Н. С. Гинзбург, К нелинейной теории вынужденного рассеяния электромагнитных волн на движущихся в однородном магнитном поле пучках релятивистских электронов-осцилляторов, *ЖТФ*, 1990, том 60, выпуск 2, 39–44

01; 10

К НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ ВЫНУЖДЕННОГО РАССЕЯНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ДВИЖУЩИХСЯ В ОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ ПУЧКАХ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ-ОСЦИЛЛЯТОРОВ

Н. С. Гинзбург

Получена самосогласованная система усредненных уравнений, описывающая вынужденное коллинеарное рассеяние плоских электромагнитных волн на электронном потоке, образованном движущимися в однородном магнитном поле по винтовым траекториям релятивистскими электронами. Исследовано влияние поперечной вращательной скорости частиц на инкременты рассеянной волны и электронный КПД. Вынужденное ондуляторное излучение рассматривается в работе как частный случай вынужденного рассеяния, соответствующий предельному переходу к волне накачки нулевой частоты.

1. Проблема исследования вынужденного рассеяния волн на релятивистских электронных пучках (РЭП), движущихся в однородном магнитном поле [1-18], в последнее время привлекает большое внимание в связи с разработкой коротковолновых источников электромагнитных колебаний — мазеров и лазеров на свободных электронах [19, 21]. В теоретическом аспекте значительный интерес к этой проблеме обусловлен также большим разнообразием режимов рассеяния при наличии однородного магнитного поля. Для классификации этих режимов существенно состояние, в котором находится электронный пучок в отсутствие рассеянной (сигнальной) волны. Можно выделить случай, когда электроны совершают только вынужденные (баунс) колебания в поле накачки. Такие колебания возбуждаются при адиабатически плавном включении этого поля [8-15]. Другой предельный случай имеет место, когда до входа в область рассеяния в пучке возбуждены собственные (циклотронные) колебания электронов в магнитном поле,[1] т. е. электронный пучок представляет собой ансамбль движущихся по винтовым траекториям электронов-осцилляторов. При этом воздействие полей сигнала и накачки можно рассматривать как малые возмущения, накладывающиеся на винтовое движение электронов. В работах [17, 18] было рассмотрено рассеяние волн на винтовом РЭП в условиях комбинационного циклотронного резонанса

$$(\omega_2-\mathbf{k}_2\mathbf{v}_\parallel)\mp(\omega_1-\mathbf{k}_1\mathbf{v}_\parallel)=\pm\omega_H, \tag{1}$$

где $\omega_{1,2}$, $\mathbf{k}_{1,2}$ — частоты и волновые векторы полей накачки и сигнала соответственно; $\omega_H=eH_0/mc\gamma$ — релятивистская гирочастота.

Определенный интерес представляет исследование рассеяния на винтовом РЭП в условиях комбинационного синхронизма черенковского типа

$$\omega_2-\mathbf{k}_2\mathbf{v}_\parallel=\omega_1-\mathbf{k}_1\mathbf{v}_\parallel. \tag{2}$$

В рамках линейной теории последняя возможность рассмотрена в работах [4-6]. Настоящая работа посвящена нелинейной теории указанных эффек-

[1] Возможна и промежуточная ситуация, когда при резком включении поля накачки в электронном пучке одновременно возбуждаются и вынужденные, и собственные колебания — режим двойного циклотронного резонанса [16].

тов. Вынужденное ондуляторное излучение рассматривается в работе как частный случай вынужденного рассеяния волн, соответствующий переходу к волне накачки нулевой частоты — периодическому магнитостатическому полю. Следует также обратить внимание на определенную аналогию рассматриваемой в работе задачи с исследованной в [22] задачей о взаимодействии винтового электронного пучка с замедленной электромагнитной волной в релятивистских СВЧ приборах черенковского типа.

2. Рассмотрим коллинеарное рассеяние на винтовом РЭП двух циркулярно-поляризованных ТЕМ электромагнитных волн, заданных вектор-потенциалами,

$$A_+ = A_x + iA_y = \sum_{j=1}^{2} A_j e^{i(\omega_j t - k_j z)}. \tag{3}$$

В случае ондуляторного излучения $\omega_1=0$; $k_1=2\pi/d$, d — период ондулятора.

Исходные уравнения движения релятивистских электронов в полях (3) в присутствии однородного магнитного поля представим в виде

$$\frac{dp_+}{dt} - i\omega_H p_+ = i\sum_{j=1}^{2} \frac{e}{c} A_j e^{i\theta_j}, \tag{4}$$

$$\frac{dE}{dt} = ec\,\mathrm{Re}\left[\frac{ip_+^*}{E}\sum_{j=1}^{2}\omega_j A_j e^{i\theta_j}\right], \quad \frac{dp_z}{dt} = ec\,\mathrm{Re}\left[\frac{ip_+^*}{E}\sum_{j=1}^{2} k_j A_j e^{i\theta_j}\right], \tag{5}$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{c^2 p_z}{E} = v_z. \tag{6}$$

Здесь $p_+=p_x+ip_y$, p_z — компоненты импульса электрона, $\theta_j=\omega_1 t-k_1 z$, $\Omega_j=\omega_j-k_j v_z$, $E=mc^2\gamma$ — энергия электрона, z — продольная координата.

Предположим далее, что каждая из парциальных волн далека от циклотронного резонанса с электронами $|(w_j-k_j v_z-\omega_H)T| \gg 2\pi$ (T — время взаимодействия электронов с волной), но имеет место комбинационный синхронизм (2). Для получения усредненных уравнений движения частиц в таких условиях представим поперечный импульс электрона как сумму компоненты, связанной с циклотронным вращением, и осцилляций, обусловленных воздействием полей сигнала и накачки,

$$p_+ = p_\perp e^{i\int_0^t \omega_H dt} + \sum_{j=1}^{2}\tilde{p}_j. \tag{7}$$

Остальные величины представим в виде суммы плавно меняющихся и быстроосцилляторных составляющих

$$E = \bar{E} + \sum_{j=1}^{2}\tilde{E}_j, \quad p_z = \bar{p}_z + \sum_{j=1}^{2}\tilde{p}_{zj}, \quad z = \bar{z} + \sum_{j=1}^{2}\tilde{z}_j. \tag{8}$$

Для определения амплитуды $\tilde{p}_j$ поперечных осцилляций электрона в полях парциальных волн подставим соотношение (7) в (4) и линеаризуем это уравнение с учетом релятивистской зависимости гирочастоты от энергии электрона. В результате получим

$$\frac{d\tilde{p}_j}{dt} - i\omega_H\tilde{p}_j + i\omega_H\frac{\beta_\perp^2}{2}\tilde{p}_j + i\omega_H\frac{\beta_\perp^2}{2}e^{2i\int_0^t \omega_H dt}\tilde{p}_j^* = i\frac{e}{c}\Omega_j A_j e^{i\theta_j}, \tag{9}$$

где $\beta_\perp = |p_\perp|/mc$.

Уравнение (9), вводя величину $\tilde{q}_j = \tilde{p}_j^* e^{2i\int_0^t \omega_H dt}$, можно переписать в эквивалентной форме

$$\frac{d\tilde{p}_j}{dt} - i\omega_H \tilde{p}_j + i\omega_H \frac{\beta_\perp^2}{2}\tilde{p}_j + i\omega_H \frac{\beta_\perp^2}{2}\tilde{q}_j = i\frac{e}{c}\Omega_j A_j e^{i\theta_j},$$

$$\frac{d\tilde{q}_j}{dt} - i\omega_H \tilde{q}_j - i\omega_H \frac{\beta_\perp^2}{2}\tilde{q}_j - i\omega_H \frac{\beta_\perp^2}{2}\tilde{p}_j = -i\frac{e}{c}\Omega_j A_j e^{-i\theta_j + 2i\int\limits_0^t \omega_H dt}. \tag{10}$$

Вынужденное решение линейной системы уравнений (10) может быть представлено в виде

$$\tilde{p}_j = \frac{e}{c}\frac{\Omega_j(\Omega_j - \omega_H - \omega_H\beta_\perp^2/2)}{(\Omega_j - \omega_H)^2} A_j e^{i\theta_j} - \frac{e}{c}\frac{\Omega_j\omega_H\beta_\perp^2/2}{(\Omega_j - \omega_H)^2} A_j^* e^{-i\theta_j + 2i\int\limits_0^t \omega_H dt}. \tag{11}$$

Подставляя соотношение (7) в уравнения (5), для осцилляций энергии и продольного импульса имеем

$$\tilde{E}_j = e\beta_\perp \operatorname{Re}\left[\frac{\omega_j}{\Omega_j - \omega_H} A_j e^{i\left(\theta_j - \int\limits_0^t \omega_H dt\right)}\right], \quad \tilde{p}_{zj} = \frac{k_j}{\omega_j}\tilde{E}_j. \tag{12}$$

Линеаризуя правую часть уравнения (6), для осцилляций продольной координаты получим

$$\frac{d\tilde{z}_j}{dt} = c^2\left(\frac{\tilde{p}_{zj}}{\bar{E}} - \frac{\bar{p}_z \tilde{E}_j}{\bar{E}^2}\right) = \frac{c^2}{\bar{E}}\left(1 - \frac{u_j \bar{v}_z}{c^2}\right)\tilde{p}_{zj}, \tag{13}$$

где $u_j = \omega_j/k_j$, $\bar{v}_z = c^2\bar{p}_z/\bar{E}$.

Интегрируя (13), имеем

$$\tilde{z}_j = -\frac{c^2}{\bar{E}}\left(1 - \frac{u_j\bar{v}_z}{c^2}\right) e\beta_\perp \operatorname{Re}\left[\frac{ik_j}{(\Omega_j - \omega_H)^2} A_j e^{i\left(\theta_j - \int\limits_0^t \omega_H dt\right)}\right]. \tag{14}$$

Подставляя соотношения (7), (8) в (5), для усредненного изменения энергии электрона имеем

$$\frac{d\bar{E}}{dt} = ec\operatorname{Re}\left\langle\left(\frac{p_\perp^*}{\bar{E}} - \frac{p_\perp^* e^{-i\int\limits_0^t \omega_H dt}\tilde{E}_1}{\bar{E}^2}\right) i\omega_2 A_2 e^{i\theta_2} + \right.$$

$$\left. + \frac{p_\perp^* e^{-i\int\limits_0^t \omega_H dt}}{\bar{E}}\tilde{z}_1\omega_2 k_2 A_2 e^{i\theta_2} + (1 \to 2)\right\rangle, \tag{15}$$

где $\langle\ldots\rangle$ означает операцию усреднения.

С учетом выражений для осцилляторных компонент (11), (12), (14), принимая также во внимание, что в соответствии с условиями синхронизма (2) $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega$, после усреднения получим

$$\frac{d\bar{E}}{dt} = \frac{e^2}{\bar{E}}\operatorname{Re}\left[i\omega_c g A_2 A_1^* e^{i\theta}\right], \tag{16}$$

где $\theta = \theta_2 - \theta_1$ — медленная комбинационная фаза, $\omega_c = \omega_2 - \omega_1$,

$$g = \frac{\Omega}{\Omega - \omega_H} - \frac{\beta_\perp^2\omega_H\Omega}{2(\Omega - \omega_H)^2} + \frac{\beta_\perp^2(c^2k_1k_2 - \omega_1\omega)}{2(\Omega - \omega_H)^2}. \tag{17}$$

Аналогично для усредненного продольного импульса имеем

$$\frac{d\bar{p}_z}{dt} = \frac{e^2}{\bar{E}}\operatorname{Re}\left[ifA_2A_1^*e^{i\theta}\right], \tag{18}$$

где

$$J=\left\{\left[\frac{\Omega}{\Omega-\omega_H}-\frac{\beta_\perp^2\omega_H\Omega}{2(\Omega-\omega_H)^2}+\frac{\beta_\perp^2(c^2k_1k_2-\omega_1\omega_2)}{2(\Omega-\omega_H)^2}\right](k_2-k_1)+\right.$$
$$\left.+\frac{\omega_H\beta_\perp^2(\omega_1k_2-\omega_2k_1)}{2(\Omega-\omega_H)^2}\right\}.$$

Считая, что амплитуды волн достаточно малы $eA_j/mc^2 \ll 1$, и пренебрегая в уравнении для дрейфовой продольной координаты членами порядка A_j^2, представим это уравнение в виде

$$\frac{d\bar{z}}{dt}=c^2\bar{p}_z/\bar{E}. \tag{19}$$

Рассмотрим теперь усредненное изменение в процессе рассеяния амплитуды поперечного импульса, связанного с циклотронным вращением электронов в магнитном поле. Совершая в уравнении (4) замену переменных $p_+ = |p_\perp| e^{i\left(\int_0^t \omega_H dt+\chi\right)}$, для амплитуды поперечного импульса имеем [2]

$$\frac{d|p_\perp|}{dt}=\frac{e}{c}\,\mathrm{Re}\left[i\sum_{j=1}^{2}\Omega_jA_je^{i\left(\theta_j-\int_0^t\omega_Hdt-\chi\right)}\right], \tag{20}$$

соответственно

$$\frac{d\overline{|p_\perp|}}{dt}=\frac{e}{c}\,\mathrm{Re}\left\langle i(-k_2\tilde{v}_{z1}-i\Omega_2k_2\tilde{z}_1)A_2e^{i\left(\theta_2-\int_0^t\omega_Hdt-\chi\right)}+(1\to 2)\right\rangle.$$

Принимая во внимание, что $\tilde{v}_{zj}=\frac{c^2}{\bar{E}}(1-(u_j\bar{v}_z)/c^2)\,\tilde{p}_{zj}$, после усреднения получим

$$\frac{d\overline{|p_\perp|}}{dt}=-\frac{e^2c}{2\bar{E}}\,\mathrm{Re}\left[\frac{i\omega_H\beta_\perp}{(\Omega-\omega_H)^2}\frac{\bar{v}_z}{c^2}(\omega_1k_2-\omega_2k_1)A_2A_1^*e^{i\theta}\right]. \tag{21}$$

Как нетрудно видеть, с точностью до членов порядка A_j^2 система усредненных уравнений движения электрона имеет интеграл

$$\bar{E}^2=c^2\bar{p}_z^2+c^2\overline{|p_\perp|}^2+\mathrm{const}.$$

Отметим, что выражение в правой части уравнения (18) представляет собой усредненную пондеромоторную силу, действующую на осциллятор в поле двух разночастотных электромагнитных волн в условиях комбинационного синхронизма. Для осциллятора, движущегося в слабонеоднородном одночастотном поле, аналогичные выражения получены в [7, 23].

3. Для получения самосогласованной системы уравнений, описывающих вынужденное рассеяние волн на винтовом РЭП, усредненные уравнения движения (16), (18), (19), (21) дополним уравнениями возбуждения волн. Предполагая электронный пучок однородным в поперечном направлении, для медленно меняющихся амплитуд волн имеем [3] (ср. с [3])

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+v_{\text{гр}2}\frac{\partial}{\partial z}\right)A_2=i\,\frac{\omega_p^2}{4\omega_2}\,\frac{A_1}{\pi}\int_0^{2\pi}\frac{g}{\gamma}\,e^{-i\theta}d\theta_0,$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+v_{\text{гр}1}\frac{\partial}{\partial z}\right)A_1=i\,\frac{\omega_p^2}{4\omega_1}\,\frac{A_2}{\pi}\int_0^{2\pi}\frac{g}{\gamma}\,e^{i\theta}d\theta_0, \tag{22}$$

[2] Уравнения для фазы циклотронного вращения χ опускаем, поскольку значение этой величины не входит в остальные усредненные уравнения.

[3] Ближним кулоновским взаимодействием частиц пренебрегаем, считая, что плотность электронного пучка достаточно мала $\omega_p/\omega_2\gamma_0 \ll C$. При выполнении противоположного условия обусловленное продольной группировкой электронов поле высокочастотного пространственного заряда может быть найдено методом, аналогичным [3].

где $v_{\text{гр}\,i}$ — групповая скорость волн, $\Delta_p = \sqrt{(4\pi e^2 N_0)/m}$ — плазменная частота, N_0 — невозмущенная плотность электронного пучка. Как нетрудно видеть, уравнения (16)—(18), (22) удовлетворяют законам сохранения энергии и чисел квантов волн, участвующих в процессе рассеяния.

Рассмотрим далее подробней случай относительно малых изменений энергий электронов ($|w| \ll 1$), когда усредненные уравнения движения сводятся к форме уравнений движения физического маятника. Предположим также амплитуду поля накачки заданной $A_1 = \text{const}$ и ограничимся анализом стационарной задачи ($\partial/\partial t = 0$). В результате после перехода к безразмерным обозначениям приведем самосогласованную систему уравнений к виду

$$\frac{dw}{dZ} = -\mathrm{Re}\,[ig_0 \alpha_2 \alpha_1^* e^{i\theta}],$$

$$\frac{d\theta}{dZ} = \Delta + \mu w,$$

$$\frac{d\alpha_2}{dZ} = G\alpha_1 g_0 \frac{i}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-i\theta} d\theta_0. \tag{23}$$

$$w|_{z=0} = 0, \quad \theta|_{z=0} = \theta_0 \in [0, 2\pi), \quad \alpha_2|_{z=0} = \alpha_{20},$$

где $Z = \omega_c z/c$, $w = 1 - \bar{E}/E_0$, $\alpha_j = eA_j/mc^2\gamma_0\sqrt{\beta_{z0}}$, $G = (c\omega_p^2)/(4\omega_c\omega_2 v_{\text{гр}\,2}\gamma_0)$, $\Delta = 1/\beta_{z0} - ((k_2 - k_1)c/\omega_c)$ — начальная расстройка синхронизма, $\beta_{z0} = v_{z0}/c$,

$$\mu = \frac{1}{\beta_{z0}} \left[\frac{\gamma_0^{-2} + \beta_{\perp 0}^2}{\beta_{z0}^2} + \frac{\omega_H \beta_{\perp 0}^2 c(\omega_1 k_2 - \omega_2 k_1)}{2\omega_c \left[\Omega(\Omega - \omega_H - \dfrac{\omega_H \beta_\perp^2}{2} \right] + \dfrac{\beta_\perp^2}{2}(c^2 k_1 k_2 - \omega_1 \omega_2)} \right] \tag{24}$$

— параметр инерционной группировки электронов.

Заменой переменных

$$\zeta = ZC, \quad u = \mu w/C, \quad a = \mu g_0 \alpha_2 \alpha_{10}^* C^{-2}, \quad \delta = \Delta/C,$$

где $C = (\mu|\alpha_{10}|^2 g_0^2 G)^{1/3}$ — параметр усиления.

Система уравнений (23) сводится к стандартному виду, совпадающему с уравнениями [24], описывающими ЛБВ в приближении малого параметра Пирса,

$$\frac{du}{d\zeta} = -\mathrm{Re}\,[iae^{i\theta}], \quad \frac{d\theta}{d\zeta} = \delta + u,$$

$$\frac{da}{d\zeta} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-i\theta} d\theta_0. \tag{25}$$

В режиме малого сигнала $a \to 0$, линеаризуя систему уравнений (25) и представляя решение в виде $e^{-i\Gamma\zeta}$, приходим к дисперсионному уравнению

$$\Gamma^2(\Gamma + \delta) = -1. \tag{26}$$

Согласно (26), максимум инкремента $\mathrm{Im}\,\Gamma_{\max} = \sqrt{3}/2$ достигается при $\delta = 0$. В размерных обозначениях инкремент равен

$$\mathrm{Im}\,\Gamma = \frac{\omega_c}{c} \frac{\sqrt{3}}{2} (\mu|\alpha_{10}|^2 g_0^2 G)^{1/3}. \tag{27}$$

Электронный КПД определяется соотношениями

$$\eta = \frac{1}{1 - \gamma_0^{-1}} \frac{C}{\mu} \hat{\eta}, \quad \hat{\eta} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u\, d\theta_0. \tag{28}$$

Максимум приведенного КПД $\hat{\eta}_{\max} = 2.56$ достигается при $\delta_{\text{opt}} = -1.78$ [24]. При $\beta_{\perp 0} = 0$ выражения (17), (24), (27) переходят в известные результаты работ [3, 4]. Отметим, что отличие процессов рассеяния на винтовом пучке ($\beta_{\perp 0} \neq 0$) от рассеяния на прямолинейном пучке ($\beta_{\perp 0}=0$) обусловлено не только изменением величины коэффициента связи электронов с волной (параметра g), но и изменением величины параметра группировки. Как нетрудно видеть, величина инкремента усиления возрастает с увеличением параметра μ, в то время как КПД убывает с ростом μ. Поэтому вариация параметра μ, достигаемая изменением величины вращательной скорости или напряженности продольного магнитного поля, позволяет управлять параметрами ЛСЭ, в частности совместить высокий КПД с высоким значением инкремента [25].

Отметим в заключение, что в условиях комбинационного синхронизма (2) вклад во взаимодействие вносит лишь первое слагаемое в правой части выражения (11) для поперечных осцилляций электронов. В то же время наличие второго слагаемого обусловливает возможность рассеяния на винтовом РЭП в условиях синхронизма

$$(\omega_2 - k_2 v_\parallel) + (\omega_1 - k_1 v_\parallel) = 2\omega_H \tag{29}$$

для циркулярно-поляризованных волн с одинаковым направлением вращения и

$$(\omega_2 - k_2 v_\parallel) - (\omega_1 - k_1 v_\parallel) = 2\omega_H \tag{30}$$

для волн с отличающимися направлениями вращения. Подробный анализ этих режимов рассеяния требует специального рассмотрения.

Список литературы

[1] *Sprangle P., Granatstein V. L.* // Phys. Rev. A. 1975. Vol. 12. N 4. P. 1697—1701.
[2] *Мирошниченко В. И.* // Письма в ЖТФ. 1975. Т. 1. Вып. 23. С. 1057—1060.
[3] *Братман В. Л., Гинзбург Н. С., Петелин М. И., Сморгонский А. В.* // Релятивистская высокочастотная электроника. Горький, 1979. Вып. 1. С. 217.
[4] *Мирошниченко В. И.* // Физика плазмы. 1980. Т. 6. № 3. С. 581—586.
[5] *Мирошниченко В. И.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1986. Т. 23. № 3. С. 353—362.
[6] *Белов С. Н., Карбушев Н. И., Рухадзе А. А.* // ЖТФ. 1982. Т. 52. Вып. 9. С. 1741—1747.
[7] *Волков А. Е., Мирошниченко В. И., Файнберг Я. Б.* // ДАН СССР. 1987. Т. 297. № 6. С. 1355—1359.
[8] *Кондратенко А. М., Салдин Е. Л.* // ЖТФ. 1981. Т. 51. Вып. 8. С. 1633.
[9] *Bernstein I. B., Friedland L.* // Phys. Rev. A. 1981. Vol. 23. N 2. P. 816—823.
[10] *Freund H. P., Sprangle P., Dillenberg D.* et al. // Phys. Rev. A. 1981. Vol. 24. N 4. P. 1965—1979.
[11] *Friedland L., Fruchtman A.* // Phys. Rev. A. 1982. Vol. 25. N 5. P. 2693—2706.
[12] *Freund H. P.* // Phys. Rev. A. 1983. Vol. 27. N 4. P. 1977—1988.
[13] *Гинзбург Н. С., Новожилова Ю. В.* // ЖТФ. 1986. Т. 56. Вып. 9. С. 1709—1716.
[14] *Гинзбург Н. С., Новожилова Ю. В.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1987. Т. 30. № 11. С. 1371—1378.
[15] *Гинзбург Н. С., Песков Н. Ю.* // ЖТФ. 1988. Т. 58. Вып. 5. С. 859—864.
[16] *Гинзбург Н. С., Кубарев В. А., Черепенин В. А.* // ЖТФ. 1983. Т. 53. Вып. 4. С. 824—829. Там же. 1986. Т. 55. Вып. 1. С. 53—59.
[17] *Ginzburg N. S., Tokman M. D.* // Opt. Comm. 1982. Vol. 43. N 2. P. 137—140.
[18] *Гинзбург Н. С., Сергеев А. С., Токман М. Д.* Препринт ИПФ АН СССР. № 180. Горький, 1987.
[19] *Birkett D. S., Marshall T. C., Schlessinger S. P.* et al. // IEEE J. Quant. Electr. 1981. Vol. 17. N 8. P. 1348—1354.
[20] *Jackson R. H., Gold S. H., Parker R. K.* et al. // IEEE J. Quant. Electr. 1983. Vol. 19. N 3. P. 346—357.
[21] *Ботвинник И. Е., Братман В. Л., Волков А. Б.* и др. // Письма в ЖЭТФ. 1982. Т. 3. Вып. 10. С. 418—420.
[22] *Ковалев Н. Ф.* // РиЭ. 1983. Т. 28. № 6. С. 1140—1147.
[23] *Милантьев В. П.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1978. Т. 21. № 4. С. 582—589.
[24] *Вайнштейн Л. А., Солнцев В. А.* Лекции по сверхвысокочастотной электронике. М.: Сов. радио, 1973.
[25] *Гинзбург Н. С., Петелин М. И., Сергеев А. С.* // Письма в ЖТФ. 1986. Т. 12. Вып. 11. С. 685—696.

Институт прикладной физики АН СССР
Горький

Поступило в Редакцию
21 апреля 1988 г.
В окончательной редакции
20 декабря 1988 г.