



Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. А. Титов, Г. И. Шишкин, В. В. Яковлев, А. П. Хрипунов, И. В. Першин, Математическое моделирование процесса диффузии водорода в сварных швах при наличии включений, *Матем. моделирование*, 1991, том 3, номер 3, 27–35

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.118.208.127

9 января 2025 г., 14:47:57



ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ В НАУКЕ И ТЕХНИКЕ

УДК 621.791.01:548.5

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ДИФФУЗИИ ВОДОРОДА В СВАРНЫХ ШВАХ ПРИ НАЛИЧИИ ВКЛЮЧЕНИЙ

© В.А. Титов, Г.И. Шишкин, В.В. Яковлев, А.П. Хрипунов, И.В. Першин

Институт математики и механики УрО АН СССР, Свердловск
ПО "Уралмаш", Свердловск

Стандартные численные методы решения задачи дифракции водорода в окрестности пор малых размеров непригодны для определения концентрации водорода (в частности, величины давления водорода в поре). Разработан численный метод решения, позволяющий получить величины концентрации и потока водорода в пору с точностью, зависящей лишь от ресурса ЭВМ и не зависящей от размера поры. Проведен анализ некоторых технологических режимов термообработки деталей.

THE MATHEMATICAL MODELLING OF HYDROGEN DIFFUSION PROCESS IN WELDING JOINTS WITH INCLUSIONS

V.A. Titov, G.I. Shishkin, V.V. Yakovlev, A.P. Khripunov, I.V. Pershin

Using the classical numerical methods for solving of hydrogen diffusion problem in the neighbourhood of small pore does not allow to calculate hydrogen concentration (for example, pressure of hydrogen). The numerical method which allows to obtain the values of concentration and flow of hydrogen into pore is developed. Precision of the numerical solution depends on the number of knots and does not depend on size of the pore. Technological thermal regimes are investigated.

1. Введение. Процесс диффузии вещества (а также процесс теплопроводности) в окрестности малых включений является достаточно общим элементом многих технологических процессов. Поэтому решение практических и теоретических задач часто определяется точностью расчетов этого процесса. К такого рода процессам относится и процесс диффузии водорода в поры металла при сварке.

Дуговая сварка – высокотемпературный технологический процесс, на всех стадиях которого осуществляется взаимодействие металла с азотом, кислородом и водородом воздуха. Знание закономерностей этого взаимодействия необходимо для обеспечения заданного качества сварных изделий, так как газы оказывают большое влияние на склонность швов к образованию горячих и холодных трещин. Экспериментально исследовать это взаимодействие затруднительно ввиду сложности самого процесса сварки. В последнее время для исследования таких процессов успешно применяется метод вычислительного эксперимента [1].

До настоящего времени нет единого мнения о величине давления газа (водорода) в порах, образующихся в металле шва при сварке. В [2] указывается, что в металле шва с содержанием водорода $0,7 \text{ см}^3/100 \text{ г}$ давление H_2 должно возрасти до сотен атмосфер (десятков мегапаскалей) для сплавов железа и быть около одной атмосферы ($101,3 \text{ кПа}$) для сплавов алюминия. Такую большую разницу в давлениях авторы объясняют диффузионной подвижностью водорода.

Моделируя охлаждение сварочного шва с различными скоростями до комнатной температуры, в [3] расчетным путем определяли давление водорода. Показано, что давление увеличивается с 510 до 6570 кПа и с 6870 до 33335 кПа , соответственно, для пор диаметром 1 мм и $0,1 \text{ мм}$, причем с увеличением скорости охлаждения давление падает. Концентрация водорода в сварочной ванне $35 \text{ см}^3/100 \text{ г}$. Авторы [4] оценивали величину давления H_2 , необходимую для инициирования разрушения металла шва и околошовной зоны после сварки. За опасный уровень давления водорода в микрополостях размером менее $0,5 \text{ мм}$, расположенных в зоне термовлияния, принято давление порядка $1 \cdot 10^3 \text{ МПа}$. Показано, что после полного остывания сварного соединения давление на два порядка ниже порогового значения и не превышает $36,5 \text{ МПа}$.

Экспериментальные замеры парциального давления H_2 в порах объемом $4,8; 3,2; 0,7 \text{ мм}^3$ показали, что оно равно $131,7, 202,6$ и $101,3 \text{ кПа}$ соответственно [5].

В математическом плане задача исследования процесса диффузии водорода при наличии включений (пор достаточно малого диаметра) относится к задачам с особенностями решения. Погрешность приближенного решения, полученного с помощью стандартных разностных методов, зависит от размера включения и становится сколь угодно большой при стремлении размера включения к нулю для ЭВМ со сколь угодно большим объемом памяти [6].

Необходимо отметить, что при конечном размере поры (порядка миллиметра) величина давления водорода в поре, рассчитанная по стандартным численным методам, хорошо согласуется с экспериментом. Это дает уверенность исследователям, проводя аналогичные расчеты по стандартным программам и для пор малых диаметров, считать правильными полученные результаты. Так, по результатам некоторых исследований, выполненных в 70-х годах (см., например, [7]), давление в порах размера 10^{-7} м достигает нескольких тысяч атмосфер.

Таким образом, имеется достаточно большой разброс в оценке величины давления водорода в порах металла, определенной расчетным и экспериментальным путем.

В данной работе предложена специальная разностная схема для решения задачи определения концентрации водорода в порах металла, равномерно относительно размера поры сходящаяся к точному решению соответствующей дифференциальной задачи. Расчеты, проведенные по предложенной методике, показывают, что давление водорода в порах металлах любого размера не превышает десятка атмосфер.

С использованием разработанного метода проведен анализ некоторых технологических режимов (определение величины давления водорода в поре) сварки и термообработки деталей. Используется математическая модель процесса диффузии водорода в металле шва, предложенная в [7].

2. Математическая модель процесса диффузии водорода вблизи включений. Уравнение диффузии в сферической системе координат, начало которой совпадает с центром поры, записывается в виде

$$\frac{\partial}{\partial t} C(r, t) = \frac{\partial}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 D(\theta) \frac{\partial}{\partial r} C(r, t)), \quad a < r < A, \quad 0 < t \leq T, \quad (1)$$

где $C(r, t)$ — концентрация растворенного в металле водорода, $\text{м}^3/\text{кг}$; $D(\theta)$ — коэффициент диффузии водорода в металле шва, $\text{м}^2/\text{с}$; θ — температура метал-

ла, K ; a — размер поры, m ; A — радиус сферы, окружающей пору, m ; T — время процесса диффузии, s .

На границах расчетной области задаются следующие достаточно общие условия:

$$\alpha_0 D(\theta) \frac{\partial}{\partial r} C(r, t) + \beta_0 C(r, t) |_{r=a} = q_0(t), \quad (2)$$

$$-\alpha_1 D(\theta) \frac{\partial}{\partial r} C(r, t) + \beta_1 C(r, t) |_{r=A} = q_1(t), \quad (3)$$

где $\alpha_0, \alpha_1, \beta_0, \beta_1$ — некоторые неотрицательные числа, а $q_0(t)$ и $q_1(t)$ — заданные функции. Кроме того, в начальный момент времени задается концентрация растворенного в металле водорода:

$$C(r, t) |_{t=0} = C_0(r), \quad 0 \leq r \leq A. \quad (4)$$

Система уравнений и условий (1)–(4) есть математическая модель процесса диффузии водорода вблизи поры. Ее решение позволяет определить концентрацию водорода в любой момент времени в любой точке расчетной области. Следует заметить, что граничные условия (2), (3) записаны в самом общем виде. Из них выбором постоянных $\alpha_0, \alpha_1, \beta_0, \beta_1$ и вида функций $q_0(t)$ и $q_1(t)$ можно получить граничные условия разного типа, в частности рассмотренные в [7].

3. Сеточная аппроксимация задачи о диффузии водорода. Прежде чем приступить к построению разностной схемы для решения задачи (1)–(4), проведем качественный анализ ее аналитического решения.

Изменение концентрации водорода вблизи границы поры происходит намного быстрее, чем ее изменение на внешней границе расчетной области. Поэтому для построения разностной схемы, позволяющей точно рассчитать величину потока водорода на границе поры, можно вместо задачи (1)–(4) рассмотреть ее же, заменив граничное условие (3) условием

$$C(r, t) |_{r=A} = C_0(A, t). \quad (5)$$

При достаточно больших значениях T и при $q_0(t) \rightarrow q_0, C_0(A, t) \rightarrow C_0$ для $t \rightarrow \infty$ решение задачи (1), (2), (4), (5) стремится к решению стационарной задачи

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 D(\theta) \frac{d}{dr} C(r)) = 0, \quad a < r < A,$$

$$\alpha_0 D(\theta) \frac{d}{dr} C(r) + \beta_0 C(r) |_{r=a} = q_0, \quad (6)$$

$$C(r) |_{r=A} = C_0.$$

Все трудности, возникающие при численном решении задачи (1)–(4), можно проследить при решении задачи (6).

При коэффициенте диффузии $D(\theta)$, не зависящем от температуры θ , решением задачи (6) является функция

$$C(r) = M_1 \frac{a}{r} + M_2,$$

где постоянные M_1 и M_2 находятся из граничных условий задачи (6).

Здесь и далее через M_i обозначаем постоянные величины, не зависящие от a . Производные от решения

$$\frac{d^k}{dr^k} C(r) = M_3 a r^{-k-1},$$

где $M_3 = (-1)^k k! M_1$ при значениях r , близких к a , становятся сколь угодно большими при малых размерах поры. Такое поведение решения вызывает затруднения при численном исследовании таких задач [6].

Для решения задачи (6) рассмотрим две разностные схемы: стандартную разностную и специальную. В качестве стандартной схемы рассмотрим монотонную схему А.А. Самарского.

1. Монотонная схема Самарского. Для решения задачи (6) формально применим схему Самарского [8, с. 195], которая, вообще говоря, предназначена для решения задач без особенностей. Разностные сетки по r и t выбираем равномерными.

Ради удобства считаем

$$\alpha_0 = 0, \quad \beta_0 = 1, \quad C_0 = 0, \quad q_0 = 1 - a, \quad A = 1, \quad (7)$$

но уравнение возьмем не однородное, а с правой частью $f(r)$ вида

$$f(r) = - \frac{12a}{1-a^3} r.$$

В этом случае точное решение задачи (6) и его производная будут следующими:

$$C(r) = \frac{a}{r} - \frac{a}{1-a^3} r^3 + \frac{a^4}{1-a^3}, \quad C'(r) = - \frac{a}{r^2} - \frac{3a}{1-a^3} r^2. \quad (8)$$

Проведена серия расчетов с различными значениями $a = 10^{-3} \div 10^{-6}$ и различным числом узлов J разностной сетки по $r = 10 \div 10^4$. Задача решалась методом установления. Сравнивались величины приближенного решения и разностных производных с их точными значениями, определяемыми по формулам (8). Результаты расчетов приведены в табл. 1 и 2. В табл. 1 приведена погрешность приближенного решения

$$\delta_0(a, J) = \max_{1 \leq i \leq J} |z_i - C(r_i)|,$$

при различных значениях a и J . Здесь $C(r_i)$ — точное решение задачи (6), определяемое по формуле (8), в точке r_i ; z_i — приближенное решение задачи (6) в точке r_i , полученное по схеме Самарского ($r_i = a + ih$, $h = (A - a)J^{-1}$).

Таблица 1

Значение погрешности приближенного решения, полученного по стандартной схеме

$J \backslash a$	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}
10^2	$0,848 \cdot 10^{-4}$	$0,109 \cdot 10^{-2}$	$0,329 \cdot 10^0$	$0,382 \cdot 10^0$	$0,388 \cdot 10^0$	$0,388 \cdot 10^0$
10^3	$0,848 \cdot 10^{-5}$	$0,121 \cdot 10^{-1}$	$0,112 \cdot 10^0$	$0,322 \cdot 10^0$	$0,385 \cdot 10^0$	$0,391 \cdot 10^0$
10^4	$0,911 \cdot 10^{-6}$	$0,121 \cdot 10^{-2}$	$0,124 \cdot 10^{-1}$	$0,112 \cdot 10^0$	$0,332 \cdot 10^0$	$0,385 \cdot 10^0$

Таблица 2

Значение погрешности производной от решения по стандартной схеме

$J \backslash a$	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}
10^2	$0,436 \cdot 10^0$	$0,139 \cdot 10^2$	$0,498 \cdot 10^2$	$0,598 \cdot 10^2$	$0,610 \cdot 10^2$	$0,611 \cdot 10^2$
10^3	$0,501 \cdot 10^{-1}$	$0,420 \cdot 10^1$	$0,137 \cdot 10^3$	$0,494 \cdot 10^3$	$0,595 \cdot 10^3$	$0,606 \cdot 10^3$
10^4	$0,508 \cdot 10^{-2}$	$0,491 \cdot 10^0$	$0,420 \cdot 10^2$	$0,138 \cdot 10^4$	$0,494 \cdot 10^4$	$0,595 \cdot 10^4$

В табл. 2 приведено значение погрешности производной от решения:

$$\delta_1(a, J) = \max_{1 \leq i \leq J} \left| \frac{d}{dr} C(r_i) - \delta_{\bar{r}} z_i \right|.$$

Здесь $\delta_{\bar{r}} z_i = (z_i - z_{i-1})h^{-1}$ (разность назад).

Из рассмотрения табл. 1 видно, что для любого числа узлов разностной сетки (до $J = 10^4$) найдется такой размер поры, что ошибка полученного решения будет не ниже 38%.

Из табл. 2 следует, что производные решения вычисляются с еще большей ошибкой, причем ошибка увеличивается с увеличением числа узлов разностной сетки. Так как значение производной (поток водорода в пору) входит в математическую модель процесса диффузии водорода, то применение этой схемы дает большие ошибки в определении величины давления водорода в порах металла.

Поэтому возникает проблема построения такой разностной схемы, по которой можно получить решение (концентрацию водорода в металле), точность которого не зависела бы от величины диаметра поры, а зависела бы только от узлов разностной сетки. Речь идет о построении схемы, аппроксимирующей равномерно по параметру (размеру поры) как само решение задачи, так и его первую производную. Такие схемы назовем специальными.

2. Специальная разностная схема. Как было указано выше, решение задачи (6) ведет себя (в главном), как ar^{-1} , и при малых значениях размера поры имеет особенность типа степенного пограничного слоя. Следуя идее метода подгонки (см., например, [6], [9]), строим для решения задачи (6) такую разностную схему, чтобы решение задачи (6), описывающее пограничный слой (ar^{-1}), являлось решением разностного однородного уравнения. Нетрудно проверить, что на равномерной сетке такой схемой будет следующая:

$$\delta_{\bar{r}} z_i + \frac{2}{r_i} \delta_{\bar{r}} z_i = f_i, \quad 1 < i < J. \quad (9)$$

Не представляет труда построить схему подгонки и на неравномерной сетке.

Так как в исходной задаче требуется точная величина производной от решения на границе поры, то возникает вопрос об аппроксимации производных. Используем следующую аппроксимацию производных (на равномерной сетке):

$$\frac{d}{dr} C(r_i) = \gamma_i \delta_{\bar{r}} z_i, \quad (10)$$

где $\gamma_i = 1 - h[a + (i-1)h]^{-1}$.

Заметим, что если использовать для аппроксимации центральную разность, то γ_i нужно определить следующим образом:

$$\gamma_i = 1 - h^2[a + (i-1)h]^{-1}.$$

Коэффициенты γ_i также определяются по методу подгонки.

В табл. 3 и 4 приведены результаты численных расчетов решения задачи (6) с условиями (7) по предложенной схеме. В табл. 3 приведена погрешность приближенного решения, а в табл. 4 — его производных. Эти таблицы аналогичны табл. 1 и 2.

Численный эксперимент показывает, что при использовании схемы (9) с аппроксимацией производной по r в граничном условии с помощью формулы (10) погрешность приближенного решения является достаточно малой (приближенное решение аппроксимируется равномерно относительно размера поры). Из рассмотрения таблиц следует, что как решение, так и его производная по r аппроксимируются с достаточной точностью, причем ошибка аппроксимации практически одинакова для любого размера поры из исследуемого интервала и мала равномерно по a .

Таблица 3

Значение погрешности приближенного решения, полученного по схеме (9), (10)

$J \backslash a$	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}
10^2	$0,379 \cdot 10^{-5}$	$0,794 \cdot 10^{-6}$	$0,936 \cdot 10^{-7}$	$0,979 \cdot 10^{-8}$	$0,989 \cdot 10^{-9}$	$0,989 \cdot 10^{-10}$
10^3	$0,379 \cdot 10^{-7}$	$0,794 \cdot 10^{-8}$	$0,936 \cdot 10^{-9}$	$0,979 \cdot 10^{-10}$	$0,994 \cdot 10^{-11}$	$0,998 \cdot 10^{-12}$
10^4	$0,509 \cdot 10^{-9}$	$0,102 \cdot 10^{-9}$	$0,12 \cdot 10^{-10}$	$0,126 \cdot 10^{-11}$	$0,127 \cdot 10^{-12}$	$0,128 \cdot 10^{-13}$

Таблица 4

Значение погрешности производной от решения по схеме (9), (10)

$J \backslash a$	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}
10^2	$0,538 \cdot 10^{-2}$	$0,591 \cdot 10^{-3}$	$0,596 \cdot 10^{-4}$	$0,596 \cdot 10^{-5}$	$0,596 \cdot 10^{-6}$	$0,597 \cdot 10^{-7}$
10^3	$0,504 \cdot 10^{-3}$	$0,594 \cdot 10^{-4}$	$0,599 \cdot 10^{-5}$	$0,599 \cdot 10^{-6}$	$0,599 \cdot 10^{-7}$	$0,599 \cdot 10^{-8}$
10^4	$0,541 \cdot 10^{-4}$	$0,594 \cdot 10^{-5}$	$0,599 \cdot 10^{-6}$	$0,599 \cdot 10^{-7}$	$0,599 \cdot 10^{-8}$	$0,599 \cdot 10^{-9}$

Предложенный сеточный метод решения позволяет получить приближенное решение с достаточной точностью при любом размере поры. При этом с возрастанием числа узлов расчетной сетки точность решения растет.

4. Численное исследование кинетики давления водорода в поре. Предложенная выше специальная разностная схема была использована при решении задачи определения давления водорода в порах сварных соединений.

1. Физическая модель процесса. Растворенный в закристаллизовавшемся металле шва водород в процессе охлаждения шва участвует в диффузионных процессах. Экспериментальные исследования [5] показывают, что давление водорода в порах продолжает расти в течение нескольких минут после сварки, когда температура шва еще достаточно велика. Переход водорода из металла шва в пору происходит в несколько стадий:

диффузия атомарного водорода из объема металла к поре; переход водорода из растворенного в адсорбированное состояние на поверхности поры;

образование молекул водорода и удаление их с поверхности в объем поры.

В [10] показано, что при температурах выше 473 К диффузия является лимитирующей стадией процесса.

Задача о диффузии водорода в единичную пору приводит к следующей физической модели [7]. Полагаем, что пора имеет сферическую форму радиуса a , и считаем, что с выбранной единичной порой взаимодействует водород, растворенный в непроницаемой сфере достаточно большого, но конечного радиуса A , окружающей пору. Переход атомарного водорода через границу поры происходит в соответствии с законом Сиверта.

2. Математическая модель процесса диффузии водорода в пору. Уравнение диффузии в сферической системе координат с началом в центре поры уже было приведено выше. Для удобства дальнейшего изложения приведем его еще раз:

$$\frac{\partial}{\partial t} C(r, t) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 D(\theta)) \frac{\partial}{\partial r} C(r, t), \quad a < r < A, \quad 0 < t \leq T. \quad (11)$$

Закон перехода атомарного водорода в пору дает граничное условие при $r = a$:

$$C(r, t)|_{r=a} = k(\theta(t)) \sqrt{p(t)}, \quad (12)$$

где $k(\theta)$ – константа растворимости водорода, p – давление водорода в поре, Па.

Условие непроницаемости сферы (граничное условие при $r = A$) можно перефразировать как условие симметрии концентрационных полей, создаваемых единичными порами, расстояние между центрами которых порядка $2A$:

$$\frac{\partial}{\partial r} C(r, t)|_{r=A} = 0. \quad (13)$$

Концентрация растворенного в металле водорода в начальный момент времени определяется соотношением

$$C(r, t)|_{t=0} = C_0(r), \quad a \leq r \leq A. \quad (14)$$

Решение задачи (11)–(14) дает распределение концентрации водорода в металле шва при известном давлении водорода в поре. Величину давления водорода можно определить из решения задачи (11)–(14), где $\rho_B(t)$ удовлетворяет следующему дополнительному соотношению (уравнению баланса) [7]:

$$\frac{a}{3} \frac{d}{dt} \rho_B(t) = D(\theta(t)) \rho_{B.H} \rho_M \frac{\partial}{\partial r} C(r, t)|_{r=a}, \quad (15)$$

причем плотность водорода связана с его давлением уравнением состояния:

$$\rho_B(t) = \frac{p(t)}{R\theta(t)}. \quad (16)$$

В этих соотношениях $\rho_B, \rho_{B.H}, \rho_M$ – плотности водорода в поре, водорода при нормальных условиях и металла соответственно, кг/м^3 ; R – газовая постоянная, $\text{Дж/кг} \cdot \text{К}$. Давление газа в поре в начальный момент равно

$$p(t)|_{t=0} = p_0. \quad (17)$$

Система уравнений и условий (11)–(17) есть математическая модель процесса диффузии водорода из металла шва в пору. Решение нелинейной задачи (11)–(14) позволяет определить величину удельного (на единицу площади) диффузионного потока водорода, подводимого в пору, $D(\theta) \partial C / \partial r$ при $r = a$, а решение задачи (11)–(17) – величину плотности (давления) водорода в поре.

Решение первой задачи рассмотрено в предыдущем пункте.

3. Ч и с л е н н ы й а л г о р и т м р е ш е н и я з а д а ч и (11)–(17). Особенность задачи определения давления в порах металла заключается в следующем. Величина равновесного давления в поре определяется величиной константы растворимости $k(\theta)$, а кинетика изменения давления – величиной равновесного давления, коэффициентом диффузии $D(\theta)$ и величиной поверхности поры. Причем при высоких температурах коэффициент $k(\theta)$ мал, а коэффициент $D(\theta)$ принимает большие значения; при низких температурах $k(\theta)$ велико, а $D(\theta)$ мало.

Для решения задачи (11)–(17) используем специальную разностную схему, причем уравнение диффузии аппроксимируем схемой (9), а производную по r в уравнении баланса (15) – формулой (10).

На каждом временном шаге вначале определяется распределение концентрации водорода в основном металле шва C_i^{n+1} , $1 \leq i \leq J$, затем – давление водорода в поре p^{n+1} и его плотность ρ_B^{n+1} .

4. Р е з у л ь т а т ы ч и с л е н н ы х э к с п е р и м е н т о в по определению давления водорода в порах металла при сварке и термообработке деталей. При проведении численных экспериментов начальная концентрация водорода в металле взята равной $2,7 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{кг}$ [3], коэффициент диффузии $D(\theta)$ определяли по формуле [11]

$$D(\theta) = 1,5 \cdot 10^{-6} \exp(-5900/\theta).$$

Величину коэффициента $k(\theta)$ брали по формуле, предложенной в [12], с учетом полученных авторами экспериментальных данных. Проводились численные расчеты кинетики процесса диффузии водорода (изменение давления водорода в порах 10^{-3} и 10^{-7} м) при сварке и термообработке деталей:

а) охлаждение металла шва от 1773 К до 873 К со скоростью 12 К/с, а затем до 320 К со скоростью 5 К/с;

б) нагрев металла шва при втором проходе до температуры 1020 К и охлаждение до 320 К со скоростью 5 К/с;

в) нагрев в печи до 1020 К со скоростью 100 К/ч, выдержка в печи 8 ч, охлаждение до 473 К со скоростью 100 К/ч, а затем 30 К/ч.

Результаты расчетов показывают, что величина давления водорода не зависит от диаметра поры и в зависимости от режима сварки может меняться от 130 до 180 кПа.

При нагреве металла шва в процессе сварки и термообработки величина давления падает от своего начального значения практически до нуля при температурах порядка 500 К и выше и начинает расти при охлаждении в интервале температур ниже 500 К. Величина давления в каждый момент времени близка к равновесному давлению, отвечающему данным температуре и концентрации водорода на границе поры.

Проведенные расчеты свидетельствуют о том, что диффузия водорода в этих случаях не является лимитирующей стадией процесса изменения давления в поре.

Для проверки правильности расчетов по определению величины давления водорода в поре на каждом временном шаге велся контроль за содержанием (весовым) водорода в некотором объеме, содержащем пору.

5. Натурные эксперименты по определению величины давления водорода в порах. Приведенные выше расчеты по определению величины давления водорода в порах металла качественно и количественно согласуются с экспериментальными данными.

Эксперименты проводились по усовершенствованной методике [9]. На поверхность образца из стали 10ХСНД электродами $\phi 4$ мм типа Э-50 А, марки К-5 А наплавляли слой металла. Поры инициировались путем нанесения перед сваркой на образец слоя жидкого стекла толщиной $1 \div 1,5$ мм. Среднее содержание водорода в металле сварочной ванны $1,3 \pm 7$ см³/100 г.

Опыт считался удачным, если в изломе находилось не более двух пор, расположенных на расстоянии не менее трех диаметров одна от другой.

Допускалась разница между наибольшей и наименьшей осью одной поры на 10%, а по объему пор — на 20%. Проведено свыше 150 замеров давления водорода при температуре $(18 \pm 2)^\circ\text{C}$, диаметры поры менялись от 0,31 до 3,52 мм. По каждому из размеров поры определялось давление, среднее не менее чем по пяти замерам. Давление измеряли с точностью $15 \div 20\%$. Эксперименты показали, что при указанных изменениях диаметра поры давление газа не зависит от ее размера и меняется от 120 до 200 кПа. Результаты натурального эксперимента с точностью в 20% согласуются с результатами вычислительного эксперимента.

6. Анализ одного эвристического подхода к численному решению задачи (6). Имеется достаточное количество эвристических рецептов построения специальных сеточных методов для сингулярно возмущенных краевых задач (в частности, для задач типа (6)) без обоснования сходимости предлагаемого метода. Такие схемы, как правило, не сходятся равномерно относительно параметра. Проанализируем один из таких рецептов. Идея его заключается в следующем. Если размер поры достаточно мал, то размер сферы, окружающей эту пору, тоже выбираем достаточно малым, соизмеримым с размером поры; в этой малой области введем такую густую равномерную сетку, какую позволяли возможности используемой ЭВМ, и на этой сетке будем решать задачу, используя стандартный разностный метод. В табл. 5 приведены результаты соответствующего численного экспери-

Значение погрешности приближенного решения, полученного по стандартной схеме при различных значениях A ($J = 10^4$)

$A \backslash a$	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}
1	$9,11 \cdot 10^{-5}$	$1,21 \cdot 10^{-3}$	$1,24 \cdot 10^{-2}$	$1,12 \cdot 10^{-1}$	$3,32 \cdot 10^{-1}$	$3,86 \cdot 10^{-1}$
10a	$9,11 \cdot 10^{-5}$	$1,21 \cdot 10^{-3}$	$1,24 \cdot 10^{-2}$	$1,12 \cdot 10^{-1}$	$3,32 \cdot 10^{-1}$	$3,86 \cdot 10^{-1}$
2a	$3,12 \cdot 10^{-6}$	$2,14 \cdot 10^{-4}$	$2,46 \cdot 10^{-3}$	$2,48 \cdot 10^{-2}$	$1,91 \cdot 10^{-1}$	$3,60 \cdot 10^{-1}$

мента с различными значениями A , равными 1, 10a и 2a, и фиксированным числом узлов разностной сетки в расчетной области $J = 10^4$. Из таблицы видно, что при $a = 10^{-6}$ м погрешность полученного приближенного решения составляет 36% при $A = 2a$, хотя в этом случае шаг разностной сетки $h = 2 \cdot 10^{-10}$ на несколько порядков меньше размера поры.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Самарский А.А. Математическое моделирование и вычислительный эксперимент // Вестн. АН СССР. – 1979. – № 5. – С. 38–49.
2. Алов А.А., Бобров Г.В., Шмаков В.М. К вопросу о природе зарождения газовых пор в швах // Сварочное производство. – 1961. – № 3. – С. 9–10.
3. Походня И.К., Демченко Л.И. Расчетная оценка давления водорода в порах при охлаждении сварочных швов // Автомат. сварка. – 1978. – № 3. – С. 27–29.
4. Махненко В.И., Рябчук Т.Г. Расчет давления, создаваемого в микрополостях металла шва и зоны термовлияния // Автомат. сварка. – 1985. – № 4. – С. 1–5.
5. Походня И.К., Пальцевич А.П. Определение состава и количества газов в порах сварных швов // Автомат. сварка. – 1973. – № 6. – С. 18–29.
6. Шишкин Г.И. Решение краевой задачи для уравнения второго порядка в области с малым отверстием в случае круговой симметрии // Дифференц. уравнения с малым параметром. – Свердловск: УНЦ АН СССР, 1984. – С. 104–118.
7. Походня И.К., Демченко В.Ф., Демченко Л.И. Математическое моделирование поведения газов в сварных швах. – Киев: Наук. думка, 1979. – 56 с.
8. Самарский А.А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1977. – 656 с.
9. Дулан Э., Миллер Дж., Шилдерс У. Равномерные численные методы решения задач с пограничным слоем. – М.: Мир, 1983. – 200 с.
10. Фаст Дж.Л. Взаимодействие металла с газами. – М.: Metallurgy, 1975. – 350 с.
11. Петров Г.Л., Кархин В.А. О диффузии водорода в сварных соединениях из стали // Матем. методы в сварке. – Киев: Наук. думка, 1981. – С. 35–42.
12. Галактионова Н.А. Водород в металлах. – М.: Metallurgy, 1967. – 303 с.

Поступила в редакцию
03.04.91