



Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Н. С. Гинзбург, В. А. Кубарев, В. А. Черепенин, Вынужденное рассеяние волн на релятивистском электронном пучке в присутствии однородного магнитного поля *Линейная теория*, *ЖТФ*, 1983, том 53, выпуск 5, 824–829

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.15.148.57

8 января 2025 г., 06:19:41



ВЫНУЖДЕННОЕ РАССЕЯНИЕ ВОЛН НА РЕЛЯТИВИСТСКОМ ЭЛЕКТРОННОМ ПУЧКЕ В ПРИСУТСТВИИ ОДНОРОДНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ ЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ

Н. С. Гинзбург, В. А. Кубарев, В. А. Черепенин

В высокочастотных релятивистских электронных генераторах, основанных на вынужденном рассеянии волн и вынужденном ондуляторном излучении, присутствие однородного продольного магнитного поля приводит к снижению стартовых токов вследствие возрастания осцилляторной скорости, приобретаемой электронами в поле накачки. В частном случае, когда волны накачки и сигнала находятся в циклотронном резонансе с электронами, такого рода устройства можно рассматривать как МЦР с «раскруткой» электронов непосредственно в пространстве взаимодействия электронов с сигнальной волной.

1. В большинстве экспериментальных исследований коротковолновых генераторов, основанных на вынужденном рассеянии волн [1] и вынужденном ондуляторном излучении [2], для транспортировки электронных пучков используется однородное магнитное поле $\mathbf{H} = H_0 \mathbf{z}$. Наряду с фокусирующим действием такое поле оказывает существенное влияние на величину осцилляторной скорости [3-6]

$$v_{\sim} = \frac{eA}{mc\gamma} \frac{\omega_i + k_i v_{\parallel}}{\omega_i + k_i v_{\parallel} - \omega_H} + \frac{eA_{-}}{mc\gamma} \frac{\omega_i + k_i v_{\parallel}}{\omega_i + k_i v_{\parallel} + \omega_H}, \quad (1)$$

сообщаемой электрону полем накачки. Здесь ω_i и k_i — частота и волновой вектор волны накачки,¹ $\omega_H = eH_0/mc\gamma$ — гирочастота, γ — релятивистский масс-фактор, $v_{\parallel} = \beta_{\parallel} c$ — поступательная скорость электронов, c — скорость света, A_{\pm} — амплитуды циркулярно-поляризованных компонент поля накачки с направлением вращения, попутным (+) и встречным (-) направлению вращения электрона в магнитном поле.

Согласно (1), если на невозмущенной траектории электрона $A_{\pm} \neq 0$, то при наложении магнитного поля осцилляторная скорость возрастает, что при заданном значении амплитуды накачки должно облегчать возможность получения индуцированного излучения.

Очевидно, влияние однородного магнитного поля наиболее заметно вблизи циклотронного резонанса пучка с волной накачки (индекс «i»)

$$\omega_i + k_i v_{\parallel} \simeq \omega_H. \quad (2)$$

При этом возникает следующий интересный эффект (рис. 1): если наряду с (2) выполнено условие комбинационного синхронизма (лежащее в основе действия устройств на индуцированном рассеянии)

$$\omega_i + k_i v_{\parallel} \simeq \omega_s - k_s v_{\parallel}, \quad (3)$$

то одновременно в циклотронном резонансе с пучком оказывается и сигнальная волна (индекс «s») [5, 6]

$$\omega_s - k_s v_{\parallel} \simeq \omega_H. \quad (4)$$

¹ Для генераторов, основанных на вынужденном ондуляторном излучении, в которых накачка осцилляторной скорости осуществляется периодическим статическим полем, в выражении (1) следует положить $\omega_i = 0$, $k_i = 2\pi/d$, где d — период ондулятора.

Поэтому приборы, работающие в режиме двойного резонанса (2)—(4), можно рассматривать как МЦР [7], в котором накачка осцилляторной скорости осуществляется непосредственно в пространстве взаимодействия с сигнальной волной.

В настоящей работе исследуется влияние однородного магнитного поля на стартовые условия генераторов, основанных на вынужденном рассеянии волн и вынужденном ондуляторном излучении.

2. Рассмотрим простейший для анализа случай встречного коллинеарного рассеяния на ультрарелятивистском электронном пучке ($\gamma \gg 1$) двух циркулярно-поляризованных волн постоянной амплитуды с направлением вращения, попутным направлению вращения частиц, и с фазовыми скоростями, равными скорости света

$$A_+ = A_x + iA_y = A_s e^{i(\omega_s t - k_s z)} + A_i e^{i(\omega_i t + k_i z)}. \quad (5)$$

Считая, что относительные изменения энергии электронов невелики: $w = \omega - \omega_0 \ll 1$, представим уравнения движения электронов в присутствии продольного магнитного поля произвольной величины в виде [6]

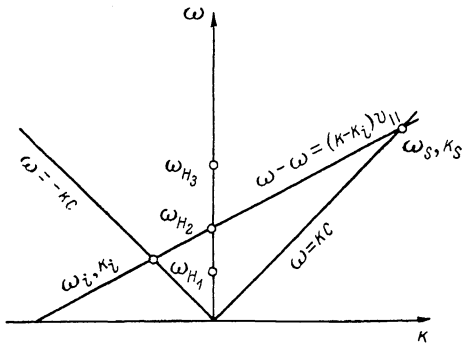


Рис. 1. Дисперсионная диаграмма для рассеяния электромагнитных волн на электронном пучке, фокусируемом продольным магнитным полем.

ω_{H_2} соответствует случаю резонансного магнитного поля (режиму двойного резонанса), ω_{H_1} и ω_{H_3} — случаю нерезонансного магнитного поля.

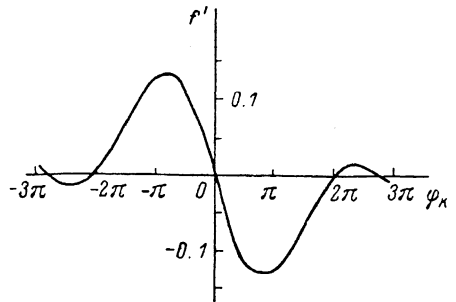


Рис. 2. Зависимость восприимчивости f' от угла пролета φ_k в случае нерезонансного магнитного поля.

$$\frac{d p_+}{d \zeta} = -(\alpha_s e^{i\theta_s} + \alpha_i e^{i\theta_i}), \quad \frac{d w}{d \zeta} = \text{Re}(2\alpha_s p_+^* l^{i\theta_s}), \quad (6), (7)$$

$$\frac{d \theta_s}{d \zeta} = \dot{\theta}_s + w + |p_+|^2, \quad \frac{d \theta_i}{d \zeta} = \dot{\theta}_i - w. \quad (8), (9)$$

Здесь $\zeta = \omega_s z / 2\gamma_0^2 c$ — безразмерная продольная координата,

$$p_+ = \frac{(p_x + i p_y)}{m c} l^{-i} \int \omega_H dt$$

— безразмерный поперечный импульс,

$$\theta_{s,i} = \omega_{s,i} t \mp k_{s,i} z - \int_0^t \omega_H dt, \quad \dot{\theta}_{s,i} = 2\gamma_0^2 \left[\frac{\omega_{s,i}}{\omega_s} (1 \mp \beta_{||}) - \frac{\omega_{H_0}}{\omega_s} \right]$$

— циклотронные фазы электронов и начальные расстройки циклотронного резонанса в полях сигнала и накачки, $\alpha_{s,i} = e A_{s,i} / m c^2$ — безразмерные амплитуды волн, индекс «0» относится к начальным значениям величин.

Следует отметить, что в правой части уравнения (7) опущено малое слагаемое $\text{Re}(2(\omega_i/\omega_s)\alpha_i p_+^* e^{i\theta_i})$, ответственное за энергообмен между электронным пучком и волной накачки. С квантовой точки зрения [9], такое упрощение уравнений оправдано тем, что энергия кванта сигнала значительно превосходит энергию кванта накачки: $\hbar \omega_s \gg \hbar \omega_i$ (\hbar — постоянная Планка). Поэтому энерго-

обмен с волной накачки пренебрежимо мал по сравнению с энергообменом с сигнальной волной.

Для случая прямолинейного и моноскоростного на входе в систему пучка граничные условия к уравнениям (6)–(9) имеют вид

$$w(0) = 0, \quad p_+(0) = 0, \quad \theta_{s,i}(0) = \theta_{s,i}^0, \quad 0 < \theta_{s,i}^0 \leq 2\pi, \quad (10)$$

а электронный КПД определяется выражением

$$\eta = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} w(\zeta_k) d\theta_s^0 d\theta_i^0, \quad (11)$$

где $\zeta_k = \omega_s L / 2\gamma_0^2 c = 2\pi N_{s,i}$; $N_s \simeq N_i$ — число осцилляций, совершаемых электроном в поле сигнала и накачки; L — длина пространства взаимодействия.

3. Если величина магнитного поля далеко от резонансного значения и соответственно набег циклотронных фаз на длине пространства взаимодействия велик ($|\delta_{i,s}\zeta_k| \gg 2\pi$), система уравнений (6)–(9) может быть существенно упрощена. Приближенно интегрируя уравнение (6), поперечный импульс электрона в таких условиях представим в виде

$$p_+ = i \left(\frac{\alpha_s}{\delta_s} l^{i\theta_s} + \frac{\alpha_i}{\delta_i} l^{i\theta_i} \right) + \text{const.} \quad (12)$$

Подставляя (12) в уравнения для энергии электрона (7) и вводя медленную комбинационную фазу $\varphi = \theta_s - \theta_i$, после усреднения получим²

$$\frac{dw}{d\zeta} = 2 \frac{\alpha_s \alpha_i}{\delta_i} \sin \varphi, \quad \frac{d\varphi}{d\zeta} = \delta + 2w, \quad (13)$$

где $\delta = \delta_s - \delta_i$ — начальная расстройка комбинационного синхронизма (3).

В режиме малой амплитуды сигнальной волны $\alpha_s \rightarrow 0$, линеаризуя (13), найдем выражение для «линейного» КПД

$$\eta = \frac{4\alpha_s^2 \alpha_i^2}{\delta_i^2} \zeta_k^3 f'(\varphi_k), \quad (14)$$

где $f'(\varphi_k) = \frac{d}{d\varphi_k} \left[\frac{1 - \cos \varphi_k}{\varphi_k^2} \right]$, $\varphi_k = \delta \zeta_k$ (рис. 2). Для генератора с резонатором на сигнальную волну, подставляя (14) в уравнение баланса мощностей,

$$\omega W / Q = I_0 / e \cdot mc^2 \gamma_0 \eta, \quad (15)$$

где W — электромагнитная энергия, записанная в резонаторе, Q — его добротность, I_0 — ток пучка, найдем выражение для стартового тока. В случае двухзеркального резонатора это выражение имеет вид

$$I_{st} = \frac{\pi}{2} \frac{mc^3}{e} \frac{S(1 - R_1 R_2)}{\lambda_s^2} \frac{\gamma_0 \delta_i^2}{\alpha_i^2 \zeta_k^3 f'(\varphi_k)}, \quad (16)$$

где $R_{1,2}$ — коэффициенты отражения зеркал, S — их площадь, $\lambda_s = 2\pi c / \omega_s$. Согласно (16), при заданной амплитуде волны накачки наложение продольного магнитного поля относительно небольшой напряженности $\omega_H < 4\omega_i$ ($|\delta_i| < 1$) приводит к снижению стартового тока в δ_i^2 раз (режим циклотронного резонанса $\omega_H \simeq 2\omega_i$ рассмотрен особо в п. 4). В области больших магнитных полей ($\omega_H > 2\omega_i$) стартовый ток при наложении магнитного поля начинает увеличиваться, поскольку при таких напряженностях магнитное поле уже подавляет поперечные осцилляции электрона в волне накачки.

4. Рассмотрим теперь случай, когда имеет место циклотронный резонанс электронов с волной накачки $\delta_i = 0$. В таких условиях поперечный импульс электронов в поле накачки увеличивается в зависимости от продольной координаты по линейному закону $p_+ = \alpha_i \zeta$. Это приводит к постепенному уменьшению поступательной скорости электронов, в результате его фаза относительно сигнальной волны меняется как

$$\theta_s = \delta_s \zeta + \alpha_i^2 \zeta^3 / 3. \quad (17)$$

² Уравнения (13) могут быть получены и непосредственно из выражения для усредненной ponderomotorной силы в присутствии однородного магнитного поля [8].

Чтобы электрон оставался в синхронизме с волной и эффективно обменивался с ней энергией, этот набег фазы не должен существенно превышать 2π , т. е.

$$|\delta_s \zeta_k| \leq 2\pi, \quad \alpha_i^2 \zeta_k^3 / 3 \leq 2\pi. \quad (18)$$

Первое из этих условий означает, что сигнальная волна должна быть близка к циклотронному резонансу с электронами, второе условие ограничивает максимальное значение поперечной скорости, которую электрон может приобрести в поле накачки, оставаясь в синхронизме с сигнальной волной $V_{\perp} \leq \sqrt{6\pi} \cdot c / \gamma_0 \sqrt{\zeta_k}$.

Этот вывод подтверждается и точным анализом. Решая при $\delta_i = 0$ уравнения (6)–(9) методом последовательных приближений, получим следующее выражение для линейного КПД:

$$\eta = \alpha_s^2 \zeta_k^2 \chi(\theta_k, \rho), \quad (19)$$

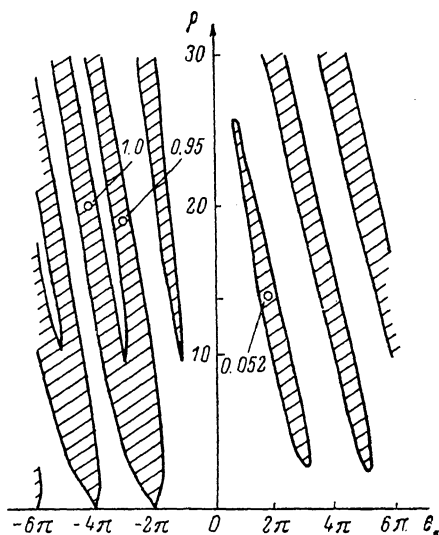
где

$$\chi(\theta_k, \rho) = -\Phi(\theta_k, \rho) + \frac{\rho}{2} \frac{d^3}{d\theta_k^3} \Phi(\theta_k, \rho) \quad (20)$$

— восприимчивость, вносимая электронным пучком в резонатор,

Рис. 3. Зоны усиления ($\chi > 0$) на плоскости ρ, θ_k в режиме двойного резонанса (заштрихованы).

Цифрами указаны максимальные значения восприимчивости χ для данной зоны.



$$\Phi(\theta_k, \rho) = \left| \int_0^1 \exp \left[i \left(\theta_k \xi + \frac{\rho \xi^3}{3} \right) \right] d\xi \right|^2, \quad (21)$$

$$\theta_k = \delta_s \zeta_k, \quad \rho = \alpha_i^2 \zeta_k^3, \quad \xi = \zeta / \zeta_k.$$

По форме выражение (20) аналогично выражению для восприимчивости в МЦР [7]. Первый член ответствен за циклотронное поглощение сигнальной волны (которое имеет место и в отсутствие накачки: $\rho = 0$), а второй — за индуцированное излучение.

Представляет интерес анализ выражения (20) для восприимчивости $\chi(\theta_k, \rho)$ в предельных случаях. При малых параметрах накачки $\rho \ll 1$ с точностью до членов первого порядка получим

$$\chi(\theta_k, \rho) = -\Phi(\theta_k, 0) + \rho \Psi(\theta_k), \quad \Psi(\theta_k) = \left(-\frac{d\Phi}{d\theta_k} + \frac{1}{2} \frac{d^3\Phi}{d\theta_k^3} \right) \Big|_{\rho=0}, \quad (22)$$

здесь Φ — четная, а Ψ — нечетная функции θ_k . Как следует из (22), в области отрицательных значений θ_k зоны усиления на плоскости θ_k, ρ , в которых $\chi > 0$, начинаются при $\theta_k \approx -2\pi n$ и $\rho \rightarrow 0$ (рис. 3). В области положительных значений θ_k зоны усиления возникают при $\theta_k \approx (2n + 1)\pi$, когда интенсивность накачки достаточно велика $\rho > \rho_{н\text{прит}}$.

В противоположном предельном случае очень больших интенсивностей накачки $\rho \gg 1$ выражение (21) удобно представить в виде

$$\Phi(\theta_k, \rho) = \rho^{-2/3} \left| \int_0^{\rho^{1/3}} \exp \left[i \left(b \xi + \frac{\xi^3}{3} \right) \right] d\xi \right|^2, \quad (23)$$

где $b = \theta_k \rho^{-1/3}$. Заменяя верхний предел интегрирования на ∞ , запишем Φ через функции Эйри [10]

$$\Phi(\theta_k, \rho) = \pi^2 \rho^{-2/3} [Ai^2(b) + Gi^2(b)]. \quad (24)$$

Выражение для восприимчивости (20) примет вид

$$\chi(\theta_k, \rho) = \pi^2 \rho^{-2/3} \hat{\chi}(b), \quad (25)$$

$$\hat{\chi}(b) = 4b [Ai(b) Ai'(b) + Gi(b) Gi'(b)] - 3\pi^{-1} Gi'(b). \quad (26)$$

Исследуем выражение (26) в различных случаях.

При $b \ll 1$ с точностью до первого порядка по b получим

$$\hat{\chi}(b) = -0.142 + 0.06b. \quad (27)$$

Следовательно, при $b \ll 1$ (вдоль оси ρ на рис. 3) имеет место поглощение сигнальной волны.

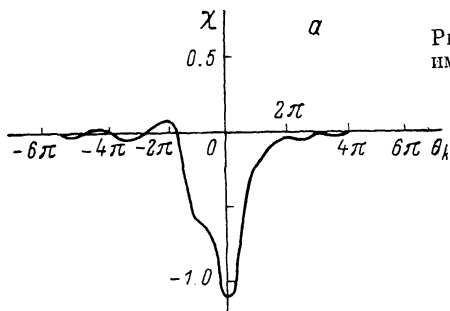
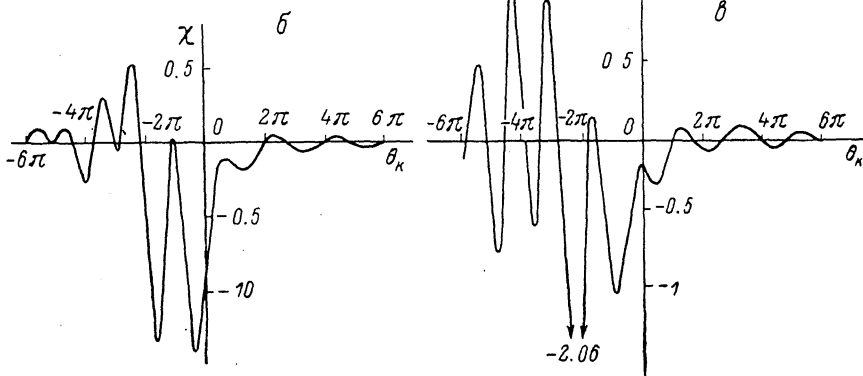


Рис. 4. Характерные зависимости восприимчивости χ от угла пролета θ_k в режиме двойного резонанса.

$a - \rho = 2, b = 10, \epsilon = 20.$



В случае $|b| \gg 1$, используя асимптотические представления функций Эйри [10], получим

$$\hat{\chi}(b) = -\pi^{-1} b e^{-2\epsilon} + \frac{7}{96} \pi^{-2} b^{-2}, \quad b > 0, \quad (28a)$$

$$\hat{\chi}(b) = -3\pi^{-3/2} |b|^{1/2} \sin(\epsilon + \pi/4), \quad b < 0, \quad (28б)$$

где $\epsilon = 2/3 \cdot |b|^{3/2}$. Согласно (28б), при $b < 0$ имеет место чередование зон усиления и поглощения, причем максимальная величина $\hat{\chi}$ существенно больше, чем в области $b > 0$.

В случае произвольных значений параметра ρ выражение для восприимчивости (20) исследовалось численными методами. На рис. 3 на плоскости параметров θ_k, ρ заштрихованы зоны, в которых индуцированное излучение преобладает над поглощением. На рис. 4 приведены типичные зависимости χ от θ_k при фиксированных значениях параметра накачки ρ .

Подставляя выражение для линейного КПД (19) в уравнение баланса мощностей (15), найдем стартовый ток генератора в режиме двойного резонанса

$$I_{st}^* = 2\pi \frac{mc^3}{e} \frac{S(1 - R_1 R_2)}{\lambda_0^2} \frac{\gamma_0}{\zeta_k^2 \chi(\theta_k, \rho)}. \quad (29)$$

При фиксированной интенсивности накачки отношение этого тока к стартовому току в отсутствие магнитного поля (см. [9] и формулу (16) при $\delta_1 = 1$) равно

$$I_{st}^*/I_{st} = 4\rho^{1/2} \alpha_1^{1/2} s f' / \chi. \quad (30)$$

Пусть $\varphi_k \simeq -0.8\pi$, $\theta_k \simeq -3\pi$, $\rho \simeq 20$, при этом функции $f'(\varphi_k)$ и $\chi(\theta_k, \rho)$ принимают свои максимальные значения $f' = 0.13$, $\chi \simeq 1$, а отношение стартовых токов равно $I_{st}^*/I_{st} \simeq 1.4\alpha_i^{1/2}$. Следовательно, если амплитуда волны накачки мала и $\alpha_i \ll 1$, стартовый ток в режиме двойного резонанса существенно ниже, чем в отсутствие магнитного поля.

Противоположным оказывается сравнение этих режимов при больших интенсивностях накачки. В режиме двойного резонанса оптимальное значение осцилляторной скорости электрона определяется выходом электронов из синхронизма с сигнальной волной и по порядку величины равно $v \sim c/\gamma_0^2 \alpha_i^{1/2}$, что соответствует интенсивности накачки $\alpha_i \sim \zeta_k^{-2} \ll 1$. В отсутствие магнитного поля осцилляторная скорость постоянна по длине генератора и ее максимальное значение, совместимое с большим преобразованием частоты ($\omega_s/\omega_i \sim \gamma_0^2$), порядка $v \sim c\gamma_0^{-1}$. Оно достигается при интенсивности накачки $\alpha_i \sim 1$. Следовательно, максимально допустимое значение осцилляторной скорости в режиме двойного резонанса примерно в $\sqrt{\zeta_k}$ раз меньше, и соответственно минимальный стартовый ток в ζ_k раз больше (ср. (29) с формулой (24) работы [11]), чем в отсутствие магнитного поля.

Литература

- [1] V. L. Granatstein et al. Appl. Phys. Lett., 30, 384 (1977).
- [2] D. A. G. Deacsn et al. Phys. Rev. Lett., 38, 892 (1977).
- [3] P. Sprangl, V. L. Granatstein. Appl. Phys. Lett., 25, 377 (1974).
- [4] В. И. Мирошниченко. Физика плазмы, 2, 789 (1976).
- [5] В. И. Канавец, В. А. Кубарев, В. А. Черепенин. ЖТФ, 47, 2472 (1977).
- [6] В. Л. Братман, Н. С. Гинзбург, М. И. Петелин, А. В. Сморгонский. В кн.: Релятивистская высокочастотная электроника, 217. Горький (1979).
- [7] А. В. Гапонов, М. И. Петелин, В. К. Юлпатов. Изв. вузов, Радиофизика, 10, 1414 (1967).
- [8] М. А. Миллер. Изв. вузов, Радиофизика, 1, 110 (1958).
- [9] В. Л. Братман, Н. С. Гинзбург, М. И. Петелин. ЖЭТФ, 76, 930 (1979).
- [10] Справочник по специальным функциям, под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. М. (1979).
- [11] Н. С. Гинзбург. ЖТФ, 51, 764 (1981).

Поступило в Редакцию
26 июня 1982 г.