расчеты с привлечением современных вычислительных комплексов. Работы в этой области можно сгруппировать в три основных направления. Во-первых, модели формирования конфигурации в ловушке, которые имеют дело с численным решением задач магнитной газодинамики (МГД). Состояние равновесия, как правило, устанавливается в процессе решения нестационарной задачи. Во-вторых, плазмостатические модели равновесия в магнитном поле, рассматривающие конфигурацию вне зависимости от истории её создания. В двумерных задачах, использующих какую-либо симметрию ловушек, аппарат таких моделей сводится к одному скалярному эллиптическому дифференциальному уравнению второго порядка с нелинейной правой частью – уравнению Грэда – Шафранова. Краевые задачи с этим уравнением содержат нетривиальные вопросы существования и единственности решений.

Помимо математической плазмостатики эти вопросы актуальны в теории горения и в широком классе других моделей взаимодействия процессов реакции и диффузии. В третьих, много внимания уделено вопросам МГД-устойчивости равновесных конфигураций. С положением дел в упомянутых вопросах и обширной библиографией можно ознакомиться, например, в обзорах [1-3] и монографиях [4-6].

В настоящей работе рассмотрен важный для ловушек-галатей вопрос о взаимодействии плазмы с погруженным в нее проводником. Очевидно, проводник может существовать в течение интересующего нас времени лишь в том случае, если он изолирован от основной массы горячей плазмы. Изолировать его, т.е. удержать плазму на конечном расстоянии от него, можно только магнитным полем, ибо только оно является эффективным инструментом удержания в ловушках. Таким образом, окрестность одного отдельно взятого проводника с током есть общий элемент любой ловушки – галатеи. Чтобы исключить второстепенные детали, относящиеся к особенностям конкретных ловушек, рассмотрена простейшая геометрия этого элемента – прямой плазменный цилиндр с коаксиальным проводником конечного диаметра в центре.

В разделе 1 рассмотрена плазмостатическая модель, которая может дать множество простых ответов на поставленный вопрос. Однако излишняя простота обязана недоопределенности постановки задачи, которая требует исследования формирования конфигурации. В разделе 2 изложена одномерная плазмодинамическая модель окрестности проводника и в разделе 3 показано, что строго равновесных изолированных от него конфигураций в этой модели не существует. В разделе 4 предложена модель формирования конфигурации в нестационарной задаче при возрастании тока в проводнике. Она существует в квазиравновесном режиме и медленно разрушается в процессе диффузии магнитного поля в плазме высокой проводимости.

### **1. Плазмостатическая модель**

Модель равновесного состояния плазменной конфигурации в магнитном поле в предположении какой-либо ее симметрии строится в терминах краевой задачи с уравнени-

ем типа Грэда-Шафранова [7,8] – двумерного эллиптического полулинейного уравнения второго порядка

$$\Delta\psi + g(\psi) = 0. \quad (1.1)$$

Здесь  $\Delta$  – оператор Лапласа в декартовых, цилиндрических или винтовых координатах, а правая часть<sup>1</sup>

$$g(\psi) = 4\pi \frac{dp}{d\psi} + \left(\frac{4\pi}{c}\right)^2 I \frac{dI}{d\psi} \quad (1.2)$$

содержит функции  $p(\psi)$  и  $I(\psi)$ , характеризующие распределение давления и электрического тока между магнитными поверхностями  $\psi = \text{const}$  [6]. В качестве примеров укажем модели распрямленных в цилиндр аналогов тороидальных ловушек «Пояса» с двумя прямолинейными проводниками [9,10] и «Стелларатор – галатей» с тремя винтовыми проводниками [11]. Неизвестной величиной является функция «полоидального»<sup>2</sup> магнитного потока  $\psi$ , такая, что (в плоском случае)

$$H_x = \frac{\partial\psi}{\partial y}; \quad H_y = -\frac{\partial\psi}{\partial x}. \quad (1.3)$$

Конкретный вид функций  $p(\psi)$  и  $I(\psi)$  не следует, строго говоря, из постановки задачи и задается достаточно произвольно, исходя из требований к искомой конфигурации или из какой-либо информации, полученной на основе экспериментальных данных. Этот произвол и связанная с ним фактическая недоопределенность задачи позволяют легко строить модели конфигураций с желаемыми свойствами. В частности, чтобы изолировать проводник от основной массы плазмы, достаточно задать функцию  $p(\psi)$  немонотонной с максимумом на заранее избранной линии уровня  $\psi = \text{const}$ . Действительно, из условия равенства нулю нормальной компоненты поля  $H_n = 0$  на границе проводника следует, что на этой границе  $\psi = \text{const}$ . Остальные  $\psi$ -линии в окрестности проводника окружают его, и значение  $\psi$  монотонно убывает при удалении от него. Следовательно, немонотонность функции  $p(\psi)$  означает ее немонотонность по отношению к расстоянию от проводника, т.е. убывание давления при удалении от избранного места его максимума как в сторону проводника, так и на периферии ловушки. В упомянутых выше примерах  $I \equiv 0$  в первом из них и  $I = \text{const}$  – во втором<sup>3</sup>. Давление имеет вид

$$p(\psi) = p_0 e^{-\left(\frac{\psi - \psi_0}{a}\right)^2},$$

<sup>1</sup> Она приведена в декартовых координатах, а в остальных случаях несущественно отличается от (1.2) коэффициентами, зависящими от криволинейных координат

<sup>2</sup> Ортогонального оси цилиндра

<sup>3</sup> Электрический ток в плазме направлен вдоль оси  $z$  и винтовых координатных линий соответственно

где  $q \ll 1$ , и плазма сосредоточена в основном вдоль линии  $\psi = \psi_0$ , в качестве которой может быть выбрана, например, сепаратриса сложной конфигурации магнитного поля [12].

Рассчитанные в таких моделях равновесные конфигурации изолированы от токонесущих проводников. Однако полученный результат обязан указанной выше недоопределенности постановки задачи и вытекающей из нее свободы распорядиться выбором функции  $p(\psi)$ . Остается нерешенным вопрос о том, каким образом сформировать найденную конфигурацию. Этот вопрос рассмотрен ниже в простейшем случае одномерной задачи в цилиндрической окрестности одного прямолинейного проводника конечного диаметра. Делается попытка получить искомую конфигурацию кольцевого сечения методом установления в плазмодинамической модели, учитывающей конечную проводимость плазмы.

## 2. Плазмодинамическая модель окрестности проводника

Динамику плазмы в цилиндре с проводником в центре достаточно рассмотреть в одномерной модели на основе задач с уравнениями магнитной газодинамики:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial p V_r}{r \partial r} &= 0, \\ \rho \frac{dV}{dt} + \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{c} j H &= 0, \\ \rho \frac{d\varepsilon}{dt} + p \frac{\partial V_r}{r \partial r} &= \frac{j^2}{\sigma} - Q, \\ \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial H V}{\partial r} &= \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{j}{\sigma} \right), \\ p &= (\gamma - 1) \rho \varepsilon; \quad \varepsilon = c_V T; \quad V = V_r; \quad H = H_\varphi; \\ j &= j_z = \frac{c}{4\pi} \frac{\partial H_r}{r \partial r}; \quad \frac{d}{dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + V \frac{\partial}{\partial r} \end{aligned} \tag{2.2}$$

в кольцевой области  $r_c < r < R$ , где  $r_c$  и  $R$  – радиусы соответственно проводника и внешней границы цилиндра. Поскольку интерес представляют равновесные конфигурации, необходимо нейтрализовать джоулев нагрев  $j^2/\sigma$ , который постоянно имеет место при конечной проводимости  $\sigma < \infty$ . С этой целью в правую часть уравнения энергии (2.1) введено слагаемое  $Q$  [9]. Ему можно придать смысл, например, излучения и рассмотреть два варианта конкретной реализации. Во-первых, проще всего положить

$$\frac{j^2}{\sigma} - Q \equiv 0 \tag{2.2}$$

тождественно. Тогда описываемые уравнениями (2.1) процессы имеют адиабатический характер:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{p}{\rho^\gamma} \right) = 0$$

и при однородном начальном состоянии среды

$$\frac{p}{p_0} = \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma. \quad (2.3)$$

Другой вариант – задать «излучение» по закону «черного тела». В этом случае в равновесии должно быть

$$\frac{j^2}{\sigma} = Q_0 \rho^2 T^4, \quad (2.4)$$

что играет роль «равновесного» уравнения состояния вместо (2.3).

Ту же цель – ориентироваться на равновесие – имеют в виду граничные условия задачи, не зависящие от времени. Пусть на внутренней и внешней границах заданы условия непротекания и напряженность азимутального поля  $H$ , соответствующая постоянным величинам осевого тока в круглом проводнике  $I_c$  и в плазменном объеме  $I_{pl}$ :

$$\begin{aligned} r = r_c; \quad V = 0; \quad H &= \frac{2I_c}{cr_c}, \\ r = R; \quad V = 0; \quad H &= \frac{2(I_c + I_{pl})}{cR}. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Начальные условия в динамической задаче о формировании равновесной конфигурации можно задать достаточно произвольно, например, в простой и естественной форме

$$t = 0: \quad V = 0; \quad \rho = \rho_0; \quad T = T_0; \quad H = \frac{2I_c}{cr}, \quad (2.6)$$

где  $\rho_0$  и  $T_0$  – известные постоянные значения плотности и температуры. Эти условия соответствуют состоянию покоя, при котором в плазме отсутствует электрический ток:  $\partial(Hr)/\partial r = 0$ . Заданный полный ток в плазме  $I_{pl} > 0$  участвует в граничном условии (2.5), и разрыв поля  $H$  при  $t=0$ ,  $r=R$  означает, что этот ток первоначально сосредоточен только на поверхности цилиндра («скинированный» ток). Его взаимодействие с азимутальным полем проводника создает радиальную силу Ампера  $(\mathbf{j} \times \mathbf{H})_r = -jH$ , которая играет роль «магнитного поршня» и ускоряет плазму в сторону оси цилиндра. При конечной проводимости ( $\sigma < \infty$ ) магнитное поле и ток диффундируют со временем в плазму, и сила Ампера приобретает объемный характер. Впрочем, разрыв поля не является обязательным элементом постановки задачи, т.к. его можно сгладить в начальных условиях (2.6), распределив плазменный электрический ток в периферийной части цилиндра и согласовав с условием (2.5)

Представим изложенную задачу в безразмерной форме. Единицами длины, плотности и температуры естественно сделать радиус цилиндра и начальные значения (2.6), а напряженности магнитного поля – поле тока  $I_c$  на расстоянии  $R$  от оси:

$$r_u = R; \quad \rho_u = \rho_0; \quad T_u = T_0; \quad H_u = \frac{2I_c}{cR}. \quad (2.7)$$

Давление, внутреннюю энергию, скорость (следовательно, время) и плотность электрического тока удобно измерять в «магнитных» единицах [6]

$$p_u = \frac{H_u^2}{4\pi}; \quad V_u^2 = \varepsilon_u = \frac{H_u^2}{4\pi\rho_u}; \quad t_u = \frac{R}{V_u}; \quad j_u = \frac{cH_u}{4\pi R}. \quad (2.8)$$

Задача (2.1), (2.5), (2.6) имеет следующий безразмерный вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial p V r}{r \partial r} &= 0, \\ \rho \frac{dV}{dt} + \frac{\partial p}{\partial r} + jH &= 0, \\ \rho \frac{d\varepsilon}{dt} + p \frac{\partial V r}{r \partial r} &= v j^2 - Q, \\ \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial H V}{\partial r} &= \frac{\partial}{\partial r}(v j), \\ p = (\gamma - 1)\rho\varepsilon &= \frac{\beta}{2}\rho T; \quad j = \frac{\partial H r}{r \partial r}; \quad Q = Q_0 \rho^2 T^4, \quad r_c < r < 1 \end{aligned} \quad (2.9)$$

с граничными и начальными условиями.

$$\text{При } r = r_c: \quad V = 0; \quad H = \frac{1}{r_c}.$$

$$\text{При } r = 1: \quad V = 0; \quad H = H_\Gamma = 1 + \frac{I_{pl}}{I_c} > 1. \quad (2.10)$$

$$\text{При } t = 0: \quad V = 0; \quad \rho = 1; \quad T = 1; \quad H = \frac{1}{r}.$$

Она содержит безразмерные параметры: два традиционных для МГД-моделирования течений плазмы [6]

$$\beta = \frac{8\pi\rho_0}{H_u^2}; \quad v = \frac{1}{\text{Re}_m} = \frac{c^2}{4\pi\sigma R V_u}$$

– отношение характерных значений газового  $p_0 = (\gamma - 1)c_V\rho_0 T_0$  и «магнитного»  $H_u^2/4\pi$  давлений и «магнитную вязкость»  $v$ , обратную магнитному числу Рейнольдса  $\text{Re}_m$ ; ещё три параметра связаны с конкретными деталями рассматриваемой задачи

$$r_c; \quad H_\Gamma - 1 = \frac{I_{pl}}{I_c}; \quad Q_0$$

– отношения радиусов проводника и цилиндра, заданных токов в плазме и проводнике, а также количественная характеристика искусственно введенного в задачу «излучения».

### 3. МГД-равновесие в окрестности проводника

Нестационарную задачу (2.9) - (2.10) можно без труда решить численно<sup>1</sup>. В решении устанавливается со временем равновесный режим, обязанный независимым от времени статическим граничным условиям (2.5) и искусственному излучению  $Q$ , нейтрализующему постоянный приток джоулева тепла. Одномерное равновесие описывается уравнениями, следующими из (2.9) при  $\partial/\partial t \equiv 0$ ,  $V \equiv 0$ :

$$\frac{dp}{dr} + jH = 0; \quad vj^2 - Q = 0; \quad \frac{d}{dr}vj = 0. \quad (3.1)$$

Отсюда видно, что  $vj \equiv \text{const}$  и, следовательно, электрический ток в окружающей проводник плазме не меняет направления. Магнитное поле  $H=H_\phi$  в окрестности проводника определяется главным образом постоянным током  $I_c$  и поэтому также не меняет знака. Отсюда следует, что в рассматриваемой окрестности  $dp/dr < 0$ , т.е. давление плазмы растет в направлении проводника, и немонотонность  $p(r)$ , необходимая для локальной изоляции проводника, допускаемая в плазмостатической модели (§2), не может иметь места в строгом МГД-равновесии плазмы конечной проводимости.

Равновесная конфигурация сосредоточена непосредственно у проводника, на поверхности которого давление плазмы максимально. Эта конфигурация может представлять интерес в каких-то других вопросах, поэтому остановимся на её описании в терминах уравнений (3.1). Их решение находится в явном виде, если предположить проводимость плазмы постоянной:  $v \equiv \text{const}$  [14]. В этом случае  $j \equiv \text{const}$  и с учетом граничных условий (2.10) для  $H$

$$Hr = 1 + \frac{j}{2}(r^2 - r_c^2); \quad \frac{j}{2} = \frac{Hr - 1}{1 - r_c^2}. \quad (3.2)$$

Из (3.1) и (3.2) получим

$$p(r) = C + j \left( 1 - \frac{jr_c^2}{2} \right) \ln \frac{1}{r} + \frac{j^2}{4} (1 - r^2). \quad (3.3)$$

Константа интегрирования  $C=p(1)$  не может быть определена из строго статической постановки задачи, где давление присутствует только в виде производной  $dp/dr$ . Найти ее можно, если привлечь к рассмотрению процесс установления и использовать закон сохранения массы: из первого уравнения (2.9), начальных и граничных условий следует

$$\int_{r_c}^1 \rho(t, r) r dr = \int_{r_c}^1 \rho(0, r) r dr = \frac{1 - r_c^2}{2}. \quad (3.4)$$

В установившемся равновесии нужно выразить  $\rho$  через  $p$ , подставить его в (3.4) и из полученного равенства определить неизвестное значение  $C$ . Связь  $\rho$  и  $p$  зависит от типа

<sup>1</sup> Приведенные ниже результаты получены с помощью численного метода коррекции потоков Бориса – Бука [13].

«излучения»  $Q$ . Если  $Q \equiv vj^2$ , то, как сказано выше, процесс установления адиабатичен и

$$p = \frac{\beta}{2} \rho^\gamma. \quad (3.5)$$

Если  $Q = Q_0 \rho^2 T^4$ , то в установившемся равновесии  $Q_0 \rho^2 T^4 = vj^2$ ,  $p = (\beta/2) \rho T$ , откуда

$$Q_0 p^4 = \left(\frac{\beta}{2}\right)^4 v j^2 \rho^2. \quad (3.6)$$

Изложенная схема решения имеет смысл лишь в том случае, если  $C=p(1) \geq 0$ . Плазма занимает при этом весь объем цилиндра.

Нетрудно проверить, что при убывании параметра  $\beta$  или возрастании величины  $H_\Gamma$  на границе (т.е. при возрастании электрического тока в проводнике  $I_c$  или плазме  $I_p$ ) значение  $C$  убывает. Существует пороговое значение  $\beta^*$ , зависящее от  $H_\Gamma$ , при достижении которого константа  $C$  обращается в нуль, а при  $\beta < \beta^*(H_\Gamma)$  становится отрицательной. В этом случае плазма может занимать не весь объем цилиндра, а лишь его часть, примыкающую к проводнику  $r_c < r < r_1$ , окруженную вакуумом при  $r_1 < r < 1$ . Расчет равновесия при  $\beta < \beta^*$  не принципиально усложняется. В вакууме тока нет:  $v = \infty$ ,  $j = 0$ . Вместо формул (3.2), (3.3) имеют место

$$Hr = \begin{cases} 1 + \frac{j}{2}(r^2 - r_c^2) & \text{при } r < r_1; \\ 1 & \text{при } r > r_1 \end{cases}; \quad \frac{j}{2} = \frac{H_\Gamma - 1}{r_1^2 - r_c^2}, \quad (3.7)$$

$$p = \begin{cases} j \left( 1 - \frac{j r_c^2}{2} \right) \ln \frac{r_1}{r} + \frac{j^2}{4} (r_1^2 - r^2), & r < r_1, \\ 0, & r > r_1. \end{cases} \quad (3.8)$$

Радиус  $r_1$  границы плазма – вакуум зависит от  $\beta$  и  $H_\Gamma$  и играет здесь роль константы интегрирования, которая определяется, как и выше, из закона сохранения

$$\int_{r_c}^{r_1} p r dr = \frac{1 - r_c^2}{2}. \quad (3.9)$$

При  $\beta = \beta^*$ , очевидно,  $r_1 = 1$ , т.е. граница плазмы совпадает с границей цилиндра, и при  $\beta > \beta^*$  следует вернуться к формулам (3.2) – (3.3).

#### 4. Квазиравновесная модель конфигурации

Построенные решения задачи о равновесии магнитоплазменной конфигурации обладают тем свойством, что при всех вариантах постановки задачи и значений параметров плазма не изолирована от проводника: давление  $p(r)$  монотонно убывает с радиусом, поскольку ток  $j$  и поле  $H$  – одного знака. Этот результат не связан с одномерностью за-

дачи: в двумерной плоской МГД-модели с конечной проводимостью из уравнения индукции (диффузии) магнитного поля в равновесии следует

$$\text{rot} \mathbf{j} = 0, \quad \text{т.е.} \quad \frac{\partial v_j}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial v_j}{\partial y} = 0, \quad v_j = \text{const}.$$

Это значит, что ток  $j_z$  не меняет знак во всем объеме конфигурации. Магнитное поле вблизи проводника индуцировано постоянным током в нем и тоже не меняет направление. Следовательно, сила Ампера  $\mathbf{j} \times \mathbf{H}$  здесь всегда направлена в сторону проводника.

Изолировать проводник от плазмы можно с помощью тока обратного направления, которого, как сказано выше, нет в строго равновесной конфигурации. Однако его можно индуцировать в нестационарном процессе с помощью возрастающего со временем тока в проводнике, на что обращено внимание в работе [10], посвященной численному моделированию конфигурации типа «галатея – пояс». Исходя из этого, можно предложить следующий режим формирования конфигурации, окружающей прямолинейный проводник с током. Пусть ток в проводнике непрерывно (например, линейно) возрастает со временем на начальной стадии процесса при  $0 < t < t_1$  от нуля до заданной величины  $I_c$ , а затем остается постоянным. В обсуждаемой здесь математической модели это отразится в граничном при  $r=r_c$  и начальном условиях для магнитного поля:

$$H(t, r_c) = \begin{cases} \frac{t}{t_1 r_c}, & 0 < t < t_1, \\ \frac{1}{r_c}, & t > t_1, \end{cases} \quad (4.1)$$

$$H(0, r) = 0.$$

В численном решении задачи (2.9) с условиями (4.1) действительно образуются токи в плазме разных знаков у внутренней и внешней границ области. В результате плазма движется от границ и образует конфигурацию кольцевого сечения, отделенную от них. Она не является и, как сказано выше, не может являться строго равновесной, поскольку разрушается в процессе диффузии магнитного поля. Однако проводимость  $\sigma$  горячей плазмы достаточно велика, поэтому скорость диффузии мала ( $v \ll 1$ ), и процесс разрушения конфигурации идет достаточно медленно. По той же причине магнитное поле, заданное на границах, медленно проникает внутрь области, и в образовавшейся кольцевой зоне значения  $H(t, r)$  заметно ниже, чем у границ. Конфигурация в начале процесса формирования напоминает «фигуру равновесия» без магнитного поля, окруженную полем в вакууме [1,2,6]. Таким образом, при высокой проводимости плазмы магнитоплазменная конфигурация кольцевого сечения, образовавшаяся за конечное время порядка  $t_1$ , может существовать в квазиравновесном состоянии в течение длительного по сравнению с  $t_1$  времени. Кроме того, в расчетах установлено, что время её существования можно дополнительно продлить, если со временем уменьшить или выключить ток в плазме, т.е. уменьшить значение напряженности поля на внешней границе от значения  $H=H_T > 1$  до  $H=1$ :

$$H(t,1) = \begin{cases} H_T, & 0 < t < t_{21} \\ \frac{H_T(t_{22}-t)+t-t_{21}}{t_{22}-t_{21}}, & t_{21} < t < t_{22} \\ 1, & t > t_{22} \end{cases} \quad (4.2)$$

Численное решение нестационарной задачи (2.9) привело к следующим результатам. Во-первых, при стационарных граничных условиях (2.10) в решении, очевидно, устанавливаются равновесные режимы, изложенные в разделе 3, соответствующие выбору «излучения»  $Q$  и значений параметров  $\beta$ ,  $\nu$  и  $H_T$ .

Нестационарные варианты задачи с граничными условиями (4.1) рассчитаны при значениях  $\beta=0.5$ ,  $\nu_{pl}=0.04$ ,  $\nu_{vac}=2.0$ ,  $H_T=1.67$ . Первые два из них завышены по сравнению с возможными значениями в плазме ловушек с целью избежать малых параметров и связанных с ними особенностей задачи, однако даже при этих значениях предложенная модель правильно отразила тенденцию процесса формирования искомой конфигурации.

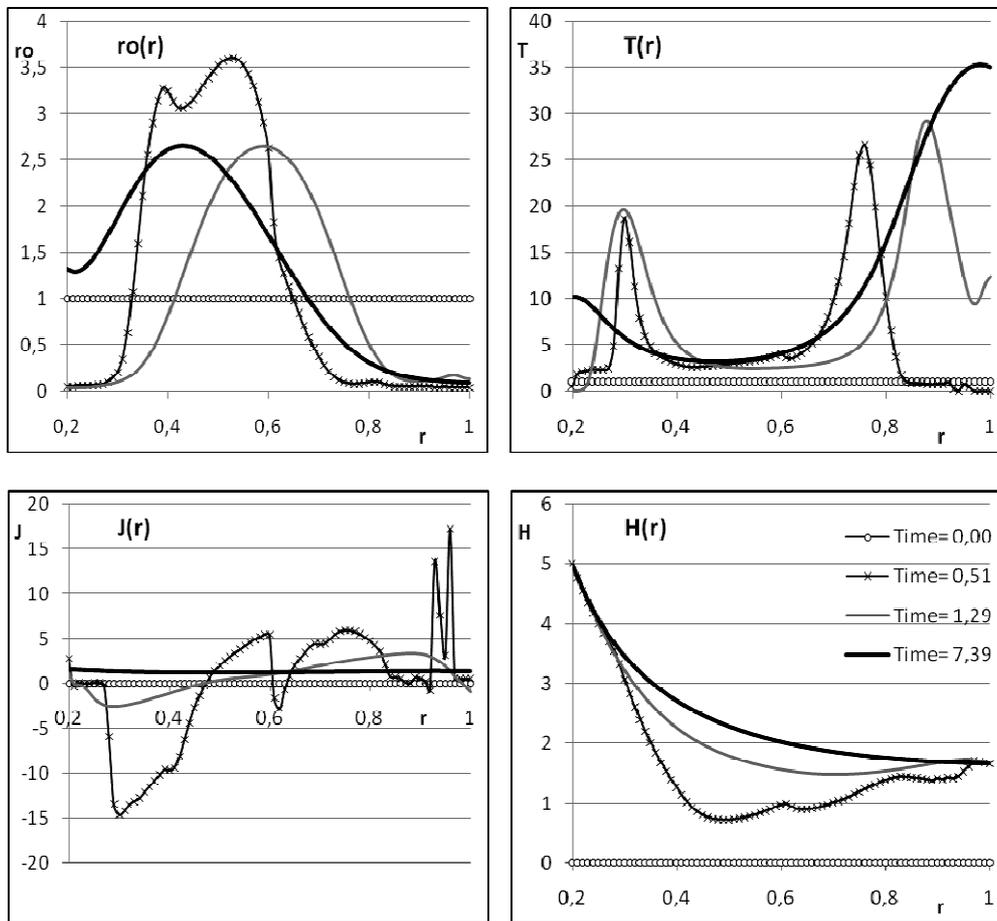


Рис.1. Эволюция квазиравновесной конфигурации при  $H(1)=H_T$ .

В уравнении (2.9) положено  $Q \equiv 0$ , т.к. это искусственно введенная функция служила установлению строгого равновесия. На рис.1 приведены графики плотности, температуры, напряженности магнитного поля и плотности электрического тока в различные моменты времени, полученные в расчетах задачи с граничными условиями (4.1) для поля. Расчеты показали, что в начале процесса магнитное поле действительно сосредоточено вблизи границ области. Здесь же возникает электрический ток разных направлений в плазме и имеет место максимум температуры, обусловленный джоулевым нагревом. Геометрия конфигурации характеризуется графиком плотности. Она сохраняет свою кольцевую форму и отделена от проводника в течение времени, на порядок превосходящего время формирования. На рис.2 – те же величины, полученные в расчетах с дополнительной модификацией граничного условия (4.2) на внешней границе, соответствующей выключению тока в плазме при  $t-t_2 \sim 0.2$ . Время существования конфигурации удалось увеличить ещё примерно втрое.

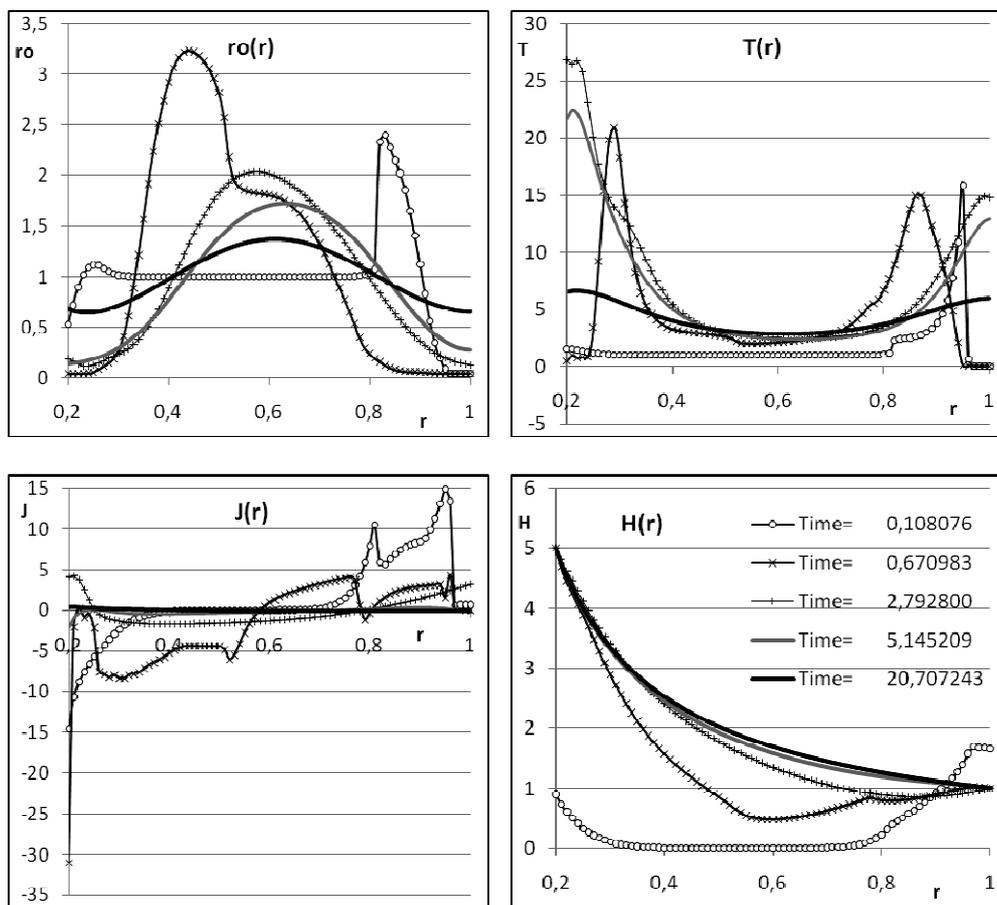


Рис.2. Эволюция квазиравновесной конфигурации с внешним граничным условием (4.2).

Таким образом, расчеты, выполненные в простейшей одномерной постановке МГД-задачи с модельными значениями основных параметров подтвердили предложенную концепцию формирования плазменных конфигураций, которые изолированы от проводников, погруженных в рабочий объем магнитных ловушек.

Авторы тепло и благодарно вспоминают полезные обсуждения рассмотренной модели и постановки задачи с А.И.Морозовым.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Морозов А.И., Савельев В.В. О галатях – ловушках с погруженными в плазму проводниками // Усп. физ. наук, 1998, т.168, №11, с.1153-1194.
2. Брушлинский К.В., Савельев В.В. Магнитные ловушки для удержания плазмы // Матем. моделирование, 1999, т.11, №5, с.3-36.
3. Костомаров Д.П., Медведев С.Ю., Сычугов Д.Ю. Математическое моделирование МГД-равновесия плазмы // Матем. Моделирование, 2008, т.20, №5, с.3-34.
4. Днестровский Ю.Н., Костомаров Д.П. Математическое моделирование плазмы. – М.: Наука, 1982, 320 с.
5. Морозов А.И. Введение в плазмодинамику. – М.: Физматлит, 2008, 616 с.
6. Брушлинский К.В. Математические и вычислительные задачи магнитной газодинамики. – М.: БИНОМ, Лаборатория знаний, 2009, 200 с.
7. Шафранов В.Д. О равновесных магнитогиродинамических конфигурациях // ЖЭТФ, 1957, т.33, вып.3(9), с.710-722.
8. Grad H., Rubin H. Hydromagnetic equilibria and force-free fields // Columbia Univ. Press, N.Y. 1959, Proc. 2<sup>nd</sup> United Nations Int.Conf. on the Peaceful Uses of Atomic Energy, Geneva, v.31, p.190.
9. Брушлинский К.В., Горшенин К.П. Плоская МГД-модель образования плазменной конфигурации с погруженными в нее проводниками // Матем. моделирование, 1997, т.9, №5, с.28-36.
10. Дудникова Г.И., Морозов А.И., Федорук М.П. Численное моделирование прямых плазменных конфигураций – галатей типа «Пояс» // Физ. плазмы, 1997, т.23, №5, с.387-396.
11. Брушлинский К.В., Зуева Н.М., Михайлова М.С., Морозов А.И. и др. Численное моделирование прямых винтовых шнуров с проводниками, погруженными в плазму // Физ. плазмы, 1994, т.20, №3, с.284-292.
12. Брушлинский К.В., Морозов А.И., Петровская Н.Б. Численное моделирование равновесной винтовой конфигурации с плазмой на сепаратрисе // Матем. моделирование, 1998, т.10, №11, с.29-36.
13. Оран Э., Борис Дж. Численное моделирование реагирующих потоков. – М.: Мир, 1990, 660 с.
14. Брушлинский К.В., Зализняк О.И., Чмыхова Н.А. Динамика и равновесие плазмы в окрестности проводника с током // Научная сессия МИФИ-2007. Сб. научн. трудов, т.7, с.94-95.

Поступила в редакцию 09.07.09.