

Общероссийский математический портал

Л. В. Абдурахимов, М. Ю. Бражников, А. А. Левченко, Распределение вероятности осцилляций поверхности жидкого водорода в турбулентном режиме, *Письма в ЖЭТФ*, 2008, том 88, выпуск 1, 21–26

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.133.150.56

31 октября 2024 г., 17:43:59



Распределение вероятности осцилляций поверхности жидкого водорода в турбулентном режиме

Л. В. Абдурахимов, М. Ю. Бражников, А. А. Левченко¹⁾

Институт физики твердого тела РАН, 142431 Черноголовка, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 21 мая 2008 г.

Исследована функция плотности распределения вероятности ρ_η отклонения поверхности жидкого водорода от равновесного плоского состояния в системе капиллярных волн. Показано, что в турбулентном режиме при возбуждении колебаний поверхности низкочастотным шумом распределения вероятности ρ_η хорошо описывается функцией Гаусса. При возбуждении колебаний гармонической силой на низкой частоте стохастизация волн наступает после нескольких процессов рассеяния.

PACS: 47.27.-i, 47.35.+i

Введение. Частота капиллярной волны на поверхности жидкости ω определяется величиной волнового вектора k и зависит также от величины коэффициента поверхностного натяжения σ и плотности жидкости ρ :

$$\omega = (\sigma/\rho)^{1/2} k^{3/2}. \quad (1)$$

При возбуждении колебаний поверхности жидкости внешней силой в системе капиллярных волн может быть сформировано турбулентное состояние, которое характеризуется направленным потоком энергии в k -пространстве из области накачки в сторону больших волновых чисел (высоких частот). Перенос энергии по турбулентному каскаду обусловлен нелинейным взаимодействием волн, интенсивность которого можно охарактеризовать коэффициентом нелинейности $V = (\sigma/\rho^3)^{1/4}$. Поскольку закон дисперсии капиллярных волн является распадным, основной вклад в перераспределение энергии между волнами вносят трехволновые процессы – распад одной волны на две и слияние двух волн в одну с сохранением энергии и импульса:

$$\omega_1 \pm \omega_2 = \omega_3, \quad k_1 \pm k_2 = k_3. \quad (2)$$

Коэффициент трехволнового взаимодействия нелинейных волн на поверхности жидкого водорода при температуре 15.5 К почти в три раза превосходит оценку для воды и в десять раз для ртути при нормальных условиях. Кроме того, коэффициент кинематической вязкости жидкого водорода почти в десять раз меньше коэффициента кинематической вязкости воды и сравним по величине с коэффициентом вязкости ртути. Так как коэффициент V входит в

кинетическое уравнение, описывающее капиллярную турбулентность, в квадрате [1], а частота высокочастотного края инерционного интервала уменьшается с ростом вязкости, то для формирования развитого турбулентного каскада угловая амплитуда волны на поверхности жидкого водорода может быть почти на порядок меньше, чем на поверхности воды и ртути при той же длине волны и сравнимых по ширине инерционных интервалах. Это обстоятельство, как нам кажется, делает исследования на поверхности жидкого водорода предпочтительнее при сравнении экспериментальных результатов с положениями и предсказаниями теории слабой волновой турбулентности, в которой градиенты на поверхности полагаются малыми.

Характеристикой турбулентного каскада волн на поверхности жидкости является парная корреляционная функция $I(\tau) = \langle \eta(r, t + \tau)\eta(r, t) \rangle$ отклонений поверхности от равновесия $\eta(r, t)$. В фурье-представлении в пределах инерционного интервала она пропорциональна степенной функции частоты, $I_\omega \sim \omega^{-m}$ [1]. Величина показателя определяется спектральной характеристикой возбуждающей силы и изменяется от $m = 3.5$ при возбуждении поверхности жидкого водорода спектрально узкой накачкой до $m = 3.0$ при возбуждении капиллярных волн шумом на низкой частоте [2].

При теоретическом описании системы капиллярных волн на поверхности жидкости, находящейся в режиме развитой турбулентности, волновое поле предполагается слабонелинейным, то есть почти свободным [1]. Для свободного поля распределение вероятности ρ_η отклонения поверхности в точке r от равновесия $\eta(r, t)$ является гауссовым:

$$\rho_\eta(z) \sim \exp(-z^2/2\eta_0^2), \quad (3)$$

¹⁾e-mail: levch@issp.ac.ru

где $\eta_0^2 = \langle \eta^2 \rangle$ – средний квадрат отклонения поверхности.

Недавно функция плотности распределения вероятности отклонения поверхности жидкости исследовалась в экспериментах со ртутью. Волны на поверхности жидкости возбуждались с помощью специальных поверхностных вибраторов [3]. Было показано, что на поверхности жидкости распределение вероятности ρ_η при низком уровне накачки хорошо аппроксимируется функцией Гаусса. Однако с повышением амплитуды возбуждающей силы отклонения в экспериментальном распределении ρ_η от зависимости (3) возрастают.

В наших предыдущих работах по изучению турбулентности на поверхности жидкого водорода [4, 5] предполагалось, что при достаточно высоком уровне возбуждения, когда наблюдается колмогоровский спектр в широком частотном диапазоне, колебания поверхности являются случайными и нескоррелированными (стохастическими). Однако экспериментальных доказательств этого предположения мы не приводили.

Поэтому основной целью данной работы являлось нахождение распределения вероятности отклонения поверхности при разных условиях возбуждения поверхности водорода и получение доказательств того, что в режиме развитой капиллярной турбулентности поверхностные колебания являются случайными и нескоррелированными. Предварительные результаты были опубликованы в [6].

Экспериментальная методика. В проведенных исследованиях была использована методика [7], основанная на измерении вариации мощности лазерного луча, отражающегося от колеблющейся поверхности жидкости. Оптическая ячейка располагалась в вакуумной полости гелиевого криостата. Внутри ячейки был установлен плоский горизонтальный конденсатор. Газообразный водород конденсировался в цилиндрический стакан, образованный нижней обкладкой конденсатора и охранным кольцом. Диаметр стакана составлял 60 мм, а высота равнялась 4 мм. Над стаканом, на расстоянии 4 мм размещалась верхняя горизонтальная металлическая обкладка. Набор водорода производился до тех пор, пока поверхность жидкости не достигала края стакана. Температура T жидкого водорода во время измерений равнялась 15.5 К.

На нижней обкладке конденсатора была расположена радиоактивная мишень, которая излучала β -электроны. Под действием излучения вблизи поверхности мишени образуется ионизированный слой жидкости. Приложенное к обкладкам электрическое на-

пряжение $U = 1400$ В извлекало из ионизированного слоя положительные ионы и поджимало их к поверхности жидкости. Для предотвращения ухода зарядов на стенки ячейки на охранный кольцо подавалось постоянное напряжение. Таким образом, заряженная поверхность жидкого водорода и верхняя металлическая пластина образовывали плоский конденсатор.

Волны на заряженной поверхности жидкого водорода возбуждались переменным электрическим полем при подаче на охранный кольцо переменного напряжения в дополнение к постоянному. Накачка осуществлялась гармонической силой на резонансных частотах колебаний поверхности жидкости в цилиндрической ячейке, на двух резонансных частотах, а также широкополосным шумом. Переменное напряжение с фотоприемника $P(t)$, пропорциональное мощности отраженного луча, оцифровывалось 24-битным аналого-цифровым преобразователем (АЦП) с частотой опроса около 100 кГц.

Время записи сигнала $P(t)$ составляло около 160 с. К экспериментальным зависимостям $P(t)$ применялся алгоритм дискретного преобразования Фурье. В результате этой процедуры получали распределение квадрата амплитуд гармоник по частоте P_ω^2 . Как показано в [7], для широкого луча парная корреляционная функции отклонения поверхности от равновесия в фурье-представлении пропорциональна P_ω^2 :

$$I_\omega \equiv \langle |\eta_\omega|^2 \rangle \sim P_\omega^2.$$

Так как в наших экспериментах угол отклонения поверхности от равновесия был много меньше единицы, то можно считать, что $\eta(t) \sim P(t)$. Поэтому функция плотности распределения вероятности отклонения поверхности от начального плоского состояния $\rho_\eta(z)$ строилась по экспериментальным зависимостям $P(t)$. Для этой цели подсчитывали число измерений в сигнале $P(t)$, принадлежащих интервалу $[z, z + \Delta z)$. Распределение нормировали так, чтобы полная вероятность равнялась единице,

$$\int \rho_\eta(z) dz = 1.$$

Экспериментальные результаты и обсуждение. Первоначально было получено распределение ρ_η при возбуждении поверхности низкочастотным шумом. Шумовая накачка создавалась широкополосным аналоговым генератором и ограничивалась пассивным фильтром в интервале частот от 2 до 300 Гц. Фрагмент экспериментальной записи $P(t)$ приведен на рис.1. Отметим, что распределение вероятности осцилляций напряжения в шумовом сигнале, который подавали на охранный кольцо при возбуждении

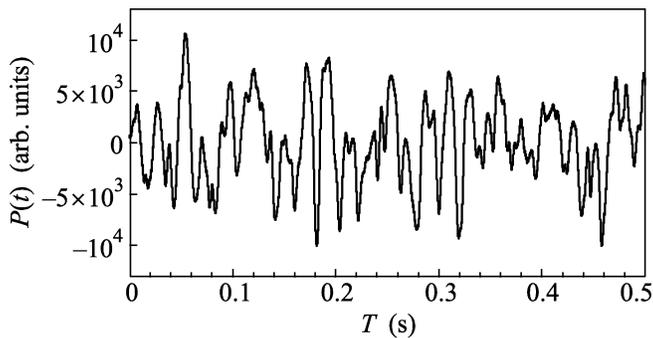


Рис.1. Фрагмент записи $P(t)$ при возбуждении поверхности жидкого водорода шумом в интервале 2–300 Гц

поверхности, хорошо описывалось колоколообразной центрированной функцией, близкой к функции Гаусса. Измеренная угловая амплитуда волн на поверхности жидкого водорода на частотах накачки была меньше 0.01 рад, то есть максимальная амплитуда волн на поверхности жидкого водорода на частотах накачки около 100 Гц не превосходила 0.005 мм. Из наших предыдущих измерений [2] известно, что при такой низкой амплитуде возбуждающих волн область диссипации и область накачки энергии не разнесены по шкале частот и турбулентный каскад на поверхности жидкого водорода не формируется.

Спектральное распределение колебаний P_ω^2 представлено на рис.2 верхней кривой. Здесь же приве-

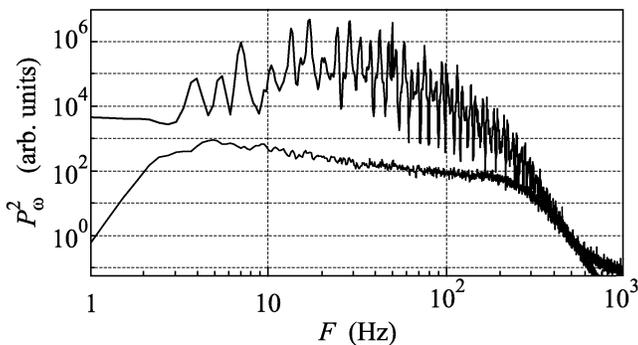


Рис.2. Верхняя кривая – распределение P_ω^2 колебаний поверхности жидкого водорода при накачке шумом в интервале 2–300 Гц; нижняя кривая – спектр накачки

ден спектр для возбуждающего сигнала (нижняя кривая). Действительно, хорошо видно, что верхняя зависимость P_ω^2 не имеет участка, который можно было бы описать степенной функцией частоты. Таким образом, данное распределение не может быть колмогоровским каскадом. Осцилляции на высоких частотах, по-видимому, являются следствием возбуждающего воздействия высокочастотного крыла шумовой накачки. Отметим, что в отличие от развитых

турбулентных каскадов, где частоты отдельных пиков кратны частоте накачки, на приведенном каскаде частоты пиков совпадают с резонансными частотами колебаний поверхности жидкости в цилиндрической ячейке. Пики с комбинационными частотами также не наблюдаются. Таким образом, в этом эксперименте поверхность жидкости колеблется почти в линейном режиме, нелинейное взаимодействие капиллярных волн мало.

Распределение вероятности $\rho_\eta(z)$ приведено на рис.3 в полулогарифмических координатах. Оно было

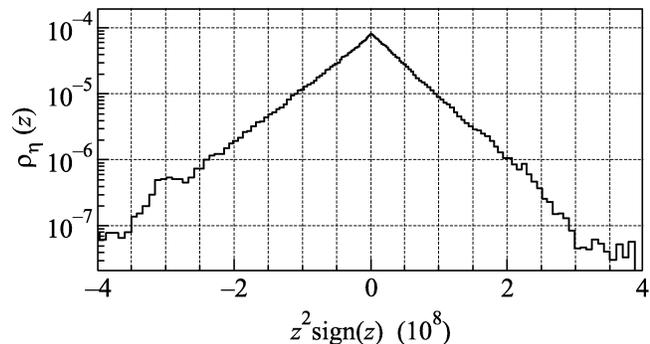


Рис.3. Распределение вероятности $\rho_\eta(z)$ в полулогарифмических координатах при возбуждении поверхности шумом. Симметрично расположенные прямые лучи в таких координатах соответствуют распределению Гаусса (3). Отклонение поверхности z от равновесия приводится в относительных единицах

получено непосредственной обработкой зависимости $P(t)$, представленной на рис.1. Видно, что распределение плотности вероятности осцилляций поверхности хорошо описывается гауссианом.

С повышением уровня накачки шумом на поверхности жидкого водорода формируется развитый турбулентный каскад. На рис.4 показан спектр P_ω^2 при возбуждении волн на поверхности шумом в интервале частот 40–120 Гц. Сигнал накачки формировался цифровым генератором и поэтому не имел длинных спадающих крыльев на низких и высоких частотах. Максимальная амплитуда переменного напряжения, подаваемого на охранное кольцо $U(t)$, в этих измерениях равнялась 1 В. При этом угловая амплитуда отклонений поверхности жидкости в диапазоне накачки достигала 0.02 рад, а максимальная амплитуда капиллярных волн составляла 0.01 мм.

При таком уровне накачки в системе капиллярных волн формируется турбулентный каскад. На графике можно выделить диапазон накачки энергии от 40 до 120 Гц, инерционный интервал, в котором существует колмогоровский каскад, от 200 Гц до 1 кГц и диссипационную область при частотах выше 1 кГц,

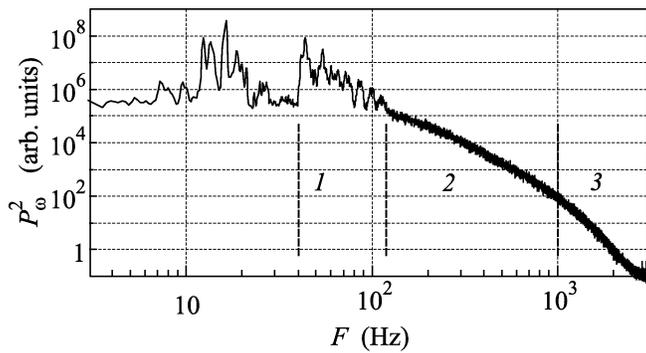


Рис.4. Спектр P_{ω}^2 осцилляций поверхности жидкого водорода. Возбуждение выполнялось шумом в интервале 40–120 Гц, максимальная амплитуда накачки 1 В, постоянное напряжение между обкладками конденсатора равно 1400 В, 1 – область накачки энергии, 2 – инерционный интервал, 3 – область диссипации энергии

где происходит диссипация энергии волновых колебаний поверхности в силу вязкостных потерь. В инерционном интервале турбулентный каскад можно описать степенной функцией частоты ω^{-m} с показателем степени $m = 3 \pm 0.3$. Такая частотная зависимость хорошо согласуется с предсказанием теории волновой турбулентности [1, 8] и нашими предыдущими экспериментальными результатами [2, 4] для капиллярной турбулентности. С увеличением амплитуды возбуждающего сигнала $U(t)$ до 4 В высокочастотный край инерционного интервала сдвигался в сторону высоких частот и достигал 4 кГц. На низких частотах в интервале от 10 до 40 Гц на рис.4 видны комбинационные пики, обусловленные взаимодействием волн в диапазоне накачки.

На рис.5 показано распределение $\rho_{\eta}(z)$, рассчитанное по экспериментальной зависимости $P(t)$ при трех

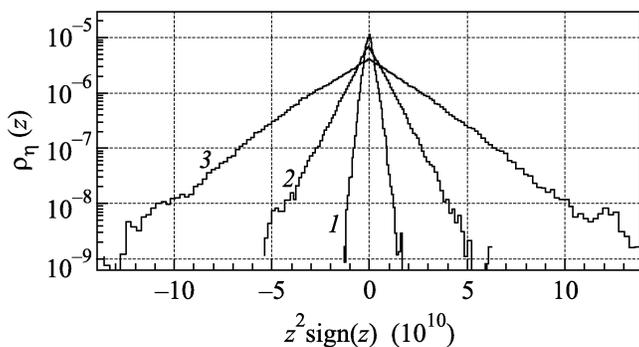


Рис.5. Распределение вероятности $\rho_{\eta}(z)$ при возбуждении поверхности шумом в диапазоне частот 40–120 Гц. 1 – максимальная амплитуда сигнала возбуждения 1 В, 2 – 2.5 В, 3 – 4 В

различных уровней накачки $U(t) = 1, 2.5, 4$ В в поллогарифмических координатах. Изменение вели-

чины ρ_{η} составляет почти три порядка. Очевидно, что все зависимости хорошо описываются нормальным распределением, так как в этих координатах они близки к прямым лучам.

Таким образом, мы можем сделать вывод, что при возбуждении поверхности жидкого водорода низкочастотным шумом в частотном диапазоне конечной ширины на поверхности жидкости возбуждались случайные колебания, которые формировали турбулентный каскад. Распределение вероятности для таких колебаний имеет вид гауссиана независимо от уровня возбуждения.

Ситуация качественно меняется, когда в качестве возбуждающей накачки выбирается гармоническая сила. При возбуждении колебаний поверхности жидкого водорода на низкой частоте ω_p в системе капиллярных волн формируется турбулентный каскад, состоящий из ряда высокочастотных гармоник. На рис.6а приведен пример записи колебаний

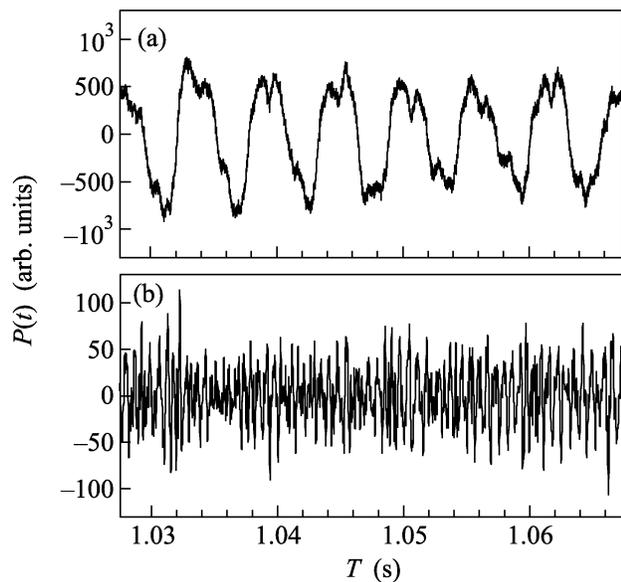


Рис.6. (а) Фрагмент записи сигнала $P(t)$ с фотоприемника. Возбуждение поверхности осуществляется гармонической силой на частоте 178 Гц. (б) Высокочастотная составляющая (> 1 кГц) сигнала $P(t)$

поверхности при возбуждении гармонической силой на частоте 178 Гц. На экспериментальной зависимости $P(t)$ отчетливо видна основная гармоника с частотой ω_p . Хорошо также видны искажения гармонического сигнала, обусловленные присутствием на поверхности высокочастотных гармоник. Спектр сигнала P_{ω}^2 показан на рис.7. Каскад нелинейных капиллярных волн состоит из приблизительно 50 гармоник, кратных ω_p , и простирается до 8 кГц. Частотная за-

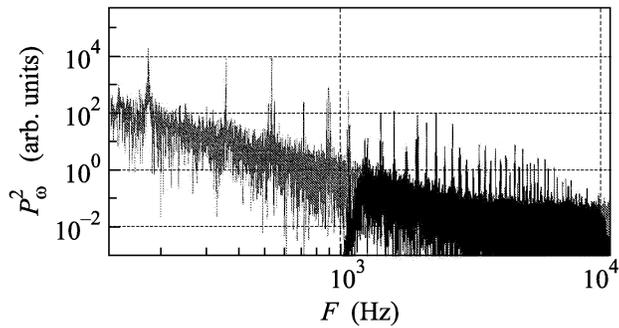


Рис.7. Турбулентный каскад при накачке поверхности жидкого водорода гармонической силой на частоте 178 Гц. Более темная часть – спектр высокочастотной составляющей сигнала $P(t)$

висимость спектрального распределения P_ω^2 близка к степенной функции с показателем степени, близким к $m = 3.5$. То есть на поверхности водорода наблюдалась развитая капиллярная турбулентность с колмогоровским спектром [9].

Распределение вероятности отклонения поверхности при накачке гармонической силой радикально отличается от распределения при возбуждении случайной силой. Плотность распределения $\rho_\eta(z)$ описывается несимметричной функцией с двумя локальными максимумами (рис.8а) и демонстрирует доминирование основной моды на частоте накачки в сигнале $P(t)$. Несимметричность распределения, по-видимому, обусловлена в основном скоррелированностью колебаний первой и второй гармоник. Чтобы устранить влияние низкочастотных гармоник и построить распределение $\rho_\eta(z)$ для высокочастотной части сигнала, из спектра исходного сигнала последовательно удалялись основная частота, а также несколько первых гармоник. К исходному сигналу последовательно применяли фурье-фильтры высоких частот с частотами отсечки $\approx n\omega_p$ ($n = 1, 2, \dots$) и последовательно строили плотности распределения $\rho_\eta(z)$ для оставшейся высокочастотной части сигнала. С ростом n функция $\rho_\eta(z)$ трансформировалась. При значении $n = 6$, что соответствует частоте отсечки ≈ 1 кГц, форма распределения $\rho_\eta(z)$ стала близкой к нормальному распределению. Дальнейшее увеличение n не приводило к качественному изменению формы распределения. Временная зависимость высокочастотных осцилляций и их спектр приведены на рис.6б и 7, соответственно. На рис.8б показано распределение вероятности на частотах выше 1000 Гц в полулогарифмических координатах. Видно, что плотность вероятности изменяется в пределах двух порядков и хорошо описывается экспоненци-

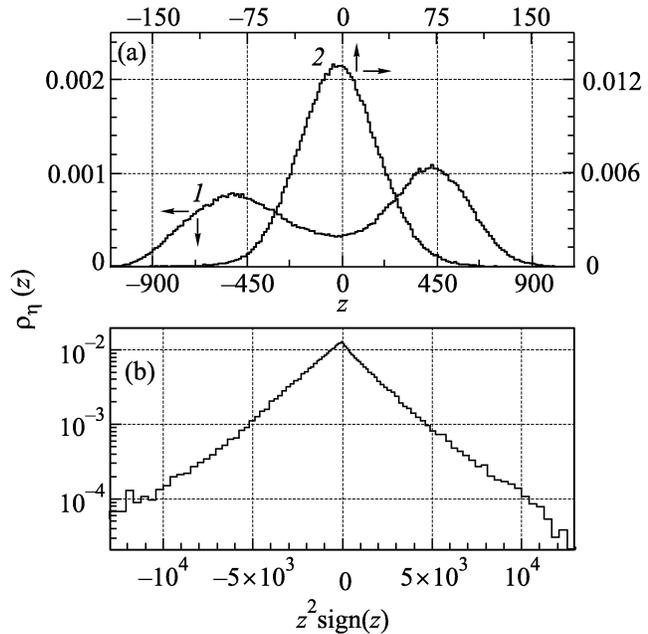


Рис.8. (а) Распределение вероятности отклонения поверхности в условиях развитого турбулентного каскада: 1 – для исходного сигнала $P(t)$, 2 – для высокочастотной составляющей (> 1 кГц) сигнала $P(t)$. (б) Распределение вероятности для высокочастотной составляющей сигнала в полулогарифмических координатах

альной зависимостью (3). Таким образом, оказалось достаточно пяти-шести актов взаимодействия капиллярных волн (2), чтобы высокочастотные колебания поверхности потеряли информацию о фазе основной моды на частоте накачки ω_p , то есть стали нескоррелированными.

Следует отметить, что если к накачке на частоте $\omega_1 = 178$ Гц добавить возбуждение на частоте $\omega_2 = 58$ Гц, то гауссово распределение формируется на меньших частотах – от 360 Гц. Другими словами, из спектра сигнала $P(t)$ оказалось достаточным удалить первые и вторые гармоники возбуждающих частот, а также несколько осцилляций на комбинационных частотах $\omega_{p,q} = p\omega_1 + q\omega_2$, чтобы распределение $\rho_\eta(z)$ стало близким к нормальному. Из этого следует, что стохастизация капиллярных волн в развитом турбулентном каскаде, возбуждаемом силой на двух частотах, наступает быстрее, чем в случае возбуждения поверхности гармонической силой на одной резонансной частоте.

Выводы. Таким образом, в этой работе мы показали, что в развитом турбулентном каскаде капиллярных волн, возбуждаемом шумом в полосе конечной ширины, плотность распределения вероятности отклонения поверхности жидкого водорода от равновесия близка к функции Гаусса, а осцилляции на раз-

ных частотах являются случайными и нескоррелированными.

При возбуждении поверхности гармонической низкочастотной силой с амплитудой, достаточной для формирования турбулентного каскада, стохастизация в каскаде капиллярных волн на поверхности жидкого водорода возникает после нескольких процессов распада возбуждающей волны. Увеличение числа возбужденных мод при включении дополнительной гармонической накачки снижает частоту, с которой наступает стохастизация волн в каскаде.

Авторы благодарны В.Н. Хлопинскому за помощь в подготовке экспериментов, Г.В. Колмакову, Л.П. Межову-Деглину и Е.А. Кузнецову за полезные дискуссии. Исследования выполнены при поддержке грантов Российского фонда фундаментальных исследований # 06-02-17253, # 07-02-00728 и программ Президиума РАН “Квантовая макрофизика”, “Фундаментальные проблемы нелинейной динамики”.

1. V. E. Zakharov, G. Falkovich, and V. S. L'vov, *Kolmogorov Spectra of Turbulence I*, Springer, Berlin, 1992.
2. М. Ю. Бражников, Г. В. Колмаков, А. А. Левченко, Л. П. Межов-Деглин, Письма в ЖЭТФ **74**, 660 (2001).
3. E. Falcon, C. Laroche, and S. Fauve, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 094503 (2007).
4. М. Ю. Бражников, Г. В. Колмаков, А. А. Левченко, ЖЭТФ **122**, 521 (2002).
5. М. Ю. Бражников, Г. В. Колмаков, А. А. Левченко, Л. П. Межов-Деглин, ФНТ **27**, 1183 (2001).
6. L. V. Abdurakhimov, M. Yu. Brazhnikov, and A. A. Levchenko, *J. Low Temp. Phys.* **150**, 431 (2008).
7. М. Ю. Бражников, А. А. Левченко, Л. П. Межов-Деглин, ПТЭ **45**, 31 (2002).
8. V. E. Zakharov and N. N. Filonenko, *J. Appl. Mech. Tech. Phys.* **4**, 506 (1967).
9. Г. Е. Фалькович, А. Б. Шафаренко, ЖЭТФ **94**, 172 (1988).