

Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. А. Варфоломеев, М. М. Питателев, Индуцированное магнитотормозное излучение электронов в полях ондулятора и ведущего аксиального поля, *ЖТФ*, 1986, том 56, выпуск 5, 856–867

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 52.15.173.197

8 января 2025 г., 06:25:01



УДК 538.561.

ИНДУЦИРОВАННОЕ МАГНИТОТормозное ИЗЛУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ В ПОЛЯХ ондулятора И ВЕДУЩЕГО аксиального поля

А. А. Варфоломеев, М. М. Питателев

Рассмотрена комбинированная схема лазера на свободных электронах, у которого наряду с полем спирального ондулятора имеется сильное аксиальное магнитное поле. При расчете усиления рассматривались как стационарные, так и нестационарные траектории электронов. Это позволило определить усиление для электронного пучка с конечными энергетическим и угловым разбросами. Показано, что в комбинированной схеме ЛСЭ возможно увеличение усиления по сравнению с обычной схемой ЛСЭ.

Введение

Эксперименты, проведенные в Стэнфордском университете [1, 2], в которых впервые был осуществлен режим генерации когерентного излучения с помощью электронных пучков, доказали возможность генерации электромагнитного излучения по принципу лазеров на свободных электронах (ЛСЭ) (см. также [3]). Последующие экспериментальные и теоретические исследования обнаружили, что для создания ЛСЭ, работающего в оптическом диапазоне длин волн, основной проблемой является получение достаточно больших значений коэффициента усиления электромагнитной волны (см., например, [4, 5]).

В простой (классической) схеме ЛСЭ, где электронный релятивистский пучок движется в магнитном поле, создаваемом линейным или спиральным ондулятором, необходимые значения коэффициента усиления могут быть получены лишь при использовании пучков электронов с большой плотностью тока и малыми значениями углового и энергетического разбросов [6]. Другими словами, качество пучков должно быть достаточно высокое (лучше или близко к качеству пучка в стэнфордском эксперименте). Однако электронные пучки, получаемые на большинстве ускорителей в настоящее время, не удовлетворяют этим требованиям. По этой причине исследуются различные модификации классической схемы ЛСЭ в поисках возможности увеличения коэффициента усиления и эффективности преобразования энергии электронов в энергию волны. Одной из таких схем является ЛСЭ, у которого наряду с полем спирального ондулятора введено аксиальное магнитное поле.

Генераторы с аксиальным магнитным полем (гиротроны и мазеры на циклотронном резонансе) оказались весьма эффективными в длинноволновом диапазоне (сантиметровом и миллиметровом). Особенностью МЦР является достижение больших значений КПД преобразования энергии электронов в энергию [7] в так называемом режиме авторезонанса. В то же время они обеспечивают относительно малые значения коэффициента усиления волны. В этом смысле их возможности еще меньше, чем у ондуляторных схем ЛСЭ (см., например, [8]). Как мы увидим ниже, использование именно двух полей одновременно (аксиального и ондуляторного) позволяет повысить коэффициент усиления волны.

Использование аксиального поля для повышения усиления ЛСЭ было предложено Сухатме и Вольфом уже в первой работе по ЛСЭ [9]. При этом исследовалась схема, где роль отклоняющего поля играла встречная электромагнитная волна. В последующих работах Шпрангла и Гранатштейна [10, 11] подробно

исследована комбинированная схема ЛСЭ с ондулятором. При этом показано, что основной механизм увеличения усиления в такой схеме связан с увеличением поперечных скоростей электронов в том же ондуляторе при наличии аксиального поля с напряженностью, близкой к той, которая обеспечивает циклотронный резонанс. Надо сказать, что этот механизм увеличения усиления практически мало интересен, так как увеличение поперечных составляющих скорости электропа может достигаться и другими способами (например, увеличением полей самого ондулятора). Кроме того, такое увеличение поперечных отклонений электронов ведет к изменению свойств излучения: уменьшению основной частоты излучения и появлению высших гармоник излучения. Это влечет ухудшение свойств ЛСЭ как генератора.

Последующие исследования показали, однако, что в комбинированном ЛСЭ может быть и другой механизм увеличения усиления, не связанный с увеличе-

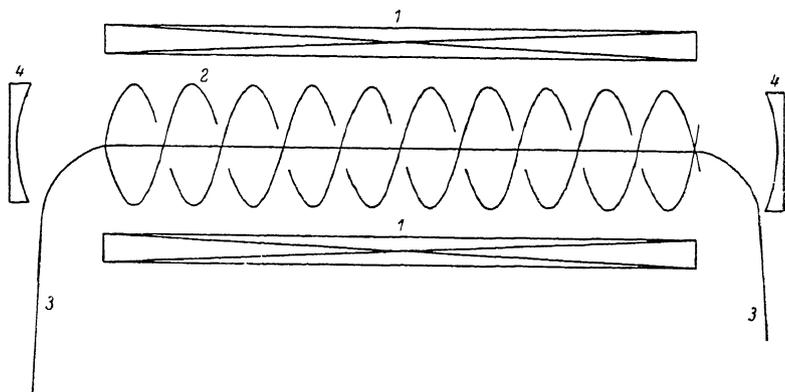


Рис. 1. Принципиальная схема комбинированного ЛСЭ.

1 — соленоид, 2 — спиральный ондулятор, 3 — электронный пучок, 4 — зеркала резонаторов.

нием поперечных составляющих скорости электронов. Первыми на это обратили внимание Фридланд и Хиршфильд [12]. Позднее комбинированные ЛСЭ исследовались теоретически как в одночастичном приближении [13-15], так и с учетом коллективных эффектов [16-19]. Рассматривалась также схема, где вместо ондулятора использовалась встречная электромагнитная волна [20-22]. В результате были подробно исследованы возможные траектории электронов в комбинированном магнитном поле [12, 13]. При определенных начальных условиях, связанных со стадией влета электронов в ондулятор, электрон будет двигаться по так называемым «стационарным» орбитам в виде винтовых линий с сохранением по величине продольной составляющей скорости электрона [12]. Исследовались также и нестационарные траектории электронов [13], однако во всех расчетах усиления, проведенных до сих пор [12-15], использовались только стационарные траектории. Полученные результаты справедливы только для моноэнергетических пучков. Зависимость усиления от качества электронных пучков не исследовалась. Заметим, что усиление комбинированного ЛСЭ для немонахроматического пучка электронов не может быть получено путем простого усреднения результатов, справедливых для монохроматических электронов. Это связано с тем, что для немонахроматических пучков должны быть учтены нестационарные орбиты электронов.

Задачей данной работы является подробное исследование комбинированной схемы ЛСЭ с целью определения усиления на реальных немонахроматических пучках, обладающих малыми, но конечными угловыми и энергетическими разбросами.

1. Особенности комбинированного ЛСЭ

С целью уточнить нашу задачу рассмотрим некоторые общие свойства комбинированного ЛСЭ, схема которого представлена на рис. 1.

Суперпозиция полей ондулятора и аксиального магнитного поля в приосевой области ондулятора может быть записана в виде

$$\mathbf{B}(z) = B_\omega (\mathbf{e}_x \cos k_\omega z + \mathbf{e}_y \sin k_\omega z) + B_0 \mathbf{e}_z, \quad (1)$$

где $k_\omega = 2\pi/\lambda_\omega$, λ_ω — период ондулятора.

В продольном (направленном вдоль оси электронного пучка z) поле B_0 у электрона имеется собственная гиротронная частота поперечных колебаний

$$\Omega_0 = |e| B_0 / mc \gamma, \quad (2)$$

где e — заряд, m — масса, γ — релятивистский фактор электрона.

Будем рассматривать случай, когда резонанс между ондуляторной $k_\omega v_z$ и гиротронной частотой отсутствует,¹ а именно

$$\left| 1 - \frac{\Omega_0}{k_\omega v_z} \right| \gg \frac{1}{N}.$$

Поперечное ондуляторное поле B_ω , действуя на электрон, приводит к вынужденным колебаниям поперечных скоростей электронов с частотой $k_\omega v_\perp$, где v_\perp — средняя продольная скорость электрона. Амплитуда этих колебаний будет в $|a|^{-1}$ раз больше, чем в том же ондуляторе без поля B_0 , где

$$a = 1 - \Omega_0 / k_\omega v_z. \quad (3)$$

Таким образом, за счет введения аксиального поля B_0 рост коэффициента усиления, связанный с увеличением поперечных скоростей, действительно может иметь место в некоторых пределах. Однако, как уже отмечалось выше, увеличение поперечных составляющих скорости приводит к одновременному уменьшению продольной скорости электрона и соответствующему изменению частоты излучения из-за доплеровского сдвига частот

$$\omega = \frac{k_\omega v_\perp}{1 - v_z/c}. \quad (4)$$

При больших значениях поперечных скоростей электронов $(v_x^2 + v_y^2)^{1/2} \gg c\gamma^{-1}$ частота генерации перемещается в область малых частот. Для этой области существуют другие, более эффективные способы генерации с использованием пучков электронов меньших энергий. Ограничиваясь оптическим и инфракрасным диапазонами, будем в дальнейшем считать выполненным условие дипольности излучения

$$(v_x^2 + v_y^2)^{1/2}/c \leq \gamma^{-1}, \quad \gamma \geq 1. \quad (5)$$

Заметим, что условие дипольности используется и в обычных схемах ЛСЭ (см., например, [4]). Вводя ограничение (5), мы фактически исключаем из рассмотрения вопрос о возможности увеличения усиления ЛСЭ за счет роста поперечных компонент скорости электрона.

Для ультрарелятивистских электронных пучков максимальные значения тока, достигаемые на современных ускорителях, не превышают десятков ампер, что позволяет обычно считать выполненным условие применимости одночастичного приближения

$$\omega^2 \gg \omega_e^2 N^2 / \gamma, \quad (6)$$

где $\omega_e = (4\pi n_e/m)^{1/2}$ — плазменная частота электронов, ω — частота генерации, N — число периодов ондулятора.

Ограничимся также линейным по электромагнитному полю приближением и будем считать это поле заданным в виде плоской циркулярной правополяризованной монохроматической волны, описываемой потенциалом

$$\mathbf{A}(z, t) = A_\pm e^{-i\omega t + i \frac{\omega}{c} z} \mathbf{e}_\pm + \text{к. с.}, \quad (7)$$

где $\mathbf{e}_\pm = (\mathbf{e}_x \pm i\mathbf{e}_y)/2$.

¹ Заметим, что таким образом мы исключили из рассмотрения случай двойного резонанса (ср., например, [7], с. 217).

Введение заданного поля волны означает (см. [4]), что коэффициент G усиления волны за один проход волны через ондулятор считается малым $G \ll 1$.

2. Движение электрона в полях ондулятора и аксиального магнитного поля

Поскольку при движении электрона в магнитных полях сохраняется энергия электрона, уравнения движения в полях (1) обычно представляют в виде

$$\begin{aligned} m\gamma \frac{dv_x}{dt} &= -\frac{e}{c} B_0 v_y + \frac{e}{c} B_\omega v_z \sin k_\omega z, \\ m\gamma \frac{dv_y}{dt} &= \frac{e}{c} B_0 v_x - \frac{e}{c} B_\omega v_z \cos k_\omega z, \\ m\gamma \frac{dv_z}{dt} &= \frac{e}{c} B_\omega (-v_x \sin k_\omega z + v_y \cos k_\omega z). \end{aligned} \quad (8)$$

При определенных начальных условиях электрон в полях (1) движется по так называемым стационарным траекториям, при этом v_x постоянна (ср. [12, 13]). В отличие от большинства опубликованных работ не будем ограничиваться рассмотрением только стационарных траекторий. Представим продольную скорость v_z и координату z в виде

$$v_z = v_{||} + \Delta v_z(t), \quad z(t) = v_{||} t + \int_0^t \Delta v_z(t') dt', \quad (9)$$

где $v_{||}$ — постоянная, Δv_z — переменная части продольной скорости. Систему (8) будем решать методом последовательных приближений по параметру $\alpha \equiv |\Delta v_z|_{\max}/v_{||}$, который вследствие условия дипольности не превышает γ^{-2} . В нулевом приближении используем $v_z = v_{||}$, и из первых двух уравнений системы (8) получим

$$\begin{aligned} P_x &= -P_\omega \cos k_\omega z + P_\perp \cos(\Omega_0 t + \varphi), \\ P_y &= -P_\omega \sin k_\omega z + P_\perp \sin(\Omega_0 t + \varphi), \end{aligned} \quad (10)$$

где $P_\omega = |e|B_\omega/k_\omega c a$, а параметры P_\perp и φ определяются начальными условиями (условиями влета электронов в ондулятор). В следующем приближении по α из третьего уравнения системы (8) найдем

$$P_x = P_\perp - \frac{P_\omega}{P_\perp} P_\perp \cos(k_\omega v_{||} a t - \varphi), \quad (11)$$

где a дается выражением (3).

Во избежание недоразумений отметим, что параметр P_\perp характеризует не полные поперечные колебания, а лишь колебания с гиротронной частотой. Условие $P_\perp = 0$ означает отсутствие гиротронных колебаний. Электрон при этом будет двигаться по стационарной траектории, для которой характерны поперечные колебания на ондуляторной частоте (ср. [12]).

Используя закон сохранения энергии в поле (1), из решений (10) и (11) получим связь между введенными параметрами

$$P^2 = P_\perp^2 + P_\omega^2 + P_\perp^2. \quad (12)$$

Нестационарные траектории электронов, согласно (10) и (11), определяются заданием трех независимых параметров (интегралов движения). В качестве независимых выберем параметры γ , P_\perp и φ .

Как будет показано ниже, возможность увеличения усиления в комбинированном ЛСЭ по сравнению с классической схемой тесно связана с изменением зависимости средней продольной скорости электрона от его энергии. Из (12) с учетом (5) получим

$$\frac{\partial v_{||}}{\partial \gamma} = \frac{1}{\gamma^3} \left(1 + \frac{P_\omega^2}{m^2 c^2 a} \right) - c \frac{P_\perp^2}{m^2 c^2 \gamma^3}. \quad (13)$$

Видно, что в околорезонансном режиме ($|a| \ll P_\omega^2 m^{-2} c^{-2}$) модуль производной $\partial v_{\parallel} / \partial \gamma$ растет, а при $|a + P_\omega^2 m^{-2} c^{-2}| \ll 1$ падает по сравнению с соответствующей производной в отсутствие поля B_0 .

При расчете усиления нам потребуется явная зависимость импульсов электронов от координаты z , которая может быть получена из выражений (10) и (11)

$$P_x = -P_\omega \cos k_\omega z + |P_\perp \cos \left(\Omega_0 \frac{z}{v_\parallel} + \varphi \right),$$

$$P_y = -P_\omega \sin k_\omega z + |P_\perp \sin \left(\Omega_0 \frac{z}{v_\parallel} + \varphi \right),$$

$$P_z = P_\parallel - \frac{P_\omega P_\perp}{P_\parallel} \cos(k_\omega a z - \varphi), \quad (14)$$

$$t(z) \equiv \int_0^z \frac{dz'}{v_z(z')} = \frac{z}{v_\parallel} + \frac{P_\omega P_\perp}{k_\omega c a P_\parallel^2} (\sin(k_\omega a z - \varphi) + \sin \varphi). \quad (15)$$

3. Зависимость коэффициента усиления электромагнитной волны от параметров движения электронов

До сих пор мы рассматривали движение электронов в полях (1) без учета поля электромагнитной волны. При достаточно малых интенсивностях волны (см. выше), как и в случае обычной схемы ЛСЭ ([4]), влияние волны на движение электронов будет слабым и может рассматриваться как возмущение.² Для описания поведения пучка электронов с учетом действия волны оказывается целесообразным перейти к их статистическому описанию через функцию распределения электронов $f(t, z, \mathbf{P})$. В отсутствие волны траектория электронов определяется заданием трех параметров — интегралов движения γ , P_\perp и φ . Поэтому функцию распределения можно представить в виде

$$f(t, z, \mathbf{P}) = F(\gamma(\mathbf{P}), P_\perp(z, \mathbf{P}), \varphi(z, \mathbf{P})) + \delta f(t, z, \mathbf{P}), \quad (16)$$

где $F(\gamma, P_\perp, \varphi)$ — функция распределения электронов в отсутствие лазерной волны, а $\delta f(t, z, \mathbf{P})$ — поправка к функции распределения электронов, возникающая за счет взаимодействия электронов с волной. В поле монохроматической лазерной волны в первом приближении по полю волны эта поправка оказывается одночастотной

$$\delta f(t, z, \mathbf{P}) = \delta f(z, \mathbf{P}) e^{-i\omega t} + \text{к. с.}$$

Функция $\delta f(z, \mathbf{P})$ может быть найдена (см., например, [21]) из линеаризованного уравнения Власова

$$\delta j(z, \mathbf{P}) = e e^{i\omega t(z)} \int_0^z \frac{dz'}{v_z(z')} \left[\mathbf{E}(t(z'), z') + \frac{\mathbf{v}(z')}{c} \times \mathbf{B}(t(z'), z') \right] \frac{\partial F}{\partial \mathbf{P}(z')}, \quad (17)$$

где $\mathbf{E}(t, z)$ и $\mathbf{B}(t, z)$ — напряженности поля волны.

Соответствующее изменение плотности тока электронов за счет влияния лазерной волны равно

$$\delta \mathbf{J}(t, z) = \frac{e}{m} e^{-i\omega t} \int d\gamma dP_\perp d\varphi \frac{\mathbf{P}(z)}{\gamma} \delta f(z, \mathbf{P}) + \text{к. с.} \quad (18)$$

Полное решение задачи сводится к самосогласованному решению уравнений (17) и (18), определяющих ток электронов, и уравнения Максвелла

$$\left(\partial_z^2 + \frac{\omega^2}{c^2} \right) \mathbf{A}(z) e^{-i\omega t} = -\frac{4\pi}{c} \delta \mathbf{J}(t, z). \quad (19)$$

² Заметим, что поправки к движению электронов, связанные с действием лазерной волны, приводят к модуляции электронной плотности, а не к изменению формы траектории электронов. Точность определения последних по-прежнему остается порядка γ^{-2} .

В этом случае, когда коэффициент усиления мал, в уравнениях (17) и (18) можно считать поле лазерной волны заданным. Из уравнения (19) для правых поляризаций векторного потенциала волны A_+ и тока δJ_+ найдем

$$G = -\frac{4\pi}{c} \operatorname{Im} \left(\int_0^L dz e^{i\frac{\omega}{c}z} \frac{\delta J_+(z)}{A_+(0)} \right) \quad (20)$$

при

$$A_+(t, z) = A_+(0) e^{-i\omega t + i\frac{\omega}{c}z}$$

Используя (17), (18) и (14), преобразуем это выражение к виду

$$G = \frac{\omega_e^2}{2c} \operatorname{Re} \left(\int d\gamma dP_\perp d\varphi \frac{F(\gamma, P_\perp, \varphi)}{n_e} \int_0^L dz \int_0^z dz' e^{-i\frac{\omega}{c}z + i\frac{\omega}{c}z'} \right) \times \\ \times \left\{ \frac{\partial}{\partial \gamma} \left(\frac{P_\perp(z) P_\perp(z')}{m^2 c^2 \gamma^2 v_z(z')} e^{i\omega t(z) - i\omega t(z')} \right) + \left(\frac{\partial}{\partial P_\perp} + i \frac{1}{P_\perp} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) (P_+(z) \left(\frac{1}{v_z(z')} - \frac{1}{c} \right) \times \right. \\ \left. \times \frac{1}{\gamma} e^{i\frac{\omega}{c}z' + i\varphi + i\omega t(z) - i\omega t(z')} \right\}, \quad (21)$$

где $P_\pm(z) = P_x(z) \mp iP_y(z)$, n_e — плотность электронов, ω_e — плазменная частота.

По существу (21) является общим решением задачи, так как позволяет найти усиление для пучка электронов, обладающего начальным распределением $F(\gamma, P_\perp, \varphi)$ по его параметрам. В приложении приведен другой вид этого соотношения, полученный с помощью разложения подынтегральной экспоненты по функциям Бесселя. Показано, что в общем случае коэффициент усиления представляет собой сумму простых по виду компонент функции усиления (гармоник), каждая из которых вносит решающий вклад в усиление в своей области расстройки μ , которая определяется величиной средней продольной скорости электрона

$$\mu = \left(\frac{\omega}{v_\parallel} - \frac{\omega}{c} - k_\omega \right) \frac{L}{2}. \quad (22)$$

4. Коэффициент усиления комбинированного ЛСЭ

Рассмотрим на примере конкретного режима комбинированного ЛСЭ зависимость усиления от качества электронного пучка, т. е. от энергетического $m^2 \Delta\gamma$ и углового ψ разбросов электронов в пучке. Указанные разбросы относятся к пучку до влета электронов в ондулятор. Будем считать выполненными следующие условия, ограничивающие эти разбросы:

$$N \gg 1/|a|, \quad (23)$$

$$\frac{\Delta\gamma}{\gamma_0} \ll \min\{a^2, |a + K^2|\}, \quad \psi \frac{v_\perp^0}{c} \ll \frac{|a|}{\gamma_0^2}, \quad (24)$$

где $v_\perp = P_\perp/m\gamma$, $K = \gamma v_\omega/c$ — фактор ондуляторности для комбинированного ЛСЭ, v_\perp^0 — среднее значение поперечной скорости электронов пучка, $m^2 \gamma_0$ — средняя энергия электронов.

Найдем разбросы Δv_\perp и $\Delta \mu$ в соответствующих параметрах траекторий электронов, вызванные угловым и энергетическим разбросами электронов. Можно показать, что для пучка электронов с достаточно большими поперечными размерами $d \gg \psi \bar{L}$ (где \bar{L} — характерная длина, на которой проявляются краевые эффекты ондулятора) поперечные размеры и угловой разброс пучка практически не изменяются при влете пучка в ондулятор. Поэтому можно считать, что разброс в поперечных скоростях v_x и v_y не изменяется и равен $c\psi$. Амплитуды колебаний поперечных скоростей $v_\omega = P_\omega/m\gamma$ на ондуляторной частоте имеют разброс порядка $\Delta v_\omega \approx v_\omega \Delta\gamma/\gamma_0 a$. Учитывая это соотношение, из (10) получим для разброса в амплитудах v_\perp

$$(\Delta v_\perp)^2 \approx c^2 \psi^2 + v_\omega^2 (\Delta\gamma/\gamma_0 a)^2. \quad (25)$$

Для определения соответствующего разброса электронов пучка по расстройке μ используем ее явную зависимость от параметров v_{\perp} и γ , которая следует из (22), (12) и условия (24)

$$\mu = \mu^* + \pi N \frac{\omega}{k_{\omega} v_{\parallel} \gamma_0^2} \left[\gamma_0^2 \left(\frac{v_{\perp}}{c} \right)^2 - \gamma_0^2 \left(\frac{v_{\perp}^0}{c} \right)^2 - 2 \frac{\gamma - \gamma_0}{\gamma_0} \left(1 + \frac{K^2}{a} \right) \right], \quad (26)$$

где

$$\mu^* = (\omega/v_{\parallel}(\gamma_0, v_{\perp}^0) - \omega/c - k_{\omega}) L/2.$$

В итоге получим для разброса расстройки

$$\Delta\mu = \pi N \frac{\omega}{k_{\omega} v_{\parallel} \gamma_0^2} \left[(\gamma_0 v_{\perp}^0)^2 (\gamma_0 v_{\perp}^0/c)^2 + \left(\frac{\Delta\gamma (a + K^2)}{\gamma_0 a} \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (27)$$

В общем случае выражение для усиления, как показано в Приложении, может быть представлено в виде суммы отдельных компонент усиления, имеющих максимумы в различных областях расстройки μ . При условии (23) компоненты усиления с $m \neq n$ малы и исчезает перекрытие компонент усиления с номерами $m = n$. Кроме этого, при выполнении (24) разброс (27) оказывается малым по сравнению с расстоянием $\delta\mu = \pi N |a|$ между отдельными компонентами усиления. Это означает, что основной вклад в усиление на заданной частоте ω вносит лишь одна компонента усиления. Номер этой компоненты определяется величиной параметра μ^* ($m = n \sim \mu^*/N |a|$), а следовательно, частотой усиления. В частности, при $\mu^* \sim 1$, т. е. на частоте $\omega \approx (1 - v_{\parallel}(\gamma_0, v_{\perp})/c)^{-1} k_{\omega} v_{\parallel}$ коэффициент усиления оказывается равным

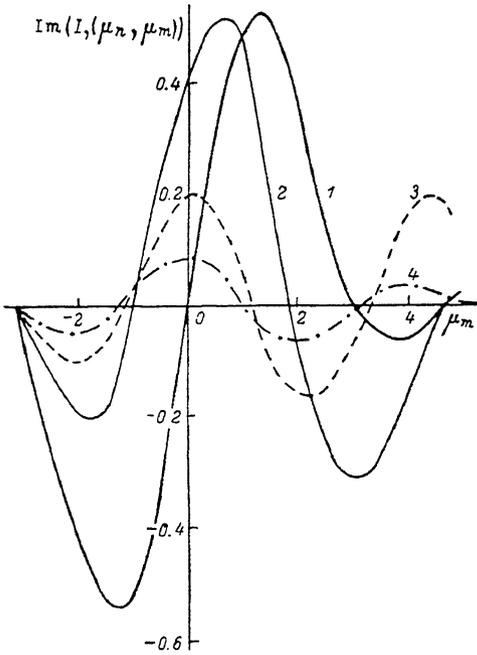


Рис. 2. Мнимая часть компонент $I_1(\mu_n, \mu_m)$ усиления при параметрах $(m-n)Na = 0.0$ (1), 2.0 (2), 5.0 (3), 10.0 (4).

$$G = \frac{\omega^2 L^2}{4c\gamma_0} 2\pi N \left(\frac{v_{\omega}}{c} \right)^2 C_1(0, 0) \int d\gamma dv_{\perp} d\varphi F(\gamma, v_{\perp}, \varphi) \frac{\partial}{\partial \mu} \left(\frac{\sin^2 \mu}{\mu^2} \right). \quad (28)$$

Здесь $C_1(0, 0)$ — функция, зависящая от амплитуды колебаний продольной скорости электронов и разности ондуляторной и циклотронной частот (ср. Приложение)

$$C_1(0, 0) = \frac{\omega}{2k_{\omega} v_{\parallel} \gamma_0^2} \left(1 + \frac{K^2}{a} \right) \left(J_0(A) - \frac{v_{\perp}^0}{v_{\omega}} J_1(A) \right)^2 + \frac{\Omega_0}{k_{\omega} v_{\parallel}} \frac{v_{\perp}^0}{v_{\omega}} J_1(A) \left(J_0(A) + \frac{v_{\perp}^0}{v_{\omega}} J_1(A) \right), \quad (29)$$

где $A = \omega v_{\perp} / k_{\omega} c^3 |a|$; J_0 и J_1 — функции Бесселя. Выражение (28) позволяет произвести корректное усреднение по параметрам пучка в рассматриваемом случае (23), (24).

Обратим внимание на то, что явная зависимость подынтегральной функции от расстройки μ имеет тот же вид, что и функция усиления обычного ЛСЭ (рис. 2). Однако зависимость расстройки μ от параметров γ и v_{\perp} траектории электронов в этих схемах в общем случае разная. На основании этого сходства усиление комбинированного ЛСЭ можно выразить через функцию усиления классической схемы ЛСЭ (с тем же числом периодов ондулятора N),

но при других значениях углового и энергетического разбросов. Эти значения $mc^2\Delta\gamma_{\text{эфф}}$ и $\psi_{\text{эфф}}$ должны отвечать интервалам расстройки $\Delta\mu$ классической схемы ЛСЭ, равным соответствующему интервалу для комбинированной схемы ЛСЭ (27). Это приводит к зависимости

$$mc^2\Delta\gamma_{\text{эфф}} = (1 + K^2/a)(1 + K^2)^{-1}mc^2\Delta\gamma,$$

$$\psi_{\text{эфф}} = (\psi v_1^0/c)^{1/2}.$$

В результате коэффициент усиления (28) может быть выражен через коэффициент усиления G_0 классической схемы ЛСЭ для пучка с разбросами $mc^2\Delta\gamma_{\text{эфф}}$ и $\psi_{\text{эфф}}$ следующим образом:

$$G = \frac{|C_1(0, 0)|}{1 + K^2} G_0(N, \psi_{\text{эфф}}, \Delta\gamma_{\text{эфф}}). \quad (30)$$

Здесь $C_1(0, 0)$ по-прежнему дается формулой (29), а зависимость от конечных разбросов пучка соответствует обычной схеме ЛСЭ

$$G_0(N, \psi_{\text{эфф}}, \Delta\gamma_{\text{эфф}}) \sim N \frac{1 + K^2}{N^{-2} + (\gamma_0\psi_{\text{эфф}})^4 + 4(\Delta\gamma_{\text{эфф}}/\gamma_0)^2}. \quad (31)$$

Заметим, что выражение (30) справедливо для значений v_1^0 , ограниченных только условием дипольности (5). При выполнении условия (24), оптимизируя угол вылета пучка электронов в ондулятор, можно, вообще говоря, обеспечить малые значения этого параметра в соответствии с условием $v_1^0 \sim \Delta v_{\perp} \ll c|a|/\gamma_0$. В результате коэффициент $C_1(0, 0)$ станет равным $C_1(0, 0) = 1 + K^2/a$, а выражение для усиления комбинированного ЛСЭ упростится

$$G = \frac{\omega^2\lambda_{\omega}}{2c\gamma_0} \pi N \frac{Z}{N^{-2} + (\gamma_0\psi)^4 + 4Z^2(\Delta\gamma/\gamma_0)^2}, \quad (32)$$

здесь Z зависит от разности ондуляторной и циклотронной частот $Z = (1 + K^2/a)(1 + K^2)^{-1}$.

5. Обсуждение результатов

Проведенный выше анализ нестационарных траекторий электронов в полях (1) позволил получить усиление комбинированного ЛСЭ в общем случае с учетом конечных угловых и энергетических разбросов пучка. Полученные выражения (30) и (32) позволяют провести сравнение комбинированного ЛСЭ как с классическим ЛСЭ, так и с лазерами на циклотронном резонансе (чисто аксиальное магнитное поле) с учетом конечного качества пучков. Прежде всего мы хотели бы обратить внимание на то, что в комбинированном ЛСЭ отклонения траекторий электронов от стационарных оказывают существенное влияние на усиление. Это связано с тем, что колебания продольной скорости и соответствующие колебания продольной координаты $\Delta z(t)$ электронов в полях (1) приводят к изменению процессов взаимодействия с волной, поскольку за счет этих колебаний изменяется относительная фаза между электронами и волной. Колебания в комбинированном ЛСЭ происходят с частотой, равной разности ондуляторной и циклотронной частот, и эта частота может быть существенно меньше, чем ондуляторная. В результате эффекты, связанные с колебаниями v_z , сказываются сильнее в комбинированном ЛСЭ, чем в классическом [24], за счет того, что соответствующие изменения фазы не усредняются в течение большего промежутка времени.

Как видно из формул для усиления, приведенных в Приложении, колебания v_z с необходимостью ведут к появлению добавочных компонент функции усиления, каждая из которых работает в своей области расстройки μ электронов. При этом амплитуда основной ($m=n=0$) компоненты усиления падает (см. (29)).

Конечные разбросы пучка электронов, как и следовало ожидать, вызывают уменьшение усиления, причем величина усиления существенным образом зависит от разности ондуляторной $k_{\omega}v_1$ и циклотронной Ω_0 частот. На рис. 3 показана зависимость отношения коэффициентов усиления комбинированной схемы

ЛСЭ к усилению в классической схеме ЛСЭ для одного и того же электронного пучка. Данные относятся к схемам ЛСЭ с одними и теми же значениями фактора ондуляторности K , а следовательно, и одинаковой частоте генерации ω . При этом напряженности полей ондулятора соответственно разные

$$V_{\omega} = mc\gamma_0 k_{\omega} a(\gamma_0) K / |e|.$$

Из результатов [12, 13], полученных для монохроматических пучков, формально следует, что усиление беспрестанно увеличивается при приближении к резонансу между частотами $k_{\omega} v_{||}$ и Ω_0 . Как видно из приведенных данных

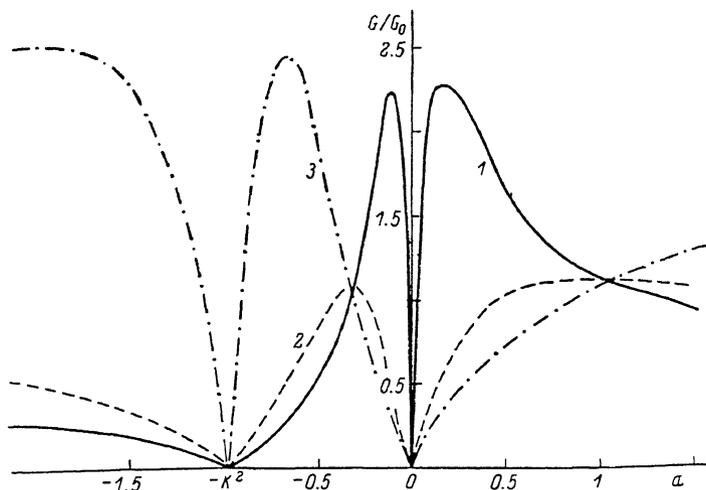


Рис. 3. Зависимость отношения усиления на заданной частоте генерации комбинированной и классической схем ЛСЭ от безразмерной разности ондуляторной и циклотронной частот при $K=1$ и величине $Z_{\text{опт}} = (2\Delta\gamma/\gamma_0) (N^{-2} + (\gamma_0\psi)^4)^{-1/2}$, равной соответственно 0.26 (1), 1.0 (2) и 5.6 (3).

и формулы (32), для реальных пучков максимум усиления достигается при определенных значениях параметра $a = a_{\text{опт}}$, зависящих от качества пучка

$$\left| \frac{a_{\text{опт}}^2 + K^2}{a_{\text{опт}}} \right| = (1 + K^2) \frac{\gamma_0}{2\Delta\gamma} (N^{-2} + (\gamma_0\psi)^4)^{1/2}.$$

Максимально возможный выигрыш в усилении на фиксированной частоте ω также определяется разбросами пучка и равен

$$\chi = \frac{1}{2} \left[\frac{\gamma_0}{2\Delta\gamma} (N^{-2} + (\gamma_0\psi)^4)^{1/2} + \frac{2\Delta\gamma}{\gamma_0 (N^{-2} + (\gamma_0\psi)^4)^{1/2}} \right]. \quad (33)$$

Существенное увеличение усиления по сравнению с классической схемой возможно в следующих двух случаях.

1. В классической схеме ЛСЭ вклад энергетического разброса в ширину линии излучения мал, т. е. $2\Delta\gamma/\gamma_0 \ll (N^{-2} + (\gamma_0\psi)^4)^{1/2}$. В этом случае выигрыш в усилении дается первым членом выражения (33) и достигается при работе ЛСЭ в околорезонансном режиме $a \approx a_{\text{опт}}$ ($|a_{\text{опт}}| \ll K^2$). Заметим, что для повышения усиления на таких пучках была предложена и другая схема ЛСЭ, обычно называемая оптическим клистроном [25]. Для оптического клистрома максимально возможный выигрыш в усилении также лимитирован энергетическим разбросом пучка и с точностью до численного коэффициента совпадает с выигрышем в усилении для нашего случая.

2. В классической схеме ЛСЭ вклад энергетического разброса в ширину линии спонтанного излучения является доминирующим, т. е. $2\Delta\gamma/\gamma_0 \gg (N^{-2} + (\gamma_0\psi)^4)^{1/2}$. Выигрыш в усилении дается вторым членом выражения (33) и растет с увеличением энергетического разброса пучка. Это связано с тем, что сравнение проводится с усилением в классической схеме ЛСЭ на том же немонотонноэнергети-

ческом пучке, которое падает с увеличением разброса пучка быстрее, чем усиление в комбинированном ЛСЭ при его работе в оптимальном режиме.

В том же случае, когда в классической схеме ЛСЭ вклад энергетического разброса в ширину линии спонтанного излучения примерно равен суммарному вкладу остальных эффектов (угловой разброс пучка и естественная ширина линии излучения), т. е. $2\Delta\gamma/\gamma_0 \approx (N^{-2} + (\gamma_0\psi)^4)^{1/2}$, возможность увеличения усиления за счет введения аксиального поля отсутствует.

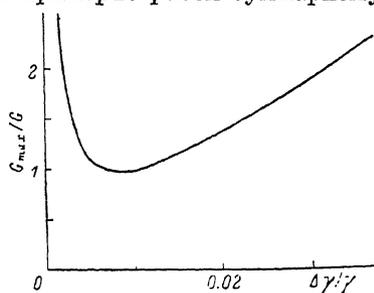


Рис. 4. Зависимость максимально возможного выигрыша в усилении над классическим ЛСЭ от энергетического разброса пучка электронов при $N=60$, $\gamma_0\psi=0.05$; λ_ω и ω фиксированы.

Для иллюстрации приведем численный пример, положив параметры равными: $N=60$, $\gamma_0\psi=0.05$, $K=1.0$ и разброс энергии $\Delta\gamma/\gamma_0=10^{-3}$. Максимально возможный выигрыш усиления равен 4.3 и достигается при $a=a_{\text{опт}}=0.063$ и -0.056 . При тех же параметрах и $\Delta\gamma/\gamma_0=0.03$ максимальное увеличение усиления равно 1.9 и достигается при $a=-0.64$ и -2.3 (рис. 4).

В заключение выражаем благодарность В. Н. Тихонову и А. И. Горелову за полезные советы и обсуждения.

Приложение

Коэффициент усиления комбинированного ЛСЭ в общем случае записывается в виде суммы отдельных компонент усиления следующим образом:

$$G = \frac{\omega_0^2 L^2}{4c} \text{Im} \left\{ \int d\gamma dP_\perp d\varphi \frac{F(\gamma, P_\perp, \varphi)}{n_e \gamma} \frac{P_\omega^2}{m^2 c^2 \gamma^2} \sum_{n, m} e^{i(m-n)\varphi} \left[2\pi N C_1(m, n) I_1(\mu_n, \mu_m) + C_2(m, n) I_2(\mu_n, \mu_m) + C_3(m, n) I_3(\mu_n, \mu_m) + \frac{1}{\pi N} C_4(m, n) I_4(\mu_n, \mu_m) \right] \right\}.$$

Здесь использованы следующие обозначения функций:

$$C_1(m, n) = \frac{\omega}{2\gamma^2 k_\omega v_\parallel} \left(1 + \frac{K^2}{a} \right) B_{n, m} + \frac{1-a}{2} \frac{P_\perp}{P_\omega} X_{n, m},$$

$$C_2(m, n) = 2 \frac{A}{a} F_{n, m} - D_{n, m} + (1-a) \frac{1}{\zeta} Y_{n, m},$$

$$C_3(m, n) = -\frac{P_\perp}{P_\omega} X_{n, m}, \quad C_4(m, n) = \frac{1}{\zeta} Y_{n, m},$$

где в свою очередь для краткости следующими символами обозначены определенные комбинации функции Бесселя:

$$B_{n, m} = J_n(A) J_m(A) - \frac{P_\perp}{P_\omega} (J_{n-1}(A) + J_n(A)) J_{m-1}(A) + \left(\frac{P_\perp}{P_\omega} \right)^2 J_{n-1}(A) J_{m-1}(A),$$

$$F_{n, m} = \frac{\partial}{\partial A} B_{n, m},$$

$$D_{n, m} = \frac{2}{a} J_n(A) J_m(A) + \left(\frac{P_\perp}{P_\omega} \right)^2 J_{n-1}(A) J_{m-1}(A) -$$

$$- \left(\frac{1}{a} + 1 \right) \frac{P_\perp}{P_\omega} (J_{n-1}(A) J_m(A) + J_n(A) J_{m-1}(A)),$$

$$Y_{n, m} = 2J_{n-1}(A) J_{m-1}(A) - A (J_{n-2}(A) J_{m-1}(A) - J_{n-1}(A) J_m(A)) + \zeta/a \cdot (J_{n-1}(A) J_{m-1}(A) - J_n(A) J_m(A)),$$

$$X_{n, m} = J_n(A) J_{m-1}(A) - \frac{P_\perp}{P_\omega} J_{n-1}(A) J_{m-1}(A),$$

$$\zeta = \frac{\omega P_\omega^2}{k_\omega v_\parallel m^2 c^2 \gamma^2}, \quad A = \frac{\omega P_\omega P_\perp}{k_\omega v_\parallel a m^2 c^2 \gamma^2}.$$

В формуле усиления $I_i(\mu_n, \mu_m)$ обозначают следующие функции, являющиеся обобщением хорошо известного выражения $(\partial/\partial\mu)(\sin^2\mu/\mu^2)$ на случай наличия гармонических колебаний продольной скорости электронов:

$$I_1(\mu_n, \mu_m) = -\frac{\cos 2\mu_n}{\mu_n \mu_m} + \frac{\mu_n + \mu_m}{2\mu_n^2 \mu_m^2} \sin 2\mu_n - \frac{\sin 2(\mu_n - \mu_m)}{2\mu_m^2(\mu_n - \mu_m)} +$$

$$+ i \left(-\frac{\sin 2\mu_n}{\mu_n \mu_m} + \frac{\mu_n + \mu_m}{\mu_n^2 + \mu_m^2} \sin^2 \mu_n - \frac{\sin^2(\mu_n - \mu_m)}{\mu_m^2(\mu_n - \mu_m)} \right),$$

$$I_2(\mu_n, \mu_m) = \frac{\sin 2(\mu_n - \mu_m)}{2(\mu_n - \mu_m)\mu_m} + \frac{\sin 2\mu_n}{2\mu_n \mu_m} + i \left(-\frac{\sin^2(\mu_n - \mu_m)}{\mu_m(\mu_n - \mu_m)} + \frac{\sin^2 \mu_n}{\mu_n \mu_m} \right),$$

$$I_3(\mu_n) = -\frac{\cos 2\mu_n}{\mu_n} + \frac{\sin 2\mu_n}{2\mu_n^2} + i \left(-\frac{\sin 2\mu_n}{\mu_n} + \frac{\sin^2 \mu_n}{\mu_n^2} \right),$$

$$I_4(\mu_n, \mu_m) = \mu_m I_2(\mu_n, \mu_m),$$

где параметры μ_n равны

$$\mu_n = \left(\frac{\omega}{v_{\parallel}} - \frac{\omega}{c} - k_{\omega} + nk_{\omega a} \right) \frac{L}{2} \equiv \mu + n\pi Na.$$

Литература

- [1] *Elias L. R., Fairbank W. M., Madey J. M.* et al. Observation of stimulated emission of radiation by relativistic electrons in a spatially periodic transverse magnetic field. — *Phys. Rev. Lett.*, 1976, v. 36, № 13, p. 717—720.
- [2] *Deacon D. A. G., Elias L. R., Madey J. M. J.* et al. First operation of a free-electron laser. — *Phys. Rev. Lett.*, 1978, v. 38, № 16, p. 892—894.
- [3] *Edighoffer J. A., Neil G. R.* Variable-wiggler free-electron laser oscillation. — *Phys. Rev. Lett.*, 1984, v. 52, № 5, p. 344—347.
- [4] *Варфоломеев А. А.* Лазеры на свободных электронах и перспективы их развития. Обзор. М., 1980.
- [5] Сб. «Генераторы когерентного излучения на свободных электронах» / Под ред. Рухадзе А. А. М.: Мир, 1983.
- [6] *Варфоломеев А. А., Зарецкий Д. Ф.* Лазеры на свободных электронах и возможности исследования принципов их работы с помощью электронных ускорителей обычного типа. — Препринт ИАЭ-3340/14. М., 1980.
- [7] Релятивистская высокочастотная электроника. — Материалы Всес. семинара (Горький, сент. 1978 г.). Горький, 1979.
- [8] *Fruchtman A.* Wiggler-free free electron waveguide laser in a uniform axial magnetic field: single particle treatment. — *J. Appl. Phys.*, 1983, v. 54, № 8, p. 4289—4294.
- [9] *Sukhatme V. P., Wolff P. A.* Stimulated magnetocompton scattering-possible tunable far infrared and millimeter wave source. — *IEEE. J. Quant. Electr.*, 1974, v. QE-10, № 2, p. 870—873.
- [10] *Sprangle P., Granatstein V. H.* Stimulated cyclotron resonance scattering and production of powerful submillimeter radiation. — *Appl. Phys. Lett.*, 1974, v. 25, № 7, p. 377—379.
- [11] *Sprangle P., Granatstein V. H.* Enhanced gain of a free-electron laser. — *Phys. Rev. A*, 1978, v. 17, № 5, p. 1792—1793.
- [12] *Friedland L., Hirshfield J. L.* Free-electron laser with a strong axial magnetic field. — *Phys. Rev. Lett.*, 1980, v. 44, № 22, p. 1456—1460.
- [13] *Freund H. P., Sprangle P., Dillenburg D.* et al. Coherent and incoherent radiation from free-electron lasers with an axial guide field. — *Phys. Rev. A*, 1981, v. 24, № 4, p. 1965—1979.
- [14] *Friedland L., Bernstein I. B.* Nonlinear theory of the free-electron laser an axial magnetic field. — *Phys. Rev. A*, 1982, v. 26, № 5, p. 2778—2786.
- [15] *McMullin W. A., Davidson R. C.* Low-gain free-electron laser near cyclotron resonance. — *Phys. Rev. A*, 1982, v. 25, № 6, p. 3130—3137.
- [16] *Freund H. P., Sprangle P., Dillenburg D.* et al. Collective effects on the operation of free-electron laser with an axial guide field. — *Phys. Rev. A*, 1982, v. 26, № 4, p. 2004—2015.
- [17] *Friedland L., Fruchtman A.* Amplification on relativistic electron beams in combined helical and axial magnetic fields. — *Phys. Rev. A*, 1982, v. 25, № 5, p. 2693—2706.
- [18] *Bernstein I. B., Friedland L.* Theory of the free-electron laser in combined helical pump and axial guide fields. — *Phys. Rev. A*, 1981, v. 23, № 2, p. 816—823.
- [19] *Kwan T., Dawson J. M.* Investigation of the free-electron laser with a guide magnetic field. — *Phys. Fluids*, 1979, v. 22, № 6, p. 1089—1103.
- [20] *Мирошниченко В. И.* Вынужденное когерентное рассеяние электромагнитной волны релятивистским электронным пучком в магнитном поле. — Письма в ЖТФ, 1975, т. 1, № 23, с. 1057—1060.
- [21] *Мирошниченко В. И.* Вынужденное когерентное рассеяние электромагнитной волны релятивистским электронным пучком в магнитном поле. — Физика плазмы, 1976, т. 2, № 5, с. 789—794.

- [22] Белов С. Н., Карбушев Н. И., Рухадзе А. А. Вынужденное рассеяние электромагнитных волн замагниченным пучком релятивистских осцилляторов. — ЖТФ, 1982, т. 52, № 9, с. 1741—1747.
- [23] Hopf F. A., Meystre P., Scully M. O. et al. Classical theory of a free-electron laser. — Opt. Commun., 1976, v. 18, № 4, p. 413—417.
- [24] Коломенский А. А., Лебедев А. Н. Вынужденное излучение релятивистских электронов и физические процессы в «электронном» лазере. — Квант. электр., 1978, т. 5, № 7, с. 1543—1552.
- [25] Винокуров Н. А., Скринский А. Н. О предельной мощности оптического клистрона. — Тр. VI Всес. совещ. по ускорителям заряженных частиц (Дубна, окт. 1978 г.). Дубна, 1979, т. 2, с. 233—236.

Институт атомной энергии
им. И. В. Курчатова
Москва

Поступило в Редакцию
6 августа 1984 г.
В окончательной редакции
25 декабря 1985 г.