Г. А. Носков, В. Н. Ремесленников, В. А. Романьков, Бесконечные группы, *Итоги науки и техн. Сер. Алгебра. Топол. Геом.*, 1979, том 17, 65–157

УДК 512.543+512.544

БЕСКОНЕЧНЫЕ ГРУППЫ

Г. А. Носков, В. Н. Ремесленников, В. А. Романьков

Абстрактной теории групп как самостоятельной области математики немногим более 50 лет. В настоящее время ее можно охарактеризовать как интенсивно развивающуюся и в то же время зрелую область научного знания, оказывающую все более возрастающее влияние на развитие математики и естествознания в целом.

Говоря о современном состоянии теории групп, нельзя не упомянуть имени выдающегося математика М. И. Каргаполова (1928—1976 гг.). Ему принадлежит ряд глубоких результатов по различным направлениям теории групп. Многие важные исследования, проведенные советскими специалистами по теории групп в последние 20 лет, вызваны к жизни проблемами, поддержкой, вдохновляющим вниманием и энергичным участием М. И. Каргаполова.

Наша цель — дать представление о развитии теории бесконечных групп за 70-е годы и о современном ее состоянии. Обзор написан в основном по материалам работ, прореферированных в Реферативном журнале «Математика» в 1971—1977 гг. При отборе материала мы руководствовались не только нашим понятием о его важности и нашим вкусом, но также и наличием достаточно полных обзорных статей и монографий по некоторым разделам теории бесконечных групп. Именно по этой причине мы не затрагиваем здесь такие области, как линейные, абелевы, упорядоченные, топологические группы; решетки, радикалы, представления групп, групповые кольца и т. д.

В обозреваемый период прошло несколько международных и всесоюзных конференций по теории групп. Дважды в 1973 и 1976 гг. издавалась Коуровская тетрадь (Коур. тетр.) — сборник нерешенных задач в теории групп. Появился ряд монографий и учебников, в частности, «Основы теории групп» (Основы) М. И. Каргаполова и Ю. И. Мерзлякова.

Авторы благодарят всех, кто оказывал им помощь в написании данного обзора.

§ 1. СВОБОДНЫЕ КОНСТРУКЦИИ

Исследования групп, заданных порождающими и определяющими соотношениями, составляют самостоятельную обширную область, традиционно именуемую как комбинаторная теория групп. Теория характеризуется специфическим кругом задач, многие из которых имеют свои аналоги в алгебраической топологии. Упомянутый метод задания группы также происходит из топологии — так задаются фундаментальные группы топологических пространств. Он фигурирует в классических работах Пуанкаре, Дена, Нильсена, а впервые явно определен Диком в 1882—1883 гг.

Своим названием теория обязана комбинаторному методу исследования, заключающемуся в рассмотрении формальных слов в заданном алфавите, канонических форм их записи, оперировании с длинами этих слов и т. п.

За последнее время теория существенно обогатилась новыми подходами к решению задач. Среди них, возрожденный Линдоном и его учениками, геометрический метод, идущий от Пуанкаре и Дена,— ему посвящена часть монографии [697]. Усилиями Басса и Серра приобрел большое значение язык действия группы на графе (см. [203, 308]). Отметим также свободное дифференцирование Фокса (см. [119]), когомологические методы (см. § 9) и т. д.

Основы комбинаторной теории групп излагаются в учебнике Магнуса, Карраса, Солитера [138], монографии Линдона, Шуппа [697]. См. также лекции Коэна [431], Йонсона [620].

Свободные конструкции. Основными конструкциями, изучаемыми в комбинаторной теории групп, являются свободное произведение, свободное произведение с объединением и его обобщение — древесное произведение, а также, так называемое, HNN-расширение. Дадим им определения и впредь, для краткости, будем их называть свободными конструкциями.

Если A_i, $i \in I$,— группы с непересекающимися множествами порождающих, то их свободным произведением $G = \mathop{*}\limits_{i \in I} A_i$ называется группа, задаваемая объединением всех порождающих и определяющих соотношений сомножителей.

Пусть T — связный граф без циклов (дерево), вершинами которого являются группы A_i, $i \in I$, а каждому его ребру $e \in E$, соединяющему вершины $A_{e(1)}$, $A_{e(2)}$, сопоставлена группа H_e, вложенная в эти вершины мономорфизмами $\varphi_{e(1)}$, $\varphi_{e(2)}$, соответственно. Древесным произведением групп A_i, $i \in I$, с объединениями H_e, $e \in E$, называется группа G со следующим заданием:

$$G = \langle \mathop{*}\limits_{i \in I} A_i;\ \varphi_{e(1)} H_e = \varphi_{e(2)} H_e,\ e \in E \rangle .$$

Известно, что подгруппы A_i, $i \in I$, вложены в G относительно естественных отображений, причем $A_{e(1)} \cap A_{e(2)} = H_e$ для всех

$e \in E$. В частном случае, когда T — дерево с двумя вершинами получаем свободное произведение с объединением $G=A_1 \underset{H}{*} A_2$

Пусть в группе G выделены попарно изоморфные подгруппы $L_i \cong \varphi_i L_i$, $i \in I$. Группа G^* с заданием

$$G^* = \langle G, t_i;\ t_i^{-1} L_i t_i = \varphi_i L_i,\ i \in I \rangle$$

называется HNN-расширением с базой G и сопрягаемыми подгруппами L_i, $\varphi_i L_i$. Изобретатели этой конструкции Хигман, Б. Нейман и Х. Нейман (HNN) доказали, что группа G естественно вложена в группу G^*.

Свободные конструкции допускают ясную топологическую интерпретацию. Пусть X_1, X_2 — линейно связные топологические пространства с непустым линейно связным пересечением X_0. Обозначим через G_i фундаментальную группу пространства X_i, $i=0, 1, 2$. Допустим, естественные гомоморфизмы $G_0 \to G_i$, $i=1, 2$, являются вложениями. Тогда фундаментальная группа G пространства $X=X_1 \cup X_2$ представляется в виде $G=G_1 \underset{G_0}{*} G_2$. Приведенное утверждение — частный случай теоремы Зейферта — Ван — Кампена (см. [142]), из которой также извлекается интерпретация для HNN-расширений. Пусть X_1, X_2 — открытые гомеоморфные линейно связные подпространства линейно связного пространства X, фундаментальные группы которых G_1, G_2 изоморфно вложены в фундаментальную группу G пространства X. Приклеивая пространство $X_1 \times [0, 1]$ в качестве «ручки» к X, т. е. отождествляя $X_1 \times \{0\}$ с X_1, а $X_1 \times \{1\}$ с X_2, получим пространство X^*, фундаментальная группа которого G^* является HNN-расширением с базой G и сопрягаемыми подгруппами G_1, G_2.

Известны правила орфографии для канонических слов представляющих элементы свободных конструкций. Элемент свободного произведения с объединением $G=A \underset{H}{*} B$ однозначно записывается в виде $g=ha_0b_1a_1b_2\ldots a_{n-1}b_n$, где $h \in H$, a_i, b_i — представители смежных классов групп A, B, соответственно, по подгруппе H, причем представителем тривиального смежного класса выбирается 1 и a_i, $b_i \neq 1$ при $i \neq 0, n$. Элемент HNN-расширения $G^* = \langle G, t;\ t^{-1}Lt = \varphi L \rangle$ однозначно представим в виде $g=g_0 t^{\varepsilon_1} g_1 t^{\varepsilon_2} g_2 \ldots t^{\varepsilon_n} g_n$, где $g_0 \in G$; если $\varepsilon_i = -1$, то g_i — представитель смежного класса по подгруппе L в G; если $\varepsilon_i = 1$, то g_i — представитель смежного класса по подгруппе φL в G, и в приведенной записи нет подслова вида $t^{\varepsilon} 1 t^{-\varepsilon}$.

Чтобы еще раз подчеркнуть связь комбинаторной теории групп с топологией, приведем перевод на алгебраический язык знаменитой гипотезы Пуанкаре: каждое компактное связное односвязное 3-многообразие гомеоморфно 3-сфере. Эта гипотеза лежит камнем преткновения на пути к классификации компактных 3-многообразий (случай 2-многообразий полностью исчерпан (см. [142])). Известно, что компактная связная ориентируемая поверхность рода m имеет фундаментальную группу Φ_m с заданием $\Phi_m = \langle a_1, b_1, \ldots, a_m, b_m; \prod_{i=1}^{m} [a_i, b_i] = 1 \rangle$. Столлингс (1962 г.) и Жако (1962 г.) установили, что утверждение гипотезы Пуанкаре верно в том и только в том случае, если любой эпиморфизм $\varphi: \Phi_m \to F_m \times F_m$, где F_m — свободная группа ранга m факторизуется через свободное произведение, т. е. представляется в виде суперпозиции эпиморфизмов $\psi: \Phi_m \to A*B$, $A, B \neq 1$, $\chi: A*B \to F_m \times F_m$.

Структурные теоремы. По известной теореме А. Г. Куроша произвольная подгруппа свободного произведения групп также является свободным произведением сомножителей определенного вида. Для подгрупп свободного произведения групп с объединением аналогичное утверждение несправедливо. Первый шаг к их описанию сделала Х. Нейман, определившая понятие обобщенного свободного произведения. Однако это понятие не позволило удовлетворительно исследовать свойства таких подгрупп. Поэтому предпринимались поиски новых подходов, которые дали хорошие результаты.

Каррас и Солитер [631] доказали следующую свою основную структурную теорему. Пусть H — произвольная подгруппа свободного произведения с объединением $G = A *_U B$. Тогда существуют системы представителей $\{t_\alpha\}$, $\{s_\beta\}$ группы G по двойным модулям (H, A), (H, B), соответственно, и множество элементов $r_1, r_2, \ldots$ такие, что: 1) H порождается элементами $r_1, r_2, \ldots$, и всевозможными подгруппами $H_\alpha = H \cap t_\alpha A t_\alpha^{-1}$, $H_\beta = H \cap s_\beta B s_\beta^{-1}$; 2) подгруппы H_α, H_β порождают в H древесное произведение T с объединениями $U_\alpha = H \cap t_\alpha U t_\alpha^{-1}$ $U_\beta = H \cap s_\beta U s_\beta^{-1}$; 3) H является некоторым HNN-расширением с базой T. Обобщение приведенной теоремы на древесные произведения — в работе Фишера [485].

В следующей своей работе [632] Каррас и Солитер получили аналогичную теорему для подгрупп HNN-расширения. Произвольная подгруппа H в HNN-расширении G^* с базой G сама является HNN-расширением, базой которого служит древесное произведение подгрупп вида $gGg^{-1} \cap H$, а сопрягаемые подгруппы лежат в вершинах базы и либо совпадают с ними, либо имеют вид $gL_i g^{-1} \cap H$, где L_i — сопрягаемые подгруппы группы G^*.

Подгруппам HNN-расширений посвящена также работа Шуппа [869]. Уточнения теорем Карраса и Солитера содержатся в их совместной работе с Пиотровски [637]. Свободные конструкции, как видно из приведенных теорем, удобно рассматривать совместно. При некоторых подходах они являются частными случаями более широких понятий.

Теория групп, действующих на деревьях, существенно развитая Бассом и Серром, дала новые эффективные методы исследования для комбинаторной теории групп. Она изложена в лекциях Серра [203] и работах [308, 878].

Свободные группы, как показал Серр,— это в точности те группы G, которые допускают такое действие на некотором дереве, при котором каждый элемент $g \in G$, $g \neq 1$, не стабилизирует ни одной вершины дерева. Отсюда, в частности, автоматически следует, что произвольная подгруппа свободной группы также свободна.

Графом групп $(\mathfrak{G}, \Gamma)$ называется связный граф Γ, в котором а) каждой вершине $v \in V(\Gamma)$, и каждому ребру $e \in E(\Gamma)$ сопоставлены группы G_v, G_e, соответственно; б) для любого $e \in E(\Gamma)$ указаны вложения группы G_e в группы G_v, G_w, где вершины v, w соединяются ребром e (если $v=w$, то вложения, вообще говоря, разные). Серр ввел понятие фундаментальной группы $\pi(\mathfrak{G}, \Gamma, T)$ графа групп $(\mathfrak{G}, \Gamma)$ относительно максимального поддерева T графа Γ. Обозначим через $G(T)$ древесное произведение относительно T. Для каждого ребра e из $\Gamma \setminus T$ группа $G(T)$ содержит пару подгрупп, изоморфных G_e, так что можно сконструировать HNN-расширение. После того, как будут проделаны все такие HNN-расширения, получится группа $\pi(\mathfrak{G}, \Gamma, T)$.

Основная структурная теорема, доказанная Серром в [203], утверждает, что представление группы G как $\pi(\mathfrak{G}, \Gamma, T)$ эквивалентно определению действия G на дереве X («универсальной накрывающей $(\mathfrak{G}, \Gamma, T)$»). Отсюда в качестве следствия получаем теорему о подгруппах: если H подгруппа $G=\pi(\mathfrak{G}, \Gamma, T)$, то H также действует на X, поэтому $H=\pi(\mathfrak{G}', \Gamma', T')$ для факторграфа групп $(\mathfrak{G}', \Gamma')$.

Столлингс (1968 г.) ввел понятие биполярной структуры на группе (разбиения на непересекающиеся множества с определенными свойствами) и доказал, что группа обладает ею тогда и только тогда, когда она представима в виде нетривиальной свободной конструкции. В качестве следствия из этой теоремы вытекает ряд утверждений о строении подгрупп свободных конструкций.

Топологические методы и формализм теории группоидов для обобщения теорем Карраса и Солитера использовали Кроуэлл и Смайт [446]. Топологический подход к описанию подгрупп свободных конструкций содержится также в работе Шипмана [419].

Ордман [775, 776], приводит общую теорему о строении подгрупп свободных произведений, из которой, в частности, следуют теоремы Куроша и Грушко. Теоремы Куроша и Грушко доказываются новыми методами также в работах Бойдрона [366] (используется понятие прогрессивности Петреско) и Чизуэлла [424] (на основе теорем Басса—Серра).

Характеризации свободных конструкций. Серр рассмотрел в

[878] группы со свойством (FA): всякое дерево, на котором действует G, имеет неподвижную точку. Он доказал, что счетная группа G тогда и только тогда обладает свойством (FA), когда: а) G не имеет бесконечной циклической факторгруппы, б) G не представляется в виде $G=A_H*B$, $H\neq A$, B, в) G конечно порождена. Если не накладывать условие счетности на группу G, то приведенное утверждение также верно, только условие в) нужно заменить на условие в′) G не является объединением возрастающей последовательности $G_1<G_2<\ldots<G_n<\ldots$ собственных подгрупп. Как показали Коппельберг и Титс [649], бесконечная степень неабелевой конечной простой группы является (FA)-группой.

Басс [308] конкретизировал утверждение Серра в терминах фундаментальных групп. Условия а), б) эквивалентны свойству (FA′): если группа G действует без инверсий (ребер) на дереве T, то каждый элемент $g\in G$ оставляет неподвижной некоторую вершину $v\in V(T)$. При выполнении условия (FA′) либо группа G оставляет неподвижной некоторую вершину $v\in V(T)$, либо является объединением возрастающей последовательности стабилизаторов вершин из $V(T)$. Как показал Басс, каждая проконечная группа удовлетворяет условию (FA′).

Группы автоморфизмов деревьев исследовали Титс [917] и Д. В. Знойко [91].

Уоткинс [943] обозревает работы по проблеме графического регулярного представления группы, т. е. представления группы G как группы $\operatorname{Aut}\Gamma$ для некоторого графа Γ, на вершинах которого группа G действует как регулярная группа подстановок. Существует гипотеза, что все группы разбиваются на два очевидным образом непересекающихся класса: группы, допускающие указанное представление, и группы, в которых каждому порождающему множеству элементов $H=H^{-1}$ соответствует нетождественный автоморфизм α такой, что $H^\alpha=H$. См. также его работу [944].

Пытаясь аксиоматизировать комбинаторный метод исследования, Линдон (1963 г.) ввел понятие функции длины на группе. Пусть K — упорядоченная абелева группа. Функцией длины на группе G со значениями в группе K называется отображение $|\ |: G\to K$, отвечающее следующим условиям: а) $|x|\geqslant 0$ и $|x|=0$ тогда и только тогда, когда $x=1$, б) $|x^{-1}|=|x|$, в) $d(x, y)=\frac{1}{2}(|x|+|y|-|xy^{-1}|)\geqslant 0$, г) $d(x,y)\geqslant d(x,z)$ влечет $d(y,z)=d(x,z)$, д) $d(x,y)+d(x^{-1},y^{-1})\geqslant|x|=|y|$ влечет $x=y$. Очевидно, что этим аксиомам удовлетворяет обычная функция длины в свободной группе. Линдон доказал, что при дополнительном условии $|x|<|x^2|$, если $x\neq 1$, группа с целозначной функцией длины свободна, более того, она вложима в свободную группу таким образом, что значения ее функции длины совпадают с длиной относительно некоторого базиса этой свободной группы. Группа с целозначной функцией длины может быть вложена в свободное произведение таким образом, что значения функции $| \ |$ совпадают с естественными длинами элементов этого произведения. Отсюда следуют теоремы Куроша и Грушко.

Чизуэлл [423] показал, что если на группе G задана целозначная функция длины, причем $d(x, y)$ также целозначная функция, отвечающая условиям а), б), г), тогда G действует на дереве T с выделенной вершиной P_0, причем для любого x величина $|x|$ совпадает с длиной редуцированного пути в T с началом P_0 и концом xP_0. Он установил ряд свойств таких групп. В общем случае, когда функция длины вещественнозначна, конструкция Чизуэлла дает метрическое односвязное линейно связное пространство, на котором группа G действует в качестве группы изометрий.

Изучению групп с вещественнозначной функцией длины посвящена также работа Харисон [545]. О действиях групп на графах см. также [804].

Рассмотрению различных представлений группы в виде свободного произведения с объединением посвящена работа [777].

Свойства подгрупп свободных конструкций. Для свободных конструкций рассматривались следующие утверждения и их обобщения: а) конечно порожденная нормальная подгруппа имеет конечный индекс, б) конечно порожденная подгруппа конечно определена, в) пересечение конечно порожденных подгрупп конечно порождено. Этим вопросам посвящены работы Карраса, Солитера, Коэна, Горюшкина, Бернса и др. (см. библиографию).

Коэн [428] доказал, что почти свободная группа является HNN-расширением древесного произведения конечных групп, в котором сопрягаемые подгруппы лежат в одной вершине.

Ряд утверждений (в основном, известных) о подгруппах свободных конструкций доказал топологическими методами Третков [923].

Подгруппы Фраттини свободных конструкций исследовали Танг, Алленби (см. библиографию).

Группы с одним определяющим соотношением. Основным стимулом для исследования групп с одним соотношением является тот факт, что в этот класс входят фундаментальные группы 2-многообразий. Большинство важнейших утверждений о таких группах давно известны (см. [138, 697]). Методы исследований групп с одним соотношением основаны на том, что они, как правило, представляются в виде свободных конструкций.

Ряд проблем о группах с одним соотношением сформулировал Баумслаг [324]. Из них решены проблемы 5,9 [486].

Структура групп с одним соотношением, имеющих кручение, исследовалась Фишером, Каррасом и Солитером [487].

Вейнбаум [957], используя геометрические соображения, доказал, что собственное подслово определяющего слова (циклически редуцированного) группы с одним соотношением не определяет 1 в этой группе.

Подгруппы с тождеством в группе с одним соотношением описаны А. А. Чеботарем [230]. Имеются также и другие работы, относящиеся к данному разделу (см. библиографию).

Другие вопросы. Хигман предпринял попытку неаксиоматической характеризации групп без кручения. Он предположил, что любая группа без кручения может быть получена из бесконечных циклических групп путем построения свободных конструкций, взятия подгрупп и объединений возрастающих последовательностей групп. Баумслаг, Каррас и Солитер [330] показали, что существует континуум конечно порожденных групп без кручения, не получающихся указанным способом. Тем не менее, остается открытым

Вопрос 1. Как неаксиоматически определить класс групп без кручения?

Класс K групп, получающихся из свободных групп путем построения свободных конструкций с условием, что объединяемые и сопрягаемые подгруппы всякий раз свободны, изучали Косси и Смайт [445]. Заметим, что в K входят все группы с одним соотношением без кручения и все группы узлов.

Левин [678] доказал, что группа $G=F_n *_{F_k} F_m$ свободна тогда и только тогда, когда минимальное число r ее порождающих удовлетворяет равенству $r=n+m-k$.

Базы для коммутантов свободных произведений абелевых групп вычисляются в [284, 490, 936—938].

§ 2. ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ОТНОШЕНИЯ

Построение примеров. Пусть V_n, $n\geqslant 2$,— многообразие универсальных алгебр, сигнатура которых состоит из одноместных операций $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$, и n-местной операции λ, связанных тождествами: а) $(a_1, a_2, \ldots, a_n)\lambda\alpha_i=a_i$, б) $(a\alpha_1, a\alpha_2, \ldots, a\alpha_n)\lambda=a$. Через $A_{n,r}$ обозначим группу автоморфизмов свосвободной алгебры ранга r в многообразии V_n. Хигман [581], используя идеи Р. Томпсона, доказал, что при нечетном n группа $A_{n,r}$, а при четном n ее подгруппа индекса 2, бесконечны, конечно определены и просты. Поскольку эти группы при различных n попарно неизоморфны, тем самым построена бесконечная серия групп с указанными свойствами.

В. Н. Ремесленникову принадлежит следующий простой пример конечно определенной про-p-группы G, центр которой не конечно порожден. Группа G задается порождающими a, b, x_1, x_2, x_1', x_2', φ и определяющими соотношениями:

1) $[x_i, x_k']=1, \quad i, k=1, 2;$

2) $a^{x_i}=a^{x_i'}, \quad b^{x_i'}=b, \quad i=1, 2;$

3) $a^{\varphi}=ab$, $[a, b]=[b, \varphi]=[x_i, \varphi]=1$, $i=1, 2$;

4) $a^{1-x_1-x_2+x_1x_2}=a_1^{1-2x_1+x_1^2}=1$.

Обозначим через C подгруппу группы G, порожденную элементами $c_n=b^{x_2^n(x_1-1)}$, $n \in \mathbf{Z}$. Тогда C — свободная абелева про-p-группа счетного ранга, лежащая в центре группы G.

Если в примере В. Н. Ремесленникова заменить слова «про-p-группа» на слова «группа», получается пример абстрактной конечно определенной группы, центр которой содержит свободную абелеву группу счетного ранга, т. е. не конечно порожден. Более ранний и более сложный такой пример, также принадлежащий В. Н. Ремесленникову, содержится в его работе [179].

А. Ю. Ольшанский в своем выступлении на 6-м Всесоюзном симпозиуме по теории групп в г. Черкассы (сентябрь 1978 г.) анонсировал построение примеров: 1) бесконечной неабелевой группы без кручения, любая собственная подгруппа которой циклична, причем любые две максимальные ее подгруппы имеют тривиальное пересечение; 2) бесконечной группы, любая собственная подгруппа которой имеет простой порядок, причем любые две подгруппы одинаковых порядков сопряжены между собой.

Тем самым даются контрпримеры к известным гипотезам: 1) О. Ю. Шмидта — о конечности неабелевой группы, все собственные подгруппы которой конечны; 2) С. Н. Черникова — о существовании абелевой подгруппы конечного индекса в группе с условием минимальности; 3) Бэра — о почти полицикличности групп с условием максимальности.

Результаты А. Ю. Ольшанского изложены в его работе «Бесконечные группы с циклическими подгруппами», сданной в печать в сентябре 1978 г. Доказательства ведутся на языке диаграмм (в смысле книги [697])*.

Теоремы вложения. Теорема Хигмана о вложении произвольной рекурсивно определенной группы в конечно определенную группу доказана новым способом Аандера [266]. Ее уточнения приводятся в работах [42, 356].

Ряд теорем вложения в конечно определенные группы доказали Баумслаг, Каннонито, Миллер [329]. В частности, такие вложения установлены ими для счетных локально почти полициклических групп и счетных линейных групп.

По теореме Хигмана, Б. Неймана и Х. Нейман (1949 г.) произвольная счетная группа G вложима в 2-порожденную группу H. Дальнейшие исследования в этом направлении можно классифицировать следующим образом.

1) Вложения с сохранением определенных свойств группы G. Основные результаты здесь относятся к сохранению свойств

* Примечание при корректуре. Работа вышла в журнале «Докл. АН СССР», 1979, № 4, 785—788

разрешимости, нильпотентности (см. по этому поводу § 4) и периодичности. Хикин [572] доказал, что счетная π-группа, порожденная элементами ограниченных порядков, вложима в 3-порожденную π-группу (при этом вложении группа ограниченной экспоненты вкладывается в группу ограниченной экспоненты). Филипс [793] уточнил утверждение Хикина, доказав вложимость счетной π-группы в 2-порожденную π-группу. См. также [872].

2) Вложения с определенным требованием на группу H. Наиболее интересен результат А. П. Горюшкина [58]: произвольная счетная группа G вложима в 2-порожденную простую группу H. Шупп [870] уточняет, что в качестве группы H можно выбрать подходящую факторгруппу свободного произведения $\overline{H}=\mathbf{Z}_m*\mathbf{Z}_n$, $|m|\geqslant 2$, $|n|>2$. Вложениям в хопфовы и нехопфовы группы посвящены работы [745, 450], соответственно.

3) Описание SQ-групп. Группа называется SQ-группой, если любая счетная группа может быть вложена в подходящую ее факторгруппу. Отысканию новых примеров SQ-групп посвящены работы [717, 754, 854]. Основные результаты в этом направлении изложены в обзоре Шуппа [867].

Ряд интересных теорем вложения получен Холлом [539].

Группы с малым сокращением. Пусть F — свободная группа с базой X, $R=\{r_1^{\pm 1}, r_2^{\pm 1}, \ldots, r_k^{\pm 1}\}$ — множество циклически не сократимых слов из F, содержащее вместе с каждым свои элементом все его циклические перестановки. Группа G с заданием $G=\langle X; R\rangle$ имеет меру сокращения λ (является λ-группой), если длина сокращающегося подслова в произведении любой пары элементов $r_i^{\varepsilon_i} r_j^{\varepsilon_j}$ $(r_i^{\varepsilon_i}\neq r_j^{-\varepsilon_j})$ из R строго меньше, чем $\lambda\cdot\min\{|r_i|, |r_j|\}$. Группой с малым сокращением, как правило, называется группа, допускающая задание с мерой сокращения $\lambda\leqslant 1/5$. Изучение таких групп идет от работ Дена, рассматривавшего разрешимость в них алгоритмических проблем. Ряд важных результатов в этой области принадлежит М. Д. Гриндлингеру.

В обзоре Шуппа [868] о группах с малым сокращением формулируются нерешенные вопросы, определяющие в последнее время следующие направления исследований в этой теории.

1) Равенство элементов и извлечение корней. Шупп [865], используя метод диаграмм, дает геометрическое доказательство теоремы М. Д. Гриндлингера о том, что произвольное слово, определяющее 1 в 1/6-группе, содержит большую часть некоторого определяющего соотношения этой группы. Теорема М. Д. Гриндлингера дает алгоритм, решающий проблему слов в 1/6-группе. Наиболее сильное утверждение — разрешимость проблемы равенства в 1/5-группах — получено Линдоном (1966 г.)

Пусть в группе G с мерой сокращения $\lambda=1/8$ относительно задания $G=\langle x, x_1, x_2, \ldots, x_m; r_1, r_2, \ldots, r_k\rangle$ среди определяющих соотношений нет слов вида x^t. Тогда, как показал Гоуди [499], если для некоторого элемента $g \in G$ выполнено равенство $g^n = x^s$ в группе G, то n делит s и $g = x^{s/n}$. Липшуц [683] приводит алгоритм, решающий вопрос извлекается ли нетривиальный корень из элемента 1/6-группы. Его результат уточняется в [438].

2) Сопряженность элементов и их централизаторы. В работах Липшуца [684, 686, 687] доказано, что различные степени элемента бесконечного порядка в 1/6-группе не сопряжены. Близкие результаты, а также цикличность централизатора неединичного элемента в 1/6-группе получил Труффаль [925—927]. Алгоритмическая разрешимость проблемы сопряженности в 1/5-группах доказана Шуппом (1968 г.).

Используя геометрические методы, Комерфорд [437] описал вещественные (т. е. сопряженные своему обратному) элементы 1/6-групп. Частные результаты по этому вопросу содержались в более ранних работах М. Д. Гриндлингера, Гоуди и др.

Копредставления групп. Конечное задание группы через порождающие и определяющие соотношения назовем ее копредставлением. Рядом авторов рассматривались связи между различными копредставлениями групп. Грюнберг [512] отметил следующие интересные вопросы в теории копредставлений.

1) Пусть F/R_1, F/R_2 — различные копредставления конечной группы G. Будут ли совпадать ранги соотношений R_1, R_2? (Рангом соотношений представления F/R называется минимальное число порождающих R как нормальной подгруппы в F).

В классе всех конечно определенных групп этот вопрос решился отрицательно. Данвуди [455] указал копредставление группы трилистника $G=\langle a, b; a^2b^{-3}\rangle$ от двух порождающих, имеющее ранг соотношений 2.

2) Пусть $r(G)$ — минимальное число соотношений среди всех копредставлений конечной группы G. Существует ли среди минимальных (по числу порождающих) копредставлений группы G копредставление, имеющее ранг соотношений $r(G)$?

Приведенные вопросы решаются положительно, если справедливо утверждение

3) Разность между числом порождающих и рангом соотношений в различных копредставлениях конечной группы является инвариантом этой группы.

Пусть F/R — копредставление группы G. На группе $\overline{R}=R/R'$ естественным образом задается структура G-модуля, который называется модулем соотношений копредставления F/R группы G. Утверждение 3) в переложении на модуль $\overline{R}$ имеет положительный ответ, т. е. разность между числом порождающих копредставления F/R группы G и числом порождающих модуля $\overline{R}$ является инвариантом группы G, если она конечна. Следовательно, положительно решаются и вопросы 1), 2) относительно

R, опять же, если группа G конечна. Эти результаты принадлежат Грюнбергу (1970 г.) и содержатся в его лекциях [512], специально посвященных модулям соотношений.

Выделим основные результаты относительно модулей соотношений конечной группы (см. [512]).

1) Если F/R_1, F/R_2 — различные копредставления группы G, то $\bar{R}_1, \bar{R}_2$ локально изоморфны как G-модули, т. е. для всех простых p $\bar{R}_1 \otimes \mathbf{Z}_{(p)} \simeq \bar{R}_2 \otimes \mathbf{Z}_{(p)}$. Если число порождающих группы F не минимально, то $\bar{R}_1 \simeq \bar{R}_2$. Неизвестно, справедливо ли это для минимальных копредставлений.

2) Пусть $\bar{R} = A \oplus P$, где P — $\mathbf{Z}G$-проективный модуль и A не имеет проективных прямых слагаемых. Тогда A в некотором смысле единственен и называется ядром модуля соотношений.

По теореме Суона $P \otimes \mathbf{Q} \simeq \mathbf{Q}G^m$. В частности, для минимальных копредставлений F/R число m не зависит от выбора R и называется рангом копредставлений $m = \operatorname{pr} G$. Для всех разрешимых групп G $\operatorname{pr} G = 0$.

3) Минимальное число порождающих $\bar{R}$ (ранг $\bar{R}$) может быть вычислено в подходящем конечном образе. Более точно, существует простое p, делящее $|G|$ такое, что ранг $\bar{R}$ равен рангу $\bar{R}/p\bar{R}$.

Уже упоминавшийся пример Данвуди [455] показывает, что в случае бесконечной группы аналоги утверждений 1), 2), 3) неверны и для модулей соотношений. Линдон (1962 г.) доказал, что для любых модулей соотношений $\bar{R}_1$, $\bar{R}_2$ существуют такие свободные $\mathbf{Z}G$-модули P_1, P_2, что $\bar{R}_1 \oplus P_1 \simeq \bar{R}_2 \oplus P_2$. В примере Данвуди $\bar{R}_1 \simeq \mathbf{Z}G, \bar{R}_2 \oplus \mathbf{Z}G \simeq \bar{R}_1 \oplus \mathbf{Z}G \simeq \mathbf{Z}G \oplus \mathbf{Z}G$. Отсюда получаем, что модуль $\bar{R}_2$ проективен. Однако он не свободен и даже не может быть представлен в виде $\bar{R}_2 \simeq \mathbf{Z}G \oplus M$ ни для какого модуля M.

По теореме Ауслендера—Линдона (1955 г.) естественное представление группы $G = F/R$ в группе $A = \operatorname{Aut} \bar{R}$ является точным. Пасси [784] усилил это утверждение, доказав, что аннулятор модуля $\bar{R}$ в кольце $\mathbf{Z}G$ тривиален. О модулях соотношений см. также [118, 748].

Открытая проблема Эндруза и Кертиса (1965 г.): если $G = \langle x_1, x_2, \ldots, x_n;\ r_1, r_2, \ldots, r_n \rangle$ тривиальная группа, то можно ли последовательностью преобразований Нильсена и сопряжениями одного из элементов перевести набор соотношений в набор порождающих, изучалась Рапапорт. Близка к упомянутой следующая проблема Вальдхаузена.

2. Пусть $G = F_n | R$ — $(n-1)$ — порожденная группа. Верно ли, что нормальная подгруппа R содержит элемент некоторой базы группы F_n?

Другие вопросы. Бирман [356] на языке свободного дифференцирования Фокса дала условие дополняемости данного набора элементов до базы в свободной группе конечного ранга. Дифференцирования со значениями в кольце $\mathbf{Z}(F/R)$ использовались А. Ф. Красниковым [118] для установления необходимых и достаточных условий порождаемости данным набором n элементов группы F_n/R'.

Данвуди [454] доказал, что из хопфовости группы $G=F_n/R$ следует хопфовость группы F_n/R'.

Фоксовы подгруппы свободных групп изучаются в [527, 614]. Центры некоторых групп вычисляются в [440, 522].

§ 3. МНОГООБРАЗИЯ

Книга Х. Нейман, «Многообразия групп» (1967 г., русск. пер. 1969 г.) подвела итоги предыдущего развития этой сравнительно молодой области теории групп и, как оказалось, послужила сборником проблем на будущее. Большинство из них вскоре были решены — это отмечено в специальном обзоре Ковача и Ньюмена [651].

Обозначим через A, A_n, B_m, N_k многообразия абелевых, абелевых периода n, бернсайдовых периода m, k-нильпотентных групп, соответственно.

Базы тождеств. А. Ю. Ольшанский (1969 г.) установил существование многообразий, не являющихся конечнобазируемыми, т. е. многообразий, тождества которых не следует ни из одного своего конечного подмножества. Бесконечные неприводимые системы тождеств указали С. И. Адян [2] и Вон-Ли [929], причем тождества, приведенные в [929], определяют неконечнобазируемое подмногообразие в $(B_4 \wedge N_2)^2$. Таким образом установлено, что мощность множества всех различных многообразий — континуум.

Простейшим примером неконечнобазируемого многообразия служит B_4B_2 — это независимо и одновременно установили Ю. Г. Клейман [112] и Брайнт [393]. Интересно отметить, что неконечнобазируемые многообразия могут составлять целый бесконечный интервал в решетке многообразий [393].

После открытия неконечнобазируемых многообразий получила дополнительный стимул задача описания многообразий с конечными базами тождеств. Исследования велись, в основном, по двум направлениям: либо устанавливалась конечная базируемость всех многообразий, отвечающих данному тождеству (наследственная конечная базируемость), либо выяснялся вопрос о существовании конечной базы для тождеств, истинных на данной группе. Отправными пунктами здесь служат известные теоремы: Линдона (1952 г.) — о конечной базируемости нильпотентных многообразий, Коэна (1967 г.) — об условии минимальности для метабелевых многообразий и Оутс—Пауэлла (1964 г.) — о существовании конечной базы для тождеств, выполненных на конечной группе.

Обобщениям теоремы Коэна посвящены работы: [243, 396, 731, 931, 932].

Хигман (1959 г.) заметил, что любое нильпотентное многообразие N обладает свойством более сильным, чем конечная базируемость: для произвольного конечнобазируемого многообразия D произведение ND также обладает конечной базой тождеств. В [383] этот результат обобщен на подмногообразия из $A^2 \vee N_k$. В общем случае свойство конечной базируемости сомножителей не переносится на произведение — первый пример такого рода указал Вон-Ли [933], причем правым множителем в нем являлось многообразие A. Более того, как показано в [112], для любого нетривиального конечнобазируемого многообразия C найдется такое натуральное число k, что произведение B_kC неконечнобазируемо. Отметим, что вопрос о сохранении конечной базируемости при операции объединения остается пока без ответа, имеются лишь частные результаты [390, 392]*.

Базы тождеств конкретных многообразий описаны в работах [376, 377, 416, 497, 676, 892]. Обобщения теоремы Коэна на многообразия, близкие к метабелевым, получены в [94—96]. Теорема Оутс—Пауэлла усиливается в [441]. См. также [372, 391, 400, 768].

Работы [41, 99, 166] посвящены квазимногообразиям групп. А. И. Будкин [41] доказал, что система квазитождеств, истинных в свободной неабелевой группе, не имеет базы от ограниченного числа переменных. А. Ю. Ольшанский [166] установил, что квазитождества конечной группы обладают конечной базой тогда и только тогда, когда все силовские подгруппы этой группы абелевы.

Разрешимые многообразия. М. И. Каргаполов и В. А. Чуркин [103] доказали, что любое разрешимое многообразие групп, не содержащее A^2, является подмногообразием в $B_kN_cB_m$ при некоторых k, c, m. В частности, конечно порожденные группы без кручения в таком многообразии почти нильпотентны. Гроувз [503] обобщил это утверждение на подмногообразия произведений конечного числа разрешимых и локально конечных многообразий. Все это — итог длительных исследований, к которым в обозреваемый период относятся работы [504—506, 520]. Первый результат в этом направлении получил А. Л. Шмелькин (1968 г.), доказавший аналогичное утверждение для подмногообразий из N_CA. Остается добавить, что для многообразий, содержащих A^2, как показывает пример $\mathbf{Z}\mathrm{wr}\mathbf{Z}$, оно несправедливо.

Решетка метабелевых многообразий изучалась детальным образом: во-первых, описывались ее элементы, неразложимые в объединение собственных подмногообразий, во-вторых, исследовались соотношения дистрибутивности. Правомерность такого подхода основывается на теореме Коэна, по которой каждое ме-

* Примечание при корректуре. Контрпример приведен в работе Ю. Г. Клеймана «Докл. АН СССР», 1979, **244**, № 4, 814—818

табелево многообразие является объединением конечного числа неразложимых многообразий, а также тем, что единственность такого разложения нарушается при недистрибутивности.

Неразложимые метабелевы многообразия изучались в работах [37, 381, 397, 399, 400, 974, 975]. Их описание в ненильпотентном случае доведено до конца Брайсом [399]. Недистрибутивность решетки нильпотентных многообразий установил Хигман, явный пример для подмногообразий из N_6 дал В. А. Романьков [192]. Минимальная граница достигнута Ю. А. Беловым [36], установившим недистрибутивность решетки подмногообразий в $A^2 \wedge N_4$, поскольку решетка 3-нильпотентных многообразий, описанная ранее в работах В. Н. Ремесленникова и Ю. А. Белова, дистрибутивна. Дистрибутивность решетки подмногообразий из $A_p{}^n A_p$ доказана Ковачем и Ньюменом [650]. С другой стороны, в более поздних работах [37, 382, 779] строятся достаточно узкие недистрибутивные решетки нильпотентных многообразий, в частности, такова решетка подмногообразий в $A_2A_4 \wedge N_6$. Некоторые дистрибутивные решетки описаны в [37, 113].

Локально конечные многообразия. Кроссовым называется многообразие, порожденное конечной группой. Минимальные некроссовы многоообразия названы Ковачем и Ньюменом почти кроссовыми. Ими же доказано, что таковыми являются следующие многообразия:

$$A,\ A_p^2,\ A_p(N_2 \wedge B_q),\ p,\ q \neq 2 \text{ — различные простые,}$$

$$A_p(N_2 \wedge B_4),\ p \neq 2,\ A_pA_qA_r,\ p,\ q,\ r \text{ — различные простые.}$$

А. Ю. Ольшанский [162] доказал, что приведенным списком исчерпываются все разрешимые почти кроссовы многообразия. Это утверждение для частных случаев подтверждалось в работах [371, 444, 650].

Ю. П. Размыслов [176] впервые построил серию неразрешимых почти кроссовых многообразий C_p, $p>3$, причем C_p принадлежит кострикинскому многообразию K_p локально конечных групп простого периода p, является локально разрешимым, но неразрешимым многообразием. Построение осуществлено таким образом: конструируется в явном виде ненильпотентное многообразие алгебр Ли $L_{p-2,\,p}$ над полем характеристики $p>3$ с $(p-2)$-энгелевым тождеством, всякое подмногообразие которого нильпотентно. Доказывается, что на алгебрах из $L_{p-2,\,p}$ можно ввести операцию по формуле Кэмпбелла-Хаусдорфа и что получающиеся группы порождают почти кроссово многообразие C_p.

Локально конечные многообразия изучаются также в работах [164, 291, 508, 699, 971].

Свободные группы. Б. Нейман (1966г.) высказал следующую гипотезу: любая автоморфно допустимая подгруппа свободной группы бесконечного ранга является эндоморфно допустимой. Коэн (1968 г.) доказал справедливость аналогичного утверждения для свободных групп бесконечных рангов в многообразиях нильпотентных-над-абелевыми групп. В общем случае гипотеза Неймана неверна — это установлено в независимых работах Брайнта [394] и А. Ю. Ольшанского [165]. Брайнт построил контрпример в многообразии $(B_4 \wedge N_2) A_2 \wedge C$, где многообразие C определяется тождеством $[[x_1, x_2], [x_3, x_4], x_5, x_6]]$. А. Ю. Ольшанский доказал несовпадение автоморфного и эндоморфного замыканий элемента $w = [x_1^2, x_1^{2x_2}, x_1^{2x_3}]$ в свободной группе с базой $x_1, x_2, x_3, \ldots$.

Новое доказательство теоремы Магнуса о свободе содержится в работе [406], ее усиление — в [871].

Уточнения оценки для ранга пересечения конечно порожденных подгрупп свободной группы, получены в [416, 618].

Пример эндоморфно допустимой подполугруппы свободной группы, не являющейся подгруппой, дан в [652]. В [700] указывается свойство, характеризующее все возможные контрпримеры (первый из них указан Данвуди) к ослабленной формулировке теоремы Ауслендера—Линдона: если $S \leqslant F_n$, $R \geqslant F_n$, $S' \leqslant R'$, $n \geqslant 2$, то $S \leqslant R$ (в теореме $S \trianglelefteq F_n$).

Автоморфизмы свободных групп. Хиггинс и Линдон [579] указали новый метод исследования группы автоморфизмов свободной группы. Этот метод позволил им получить достаточно простое алгебраическое доказательство известной теоремы Уайтхеда (1963 г.) об автоморфной сопряженности элементов свободной группы, доказанной им топологическими методами. Отличное от нильсенова задание группы автоморфизмов свободной группы через порождающие и определяющие соотношения получено в работе Маккула [719], в основе которой также лежит идеи Хиггинса и Линдона. См. также его работу [721].

Изучение группы автоморфизмов свободной группы с использованием понятия функции длины — в работе [600].

Пусть $U = \{u_1, u_2, \ldots, u_m\}$ — набор циклически несократимых слов свободной группы F_n. Маккул [720] рассматривает группу A_U автоморфизмов F_n, стабилизирующих U с точностью до циклического сокращения. Основной его результат — конечная определенность группы A_U. Доказательство осуществляется построением конечного связного 2-комплекса, фундаментальная группа которого изоморфна A_U. Отмечается, что тот же результат получается и для обычных стабилизаторов. Стабилизаторы некоторых коммутаторов свободной группы вычислены в [407].

Работы Дайер и Форманека посвящены доказательствам совершенности некоторых групп автоморфизмов. В [463] это установлено для группы $\mathrm{Aut}\, F_n$, в [464] — для группы автоморфизмов свободной 2-нильпотентной группы ранга $m \neq 1, 3$. В работе [462] доказан наиболее общий результат о совершенности группы автоморфизмов $\mathrm{Aut}\, F/R'$ при выполнении некоторых условий на R.

В работе Дайер и Скотта [465] получены некоторые структурные теоремы, связанные с действием на свободной группе конечной группы автоморфизмов. Периодические автоморфизмы свободной группы F_2 изучает Мескин [737].

Другие вопросы. Ступени нильпотентности свободных групп конечного ранга в произведениях многообразий примарных экспонент вычисляются в [242]. Сплетения абелевых групп исследуются в [102, 210]. В. И. Сущанский в работе [209] вычислил энгелеву длину e многообразия A_p^m, доказав, что e строго меньше ступени нильпотентности свободной группы ранга 2 в этом многообразии. См. также [886, 941].

Минимальные ранги свободных групп, порождающих некоторые многообразия, вычисляются в [525, 526, 532, 778, 930]. Классы групп, связанные с многообразиями, рассматриваются в [395, 542, 544, 576].

Разложения в нетривиальные прямые произведения конечных свободных в некоторых многообразиях групп приводит Хаутон [604]. Критические группы многообразий изучает Брайнт [388, 389].

Вербальные подгруппы групп рассматриваются в [19, 20, 970].

В работе О. Н. Головина и М. А. Бронштейна [44] систематизируется накопленный материал по точным операциям. В. В. Лиманский [135] доказывает аналог теоремы Ремака—Шмидта для случая нильпотентного произведения. Г. А. Новак [157, 158] изучает разрешимые произведения.

§ 4. РАЗРЕШИМЫЕ ГРУППЫ

Круг работ по разрешимым группам и их обобщениям чрезвычайно широк. Мы имеем возможность рассмотреть здесь лишь некоторые основные магистрали, проложенные исследователями в этой области. Относительно других направлений, относящихся в основном к различным обобщениям понятия разрешимости, см. монографию Робинсона [832]. См. также лекции Баумслага [312] и Уорфилда [942] о нильпотентных группах.

Важное значение имеет короткий, но удивительно емкий, доклад М. И. Каргаполова на 2-ой международной конференции по теории групп в 1973 г. [629]. В нем приведены результаты Новосибирской теоретико-групповой школы, создателем которой является М. И. Каргаполов. Кроме того, там же были отмечены интересные проблемы в теории разрешимых групп, большинство из которых не решены до сих пор. Этот доклад служит прекрасным примером того, как М. И. Каргаполов умел концентрировать внимание на актуальных, важных задачах, и как он мог не только вдохновляться сам, но и воодушевлять других на их решение.

Условия конечности. Содержателен обзор Робинсона [838], включающий в себя исторические замечания по развитию теории групп с условиями конечности на абелевы подгруппы, а также обрисовывающий современное состояние этой теории.

Исследования по разрешимым группам с различными условиями конечности начались в 40-е годы работами О. Ю. Шмидта и С. Н. Черникова. О. Ю. Шмидт (1945 г.) под влиянием известной теоремы С. Н. Черникова доказал, что разрешимая группа с условием минимальности на абелевы подгруппы является конечным расширением прямой суммы конечного числа квазициклических групп (черниковской группой). С. Н. Черников (1951 г.) обобщил это утверждение на локально разрешимые группы.

А. И. Мальцев (1951 г.) доказал, что разрешимые группы с условием максимальности на абелевы подгруппы полицикличны. М. И. Каргаполов (1962 г.) установил, что разрешимые группы с абелевыми подгруппами конечных рангов сами имеют конечный ранг. Наконец, в 1963 году М. И. Каргаполов доказал, что локально конечная группа, все абелевы подгруппы которой конечны, сама конечна. Этот результат независимо получен Холлом и Кулатилакой (1963 г.).

Локально разрешимые группы рассматривали Ю. М. Горчаков (1964 г.), установивший конечность ранга периодической группы с абелевыми подгруппами конечного ранга, и Ю. И. Мерзляков (1964 г.), доказавший, что если ранги абелевых подгрупп локально разрешимой группы ограничены сверху числом n, то сама группа имеет ранг не выше, чем $f(n)$ для некоторой натуральнозначной функции f. Для локально разрешимых групп без кручения конечная порожденность абелевых подгрупп не влечет конечности ранга всей группы, — соответствующий пример также построен Ю. И. Мерзляковым (1969 г.).

Отметим, что теорема М. И. Каргаполова 1962 г. названа в обзоре [838] «наиболее глубоким результатом в разрешимых группах».

Близки к этой тематике работы С. И. Адяна и В. П. Шункова (см. § 5).

В дальнейшем теория групп с различными условиями на подгруппы развивалась школой С. Н. Черникова. В работах С. Н. Черникова и его учеников рассматривались не только группы, в которых наложены те или иные условия конечности на подгруппы, но и различные условия дополняемости подгрупп — здесь много интересных результатов получил Д. И. Зайцев, условия нормальности подгрупп и т. п. Установлено, например, что бесконечная локально разрешимая группа с условием минимальности для неинвариантных абелевых подгрупп содержит бесконечную абелеву нормальную подгруппу конечного индекса. Большая часть этих работ, в том числе обзорного характера, опубликованы в сборниках [64—66, 100, 101, 156]. См. также обзорные статьи [81, 235, 237].

Грюнберг [511] обсуждает идеи Холла в связи с рассмотрением разрешимых групп, групповые кольца которых нётеровы. Методы теории колец применяются для исследования групп А. Л. Шмелькиным [247], см. также [11, 12].

Бэр (1965 г.) доказал, что разрешимая группа с условием минимальности для нормальных подгрупп периодична. В работе [570] установлено существование неразрешимой локально разрешимой группы без кручения, не удовлетворяющей условию минимальности для нормальных подгрупп. Аналогичный пример в периодическом случае построил Маклейн (1956 г.). Группы с условием минимальности для нормальных подгрупп исследуются также в работах Силкока (см. библиографию). Обзор по этой теме — в работе Уилсона [972].

В 1969 г. Хейнекен и Мохамед построили пример группы с нормализаторным условием и тривиальным центром. Различные обобщения этого результата содержатся в работах [223, 565, 568, 569, 664]. См. также [554].

Д. И. Зайцев [79] доказал, что для локально разрешимых групп условия минимальности для подгрупп и для «разрешимых подгрупп данной ступени разрешимости» эквивалентны.

Группы, близкие к свободным. Хорошо известна классическая теорема Магнуса о свободе для групп с одним определяющим соотношением. Н. С. Романовский [190] установил теоремы о свободе для групп, заданных одним определяющим соотношением в многообразиях разрешимых и нильпотентных групп данной ступени. Сформулируем один из его результатов. Пусть $F^{(i)}$ обозначает i-ый коммутант свободной разрешимой группы F с базой $x, y_1, \ldots, y_m$, $m\geqslant 2$. Пусть r — элемент из $F^{(k-1)}\setminus F^{(k)}$, взятый в некоторой записи через базисные элементы, а $\dot{r}$ получается вычеркиванием x в этой записи. Если (и только если) r не сопряжен с $\dot{r}$ по модулю $F^{(k)}$, то элементы $y_1, \ldots, y_m$ порождают по модулю соотношения $r=1$ свободную разрешимую группу той же ступени, что и F.

Аналогичную теорему о свободе в многообразиях N_cA, $c\geqslant 2$, доказал Г. Г. Ябанжи [262].

Линдон поставил следующую проблему: пусть группа G задана порождающими $x_1, \ldots, x_m$ и n определяющими соотношениями, причем $m>n$. Можно ли из $x_1, \ldots, x_m$ выбрать такие $m-n$ элементов, которые порождали бы в G свободную подгруппу и составляли бы ее базу. Н. С. Романовский [191] дает положительный ответ на вопрос Линдона в многообразии всех групп и в многообразиях A^n, $n\geqslant 1$. Остается открытым

Вопрос 3. Верно ли предположение Линдона в многообразии N_c, $c\geqslant 2$?

Дополняемая подгруппа свободной группы многообразия V называется проективной в многообразии V. Холл (1954 г.) высказал гипотезу о том, что все проективные группы в многообразиях нулевой экспоненты являются свободными, и установил ее для нильпотентных многообразий. В общем случае гипотеза Холла оказалась неверной, что следует из результатов П. Неймана (1967 г.) и А. Ю. Ольшанского (1968 г.). Однако интересен вопрос о ее справедливости для различных «естественных» многообразий групп. Опираясь на положительное решение проблемы Серра о свободе конечно порожденных проективных модулей над кольцом многочленов, В. А. Артамонов [17] подтвердил гипотезу Холла для проективных метабелевых групп конечного ранга. Ситуация иная в многообразиях AA_n, где для любого $n\geqslant 2$ найдены примеры несвободных проективных групп [288, 730]. Структура не конечно порожденных проективных метабелевых групп пока не исследована. Не получен ответ и на

Вопрос 4. Верна ли гипотеза Холла в многообразиях A^n, $n\geqslant 3$, AN_c, N_cA, $c\geqslant 2$?

В [827] Ремтулла показал, что для любой конечно порожденной 3-разрешимой группы G существует число d такое, что всякий элемент коммутанта G есть произведение не более чем d коммутаторов (число d называется шириной коммутанта G). Так как этот результат полезен при изучении коммутанта в топологических пополнениях G, то определенный интерес представляет

Вопрос 5. Конечна ли ширина коммутанта произвольной конечно порожденной разрешимой группы?

Пополнения метабелевых групп подробно изучал Ю. В. Кузьмин [120, 121]; см. также [655]. Вне класса метабелевых групп пополнения разрешимых групп исследованы мало.

Теоремы вложения. Большинство теорем предыдущего пункта доказаны при помощи вложения Магнуса свободной разрешимой группы, суть которого в следующем.

Пусть $F_n(A^k)$ — свободная разрешимая группа ступени k и ранга n, T — левый свободный модуль ранга n над кольцом $\mathbf{Z}(F_n(A^k))$. Тогда свободная разрешимая группа $F_n(A^{k+1})$ вкладывается в группу M матриц вида $\begin{pmatrix} f & t \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, где $f\in F_n(A^k)$, $t\in T$. Группу M по другому можно понимать как сплетение свободной абелевой группы ранга n и группы $F_n(A^k)$. Группа $F_n(A^{k+1})$ «хорошо вложена» в M, так как ее элементы выделяются в M простым линейным уравнением; подробнее об этом в [183].

Благодаря вложению Магнуса, многие вопросы, касающиеся разрешимых групп, сводятся к соответствующим вопросам для модулей над групповыми кольцами групп меньшей ступени разрешимости. В частности, ряд алгоритмических задач для метабелевых групп сводятся к задачам для свободных модулей над кольцом $\mathbf{Z}[x_1^{\pm 1}, \ldots, x_n^{\pm 1}]$.

С помощью нового метода Баумслаг [315, 320] и В. Н. Ремесленников [180, 182] доказали аналог теоремы Хигмана в многообразии метабелевых групп: любую конечно порожденную метабелеву группу можно вложить в конечно определенную метабелеву группу. Болер [358] уточнил этот результат для метабелевых групп конечного ранга, показав, что большую группу также можно выбрать метабелевой конечного ранга. В работе Томпсона [916] показано, что конечно порожденную разрешимую линейную группу можно вложить в конечно определенную разрешимую линейную группу. Там же отмечено, что группа, построенная в [181], удовлетворяет условию максимальности для нормальных подгрупп, так что проблема Холла о существовании конечно определенных разрешимых групп без условия максимальности для нормальных подгрупп остается открытой*. В работе [449] построена конечно порожденная разрешимая группа, не удовлетворяющая условию максимальности для нормальных подгрупп, все центральные факторы которой конечно порождены — решение другой проблемы Ф. Холла. Остаются открытыми вопросы:

6. Любую ли конечно порожденную нильпотентную-над-абелевой группу можно вложить в конечно определенную нильпотентную-над-абелевой группу?

7. Любую ли конечно определенную в A^n группу можно вложить в конечно определенную разрешимую группу?

Холл (1954 г.) доказал вложимость произвольной счетной абелевой группы в 2-порожденную 3-разрешимую группу. Б. Нейман и X. Нейман (1959 г.), используя конструкцию сплетения, установили, что счетная d-разрешимая группа вложима в 2-порожденную $(d+2)$-разрешимую группу. Подобные теоремы вложения полезны при решении различных вопросов теории групп. В. А. Романьков [193, 194] получил утверждения того же типа: 1) конечно порожденная нильпотентная группа вложима в 2-порожденную нильпотентную группу; 2) полициклическая группа вложима в 2-порожденную полициклическую группу. Его методы доказательств отличны от примененных ранее. Они основаны на представлении изучаемых групп матрицами.

Известно, что в классе всех счетных групп не существует универсальной группы, т. е. группы, в которую вложима любая группа данного класса. М. И. Каргаполов [104] доказал аналогичный результат для многообразий N_cA, $c \geqslant 2$, и для счетных упорядочиваемых групп.

Автоморфизмы. С каждой группой G можно связать последовательность групп автоморфизмов $A^1G = \mathrm{Aut}G$, $A^2G = \mathrm{Aut}A^1G$,

---

* Примечание при корректуре. Абельс (препринт) доказал, что таким свойством обладает группа матриц вида $\left(\begin{array}{cc} 1 & * \\ & * \\ & * \\ 0 & 1 \end{array}\right)$ над кольцом $Z(1/p)$.

...$A^{i+1}G = \mathrm{Aut} A^i G$. Если G — группа без центра, то $A^i G$ вкладывается в $A^{i+1}G$. Можно определить естественным образом $A^\alpha G$ для любого порядкового ординала α — получим башню групп автоморфизмов. По теореме Виландта последовательность групп автоморфизмов конечной группы стабилизируется на конечном шаге. В работе [825] эта теорема обобщена на черниковские группы. Халс [609] доказал, что башня групп автоморфизмов полициклической группы стабилизируется на счетном ординале. Он же перенес этот результат на разрешимые A_3-группы по классификации А. И. Мальцева.

Известная гипотеза Баумслага о периодичности, начиная с некоторого шага, последовательности групп автоморфизмов любой конечно порожденной нильпотентной группы, в какой-то мере подтверждается упоминавшимся в § 3 результатом Дайер и Форманека о том, что группа автоморфизмов свободной 2-нильпотентной группы конечного ранга ($\neq 1, 3$) совершенна (для группы ранга 3 совершенна вторая группа последовательности групп автоморфизмов). В связи с этим сформулируем открытый

Вопрос 8. Будет ли совершенной группа автоморфизмов произвольной свободной c-нильпотентной группы достаточно большого ранга (например, ранга большего $c+1$)?

А. В. Горяга [60] показал, что группа автоморфизмов свободной c-нильпотентной группы ранга $n \geqslant 3 \cdot 2^{c-2} + c$, $c \geqslant 2$, c-порождена.

Бахмут и Мочизуки [300] высказали предположение, что для любой конечно порожденной группы автоморфизмов конечно порожденной разрешимой группы справедливо заключение известной теоремы Титса о линейных группах: она либо содержит свободную неабелеву подгруппу, либо почти разрешима. В. А. Романьков [195] установил вложение конечно порожденных групп определенного типа G_α в группы автоморфизмов конечно порожденных разрешимых групп H_α. Среди групп G_α есть сплетения T_β любой конечной группы C_β с бесконечной циклической группой. Если в этом сплетении конечная группа C_β неразрешима, то заключение теоремы Титса для него неверно — контрпример к предположению Бахмута и Мочизуки. Другой такой пример независимо построен в работе Хартли [561]. Из примера В. А. Романькова извлекается большее: во-первых, разрешимую группу H_α можно выбрать без кручения, во-вторых, если конечная группа C_β проста (и неабелева), то сплетение T_β не обладает конечным субнормальным рядом, факторы которого либо абелевы, либо представимы матрицами над нётеровым коммутативным кольцом — ответ на другой вопрос из [300]. Остается открытой проблема: какие счетные группы вложимы в группы автоморфизмов конечно порожденных разрешимых групп? Примеры невложимых групп пока не построены.

Часто возникают вопросы о перенесении известных свойств линейных групп на матричные группы над телом. Так, Бахмут на 2-ой международной конференции по теории групп задавал подобный вопрос относительно теоремы Титса. Б. И. Плоткин (Коур, тетр., 2.64) — относительно совпадения множества энгелевых элементов матричной группы с ее локально нильпотентным радикалом. В связи с этим приведем небольшое замечание, сделанное В. А. Романьковым. Можно так модифицировать известную конструкцию Е. С. Голода (относительно нее см. например, Основы), что в результате получится 2-порожденная энгелева ненильпотентная упорядочиваемая группа G без кручения. Как известно, групповое кольцо упорядочиваемой группы вложимо в тело, поэтому G — матричная группа над телом. Легко видеть, что для нее предположения, высказанные в начале абзаца, несправедливы.

Группы G, H соизмеримы, если в них есть изоморфные подгруппы конечного индекса $G_0 \simeq H_0$. Баумслаг [312] показал, что соизмеримые конечно порожденные нильпотентные группы имеют соизмеримые группы автоморфизмов. Обратное неверно, — см. по этому поводу [160].

В работе [296] Бахмут, Форманек, Мочизуки доказали, что любой тождественный по модулю коммутанта автоморфизм свободной разрешимой группы ранга 2 (или группы типа F/R' при определенных условиях на R) является внутренним. Эта теорема, да еще несколько отрывочных фактов, — вот все, что известно в настоящее время о группах автоморфизмов свободных разрешимых групп.

Хейнекен и Либек [567] установили, что любая конечная группа G представляется в виде $G = \mathrm{Aut}H/\mathrm{Aut}_c H$, где H — 2-нильпотентная группа периода p^2, $\mathrm{Aut}_c H$ — группа автоморфизмов H, тождественных по модулю ее центра. Либек [682] обобщил эту теорему, доказав, что группу H с тем же условием можно выбрать в классе 2-нильпотентных групп без кручения.

Известная теорема Гашюца о существовании внешнего автоморфизма у конечной нециклической p-группы обобщена А. Е. Залесским [83] на нильпотентные p-группы. См. также [908]. В то же время для произвольных нильпотентных групп без кручения теорема неверна [84].

Нильпотентные группы, в которых автоморфизмы (эндоморфизмы) любой подгруппы продолжаются на всю группу, исследованы А. В. Киркинским [109].

Структурные теоремы. В теории конечных групп известен результат Гашюца: дополняемость силовских подгрупп абелевой нормальной подгруппы A группы G в силовских подгруппах группы G влечет дополняемость A в G. Обобщение этого результата на бесконечный случай приведено в работе Д. И. Зайцева [80]. Вопросы о дополняемости подгрупп рассматривал Ньювел (см. библиографию). В частности, в работе

[766] им доказано, что если $A \trianglelefteq G$, A — абелева, G/A — нильпотентна и A удовлетворяет условию минимальности, то A обладает в G нильпотентным дополнением N, имеющим конечный индекс в своем нормализаторе. Для любого другого такого дополнения M существует конечная нормальная в G подгруппа B из A такая, что BN, BM сопряжены.*

В ряде работ [205, 662, 664, 665, 673] рассматриваются подгруппы и ряды Фраттини. Н. А. Ерзакова и В. А. Чуркин [74] построили 2-порожденную 4-разрешимую группу без кручения, подгруппа Фраттини которой ненильпотентна. Пример периодической разрешимой группы с таким условием принадлежит Холлу.

Н. Ф. Сесекин [204] доказал, что в группе $G=AB$, где сомножители абелевы и хотя бы один из них конечно порожден, найдется нетривиальная нормальная подгруппа N, содержащаяся в A или B. Недавно Д. И. Зайцев получил аналогичное утверждение для локально циклических подгрупп A, B без кручения. См. также [275, 276, 648]. Перестановочные подгруппы изучает Леннокс [669, 674].

Другие вопросы. Робинсон [831] доказал, что конечно порожденная группа, обладающая возрастающим нормальным рядом с абелевыми или конечными факторами либо сама нильпотентна, либо обладает ненильпотентным конечным гомоморфным образом.

Леннокс [663] установил, что в классе конечно порожденных групп, обладающих возрастающими нормальными рядами, все факторы которых почти абелевы, если все 2-порожденные подгруппы группы G полицикличны (почти нильпотентны, сверхразрешимы, нильпотентны-над-конечной, нильпотентны, конечны), то такова и сама группа G. В частном случае этот результат содержится в [907]. Для свойства метабелевости аналогичное утверждение неверно [516]. Об энгелевых группах см. [564, 627, 762, 913].

Б. В. Яковлев [263, 264] рассматривает решеточные изоморфизмы разрешимых групп, доказывая, что свойство разрешимости сохраняется при решеточном изоморфизме, однако разрешимая группа без кручения, вообще говоря, не определяется решеткой своих подгрупп.

Пусть группа G имеет множество порождающих элементов $X=\{1, x_1^{\pm 1}, \ldots, x_n^{\pm 1}\}$. Тогда можно определить функцию роста $\gamma_X(m)=|X^m|$. В 1968 г. Милнор поставил проблему: верно ли, что каждая конечно порожденная группа имеет либо степенной, либо показательный рост? Известно, что почти нильпотентная группа имеет степенной рост, в то время как все остальные почти разрешимые группы — показательный. См. по этому поводу работы [308, 807, 846].

* Примечание при корректуре. См. также работу Д. И. Зайцева «Алгебра и логика», 1977, 16, № 3, 303—312

§ 5. ПЕРИОДИЧЕСКИЕ ГРУППЫ

Бернсайдовы группы. В 1968 г. П. С. Новиков и С. И. Адян доказали существование бесконечной группы с двумя порождающими элементами и тождественным соотношением $x^n=1$ при любых нечетных показателях $n \geqslant 4381$, решив тем самым известную проблему Бернсайда.

Обозначим через $B_m(n)$ свободную группу ранга m в бернсайдовом многообразии периода n. В монографии С. И. Адяна [6] приводится упрощенное доказательство бесконечности группы $B_m(n)$, $m \geqslant 2$, которое позволило снизить первоначальную границу нечетного периода n до $n \geqslant 665$. Там же получен ряд более тонких свойств групп $B_m(n)$ при тех же ограничениях: 1) централизатор любого неединичного элемента цикличен, — решение проблемы М. И. Каргаполова о существовании бесконечной группы, все абелевы подгруппы которой конечны; 2) группа $B_3(n)$ вложима в группу $B_2(n)$; 3) при составных n группа $B_m(n)$ не удовлетворяет условиям максимальности и минимальности для нормальных подгрупп; 4) группа $B_m(n)$ имеет показательный рост (определение см. в § 4). В работе [245] В. Л. Ширванян обобщил утверждение 2), установив вложение $B_\infty(n) \to B_2(n)$.

Метод, развитый при решении проблемы Бернсайда, позволил ответить на ряд других вопросов в теории групп, в том числе и вопросов о непериодических группах. Так, в [4] построен пример конечно порожденной группы без кручения, в которой любые две циклические подгруппы пересекаются нетривиальным образом (некоммутативный аналог аддитивной группы рациональных чисел). Эта группа является центральным расширением бесконечной циклической группы с помощью группы $B_m(n)$. Независимая система соотношений для $B_m(n)$ указана В. Л. Ширваняном [246]. Еще одно приложение метода — в работе С. И. Адяна [7], в которой введено понятие n-периодического произведения групп при $n \geqslant 665$. В классе групп без инволюций это произведение оказывается ассоциативной точной операцией, обладающей свойством наследственности по подгруппам. Тем самым получен частичный положительный ответ на вопрос о существовании таких операций, отличных от прямого и свобдоного произведений.

В 1973 году Бриттон [379] также опубликовал доказательство теоремы о бесконечности группы $B_m(n)$, $m \geqslant 2$, при достаточно больших нечетных n. Однако в его доказательстве обнаружены пробелы, — см. [6, стр. 6].

Для периода 2^k, $k \geqslant 3$, проблема Бернсайда остается открытой. В связи с этим интересен следующий вопрос В. П. Шункова (Коур. тетр., 4.74):

9. Существует ли бесконечная простая 2-группа?

Новые примеры бесконечных периодических конечно порожденных групп построил С. В. Алешин [9].

Энгелевы группы. Группа G называется m-энгелевой, если на ней выполнено тождество $[x, \underbrace{y, y, \ldots, y}_{m}]=1$. Легко видеть, что 2-энгелевы группы 3-нильпотентны. Хейнекен (1961 г.) доказал, что 3-энгелевы группы локально нильпотентны. В общем случае представляется весьма трудным ответить на

Вопрос 10. Будет ли произвольная m-энгелева группа локально нильпотентной?

Хейнекен также доказал, что 3-энгелева группа без элементов порядков 2 и 5 нильпотентна. Ограничение на порядки существенно, как как существует ненильпотентная 3-энгелева группа периода 4 (см., например, Основы, стр. 167). С другой стороны, Гупта доказал, что любая 3-энгелева 2-группа разрешима [521].

Сильный результат получен Ю. П. Размысловым [177]: свободная в многообразии Кострикина $(p-2)$-энгелева группа $K(p, p-2)$ периода $p \geqslant 5$ и бесконечного ранга не является нильпотентной. Известно, что свойства разрешимости и нильпотентности для групп простого периода эквивалентны, поэтому группа $K(p, p-2)$, $p \geqslant 5$, неразрешима. Приведенный результат для случая $p=5$ независимо получен также Бахмутом и Мочизуки [301].

В начале 50-х годов Хигман и Холл высказали предположение о разрешимости группы Бернсайда $B_\infty(4)$. Райт (1961 г.) доказал, что ступень нильпотентности группы $B_n(4)$ не превышает $3n-1$. В действительности, как показали Гупта и Ньюмен [529], ступень нильпотентности группы $B_n(4)$ для любого $n \geqslant 2$ не превышает $3n-2$. Из результатов серии работ [528, 533, 529] Гупты и других следует, что неразрешимость группы $B_\infty(4)$ эквивалентна тому, что ступень нильпотентности любой группы $B_n(4)$, $n \geqslant 2$, в точности равна $3n-2$. По проблеме Холла — Хигмана было опубликовано много работ разных авторов (см. библиографию), однако существенных продвижений в ее решении они не содержали.

Окончательный ответ дал Ю. П. Размыслов [178]: группа $B_\infty(4)$ неразрешима. Как уже отмечалось, отсюда следует, что ступень нильпотентности группы $B_n(4)$, $n \geqslant 2$, равна $3n-2$. В работе [178] содержится также короткое доказательство неразрешимости групп $B_\infty(p^k)$ для $k=2$, если $p>2$ и $k=3$, если $p=2$.

Локально конечные группы. Самым ярким достижением в этой области является положительное решение проблемы минимальности для локально конечных групп: всякая локально конечная группа с условием минимальности для абелевых подгрупп является черниковской группой. Этот результат [250] завершает большой цикл работ В. П. Шункова. Модифицированное изложение имеется в книге Кегеля и Верфрица [641].

Существенную роль в доказательстве играет принадлежащая В. П. Шункову характеризация группы $PSL_2(k)$ над бесконечным локально конечным полем k нечетной характеристики. Если k квадратично замкнуто, то $PSL_2(k)$ содержит бесконечные 2-подгруппы и характеризуется свойством вложения одной единственной подгруппы. Бесконечная собственная подгруппа H группы G называется 2-бесконечно изолированной в G, если она содержит, по крайней мере, одну инволюцию и для всякой инволюции $i \in H$ с бесконечным централизатором имеем $C_H(i) = C_G(i)$. Пусть G — простая локально конечная группа, содержащая 2-бесконечно изолированную подгруппу H с бесконечной 2-подгруппой, причем в H имеется инволюция с конечным централизатором. Тогда существует такое локально конечное квадратично замкнутое поле k, что $G \simeq PSL_2(k)$ и H является централизатором инволюции в G. Если же поле k не является квадратично замкнутым, то группа $PSL_2(k)$ не содержит бесконечных 2-подгрупп и характеризуется свойством вложения целого семейства подгрупп. А именно, пусть G — простая локально конечная группа с конечной силовской 2-подгруппой, причем для любой инволюции: индекс максимальной нормальной $2'$-подгруппы $OC_G(i)$ в $C_G(i)$ конечен. Пусть далее имеется непустое множество Ξ бесконечных абелевых подгрупп группы G, такое, что:

(а) $X^g \in \Xi$ при всех $X \in \Xi$, $g \in G$,

(б) если i — инволюция из $N_G(X)$, $X \in \Xi$ и $C_G(i) \not\subseteq N_G(X)$, то централизатор $C_x(i)$ конечен,

(в) для всякой инволюции i из G существует такая группа $X \in \Xi$, что $C_G(i) \subseteq N_G(X)$.

Тогда $G \simeq PSL_2(k)$ для некоторого локального конечного поля k нечетной характеристики, не являющегося квадратично замкнутым.

С использованием этой характеризации доказывается следующая теорема. Пусть G — локально конечная группа, удовлетворяющая условию минимальности для p-подгрупп, при всех простых p. Если централизатор любой инволюции из G является черниковской группой, то G почти локально разрешима. Изложим схему доказательства. По теореме Черникова любая силовская p-подгруппа P группы G является черниковской группой. Если A — минимальная подгруппа конечного индекса в P, то пара $(\operatorname{rank} A, |P:A|)$ называется p-размером группы G. p-размеры различных групп лексикографически упорядочены. Рассмотрим все примеры G, противоречащие теореме и имеющие минимальный 2-размер. Оказывается, среди них обязательно существует простая группа G. Обозначим через Ξ множество всех максимальных делимых абелевых подгрупп группы G. Множество Ξ удовлетворяет всем условиям сформулированной выше характеризационной теоремы, так что если силовские 2-подгруппы группы G конечны, то $G \simeq \mathrm{PSL}_2$ для некоторого локально конечного поля нечетной характеристики p. Но тогда G, очевидно, не удовлетворяет условию минимальности для абелевых p-подгрупп. Поэтому G должна содержать бесконечные 2-подгруппы. Если S — силовская 2-подгруппа группы G, то центр группы S нетривиален. Если z — центральная инволюция из S, то существует $X \in \Xi$ такая, что $S \leqslant C_G(z) \leqslant N_G(X) = H$. Подгруппа H оказывается 2-бесконечно изолированной. Кроме того, в H существует инволюция i с конечным централизатором $C_H(i)$. Таким образом, применима характеризационная теорема и, значит, $G \simeq \mathrm{PCL}_2$ для некоторого локально конечного поля нечетной характеристики, что снова противоречит условию минимальности.

Вернемся к теореме В. П. Шункова. Среди локально конечных групп минимального 2-размера, с условием минимальности для абелевых групп, но не черниковских, существуют простые группы. Обозначим множество таких групп через $\mathfrak{M}$. Допустим, что $\mathfrak{M}$ непусто. Противоречие получается, если доказать, что существует группа $G \in \mathfrak{M}$, все централизаторы инволюций которой — черниковские. В каждой группе $G \in \mathfrak{M}$ строится бесконечная, строго возрастающая последовательность $\{M_n\}_{n \in N}$ совершенных подгрупп таких, что (а) $M_n/Z(M_n) \simeq C_n \in \mathfrak{M}$, (б) 2-компоненты T_n центра $Z(M_n)$ группы M_n конечны и строго возрастают. Доказывается, что 2-размеры групп M_n и G_n совпадают и значит все равны между собой. Известно, что для любой локально конечной группы H, порядок p-компоненты группы $H' \cap Z(H)$ зависит только от p-размера группы H. В частности порядок 2-компоненты T_n группы $Z(M_n) = (M_n)' \cap Z(M_n)$ ограничен, что противоречит построению.

В ряде работ исследуются свойства периодических групп в зависимости от свойств централизаторов инволюций. Так в [253] доказано, что периодическая группа, обладающая инволюцией с конечным централизатором, локально конечна и почти разрешима. Если в бесконечной группе G элемент простого порядка порождает вместе со своими сопряженными конечную подгруппу, то в G существует элемент конечного порядка с бесконечным централизатором [255]. Пусть H — периодическая почти локально разрешимая группа, содержащая элементарную абелеву подгруппу L порядка 4. Если централизатор в H любой инволюции из L — черниковская группа, то H — также черниковская группа [241].

В. П. Шунков доказал [252], что локально конечная группа, абелевы подгруппы которой имеют конечные ранги, является конечным расширением локально разрешимой группы, в частности, по теореме Стрункова (1964 г.) она имеет конечный ранг. В [254] получено следующее обобщение известной теоремы М. И. Каргаполова — Холла — Кулатилаки: бесконечная сопряженно бипримитивно конечная группа обладает бесконечной абелевой подгруппой.

Результат В. П. Шункова обобщался на более широкие классы групп. Группа G называется (сопряженно) бипримитивно конечной, если для любой ее конечной подгруппы K в фактор-группе $N_G(K)/K$ любые два (сопряженных) элемента одинакового простого порядка порождают конечную подгруппу.

В. П. Шунков [249] поставил вопрос: будет ли локально конечной (сопряженно) бипримитивно конечная группа с условием минимальности для абелевых подгрупп? Утвердительный ответ получен им же [249] для p-групп, в частности, для 2-групп, а А. Н. Остыловским [168] — для групп без инволюций.

А. И. Созутов и В. П. Шунков доказали [207], что бипримитивно конечная группа, все собственные бесконечные подгруппы которой абелевы, локально конечна. М. В. Носков [161] ослабил условие абелевости до условия 2-нильпотентности.

Обширная литература посвящена силовской теории и теории формаций в локально конечных группах (см. библиографию).

Локально нормальным группам, т. е. периодическим группам с конечными классами сопряженных элементов уделяется много внимания в недавно вышедшей монографии Ю. М. Горчакова [53]. Сформулируем некоторые результаты. Ю. М. Горчаков [50] доказал, что финитно аппроксимируемая локально нормальная группа является гомоморфным образом подпрямого произведения конечных групп. Коммутант финитно аппроксимируемой локально нормальной группы — подпрямое произведение конечных групп (Томкинсон, доказательство см. в [53]). Факторгруппа по центру финитно аппроксимируемой локально нормальной группы также подпрямое произведение конечных групп (Ю. М. Горчаков [52], Томкинсон).

§ 6. ФИНИТНО АППРОКСИМИРУЕМЫЕ ГРУППЫ

Систематическое изучение финитно аппроксимируемых групп, сокращенно ФА-групп, началось в конце 50-х годов. Оказалось, что конечно порожденные ФА-группы обладают рядом специфических свойств: хопфовостью, разрешимостью проблемы равенства для конечно определенных групп, группы автоморфизмов таких групп также являются ФА-группами. Кроме того, на любой ФА-группе можно определить проконечную топологию, беря в качестве базиса окрестностей единицы все нормальные подгруппы конечного индекса. При исследовании свойств ФА-группы G часто приходится рассматривать ее пополнение $\hat{G}$ в проконечной топологии: проконечная группа $\hat{G}$ — хороший топологический объект; компактная группа.

Естественные подклассы ФА-групп выделяются следующим образом. Пусть ρ — некоторый предикат, определенный на произвольной группе. Говорят, что группа G финитно аппроксимируется относительно предиката ρ, сокращенно $ФА_\rho$-группа, если для любого набора элементов, не находящихся в отношении ρ, существует гомоморфизм G на конечную группу такой, что образы рассматриваемых элементов так же не находятся в отношении ρ. Это понятие следующим образом связано с алгоритмическими задачами. Для примера рассмотрим предикат сопряженности; ФАС-группы. Пусть G — конечно определенная в многообразии V группа. Пусть V задано конечной системой тождеств и предположим, что G является ФАС-группой. Заметим, что в G в этом случае положительно решается проблема сопряженности. Последнее означает, что множество таких пар слов (a, b), что a сопряжено с b в G, рекурсивно. Очевидно, что это множество рекурсивно перечислимо. Поэтому достаточно понять, что и дополнение к нему рекурсивно перечислимо. Действительно, в силу финитной аппроксимируемости относительно сопряженности, дополнение можно перечислить, перебирая всевозможные гомоморфизмы G на конечные группы.

В настоящее время можно выделить четыре основных направления в теории ФА-групп. 1. Доказательство ф. а. относительно различных предикатов для конкретных групп (классов групп). 2. Аппроксимируемость конкретных групп (классов групп) подклассами конечных групп (нильпотентными, p-группами, простыми). 3. Проблема рода. 4. Теория проконечных групп.

ФА-группы. Холл (1959 г.) доказал конечность всех подпрямо неразложимых конечно порожденных нильпотентных-над-абелевыми групп. Отсюда следует, что все конечно порожденные нильпотентные-над-абелевыми группы являются ФА-группами. Там же Холл высказал гипотезу о том, что его результаты можно перенести и на более широкий класс полициклических-над-абелевыми групп. Он указал и на принципиальную трудность при обобщении результатов — на доказательство гипотезы о конечномерности неприводимых представлений полициклических групп над конечными полями. Эта гипотеза Холла была подтверждена Роузблейдом [840]. Опираясь на теорему Роузблейда, Джатегаонкар [619] доказал, что любая конечно порожденная полициклическая-над-абелевой группа является ФА-группой; отмеченные теоремы — наиболее глубокие результаты в этой области теории групп.

Пример конечно определенной центрально-метабелевой не ФА-группы, построенный Баумслагом [321], ошибочен, так как его группа оказалась полициклической-над-абелевой, а потому и ФА-группой. Интересным дополнением к статьям Холла (1954 г., 1959 г.) является статья Ч. Гупты, Н. Гупты и Ремтуллы [519]. Результаты этой статьи проясняют границу между разрешимыми многообразиями, в которых все конечно порожденные группы являются ФА-группами, и не таковыми.

По теореме Грюнберга (1957 г.) дискретное сплетение $A \operatorname{wr} B$

ФА-групп является ФА-группой тогда и только тогда, когда либо B — конечна, либо A — абелева. А. Н. Мамучишвили [141] обобщил эту теорему на k-ступенно нильпотентные сплетения для конечно порожденной группы A. Формулировка его теоремы отличается от теоремы Грюнберга только последними словами «либо A — k-нильпотентная группа».

Частные результаты об аппроксимируемости свободных произведений с объединенной подгруппой и HNN-расширений получены Баумслагом и Третковым [336], Болером и Эвансом [359], Дайер [459], Эвансом [479, 480], Грегорацом [501], Третковым [921, 922]. Вопросами финитной аппроксимируемости групп с одним соотношением занимались Гильденхайз [493], Прайд [813, 815], Мескин [735]. Баумслаг [313] показал, что конечно порожденная свободная над-циклической группа является ФА-группой. Остается открытой проблема

11. Любая ли группа узла является ФА-группой?

Сведение этой проблемы к группам узлов специального вида в [359].

Перейдем к ФАС-группам. Новое, более совершенное, доказательство теоремы В. Н. Ремесленникова (1969 г.) о том, что любая почти полициклическая группа является ФАС-группой, получено Форманеком [488]. Эта теорема обобщена Грюневальдом и Сегалом [514], которые показали, что если образы подгрупп A и B сопряжены во всех конечных факторгруппах для G, то A и B сопряжены в G. Основным звеном в доказательстве их теоремы является следующий результат. Пусть G — почти разрешимая группа и M—G-модуль, аддитивная группа которого конечно порождена. Пусть $\alpha\colon G\to M$ — деривация. Тогда образ α замкнут в проконечной топологии M. Отсюда легко получается утверждение о замкнутости G-орбит M; результат, играющий определяющую роль, в доказательствах предшествующих авторов. В работе Грюневальда и Сегала обсуждается действие на M и неразрешимых групп. В этом случае G-орбиты не всегда замкнуты; но если G — арифметическая подгруппа $GL(n, \mathbf{Z})$, действующая естественным образом на $\mathbf{Z}^n$, то замыкание любой ее орбиты есть объединение конечного числа орбит. Верно ли это для конечно порожденных групп, замкнутых в проконечной топологии $GL(n, \mathbf{Z})$? — открытый вопрос.

То, что свободные группы являются ФАС-группами, установлено рядом авторов, см. [184, 900, 949]. Сохранение свойства быть ФАС-группой при свободных произведениях независимо доказано В. Н. Ремесленниковым (1969 г.) и Стибом [900]. В. Н. Ремесленников [184] нашел необходимые и достаточные условия, при выполнении которых дискретное сплетение ФАС-групп остается ФАС-группой. Там же показано, что группы $SL(n, \mathbf{Z})$ не являются ФАС-группами; независимое доказательство у Г. В. Матвеева и В. П. Платонова (1970 г.).

В [183] В. Н. Ремесленников и В. Г. Соколов доказали, что свободные разрешимые группы являются ФАС-группами. М. И. Каргаполов, Е. И. Тимошенко [105] и Верфриц [950, 954] построили простые примеры конечно порожденных метабелевых групп, не являющихся ФАС-группами.

То, что фуксовы группы являются ФАС-группами, доказано Стибом [902]. Работы Стиба [903, 904], касающиеся аппроксимационных свойств конечно порожденных нильпотентных групп, интересны методами доказательств. Остается открытой проблема

12. Всегда ли конечное расширение ФАС-группы будет ФАС-группой?

Аппроксимируемость простыми и нильпотентными группами. В небольшом обзоре задач и результатов, связанных с ФА-группами, Магнус (1969 г.) отметил важность исследований по аппроксимируемости свободных групп конечными простыми группами. Аппроксимации свободной группы F_2 ранга 2 некоторыми подклассами групп PSL $(2, q)$ были найдены Пелусо (1966 г.), Поссом [812], Кацом и Магнусом (1969 г.). В последней работе были поставлены вопросы об аппроксимации F_2 классом групп PSL $(2, p^n)$, где p — фиксированное простое число, и классом групп PSL $(3, p)$, где p — пробегает все простые числа. Ю. М. Горчаков и В. М. Левчук [54] доказали аппроксимируемость F_2 любым бесконечным множеством групп PSL $(2, q)$, отсюда вытекает ответ на первый вопрос. Положительный ответ на второй вопрос получен В. М. Левчуком [133]. Результаты работ [54, 132, 133] резюмирует теорема В. М. Левчука: свободная неабелева группа аппроксимируется любым бесконечным множеством полупростых неабелевых факторов групп GL $(3, q)$ и групп Сузуки Sz (q). Тем самым частично решается вопрос Ю. М. Горчакова: аппроксимируется ли группа F_2 любым бесконечным набором конечных простых неабелевых групп?

Из положительного решения этого вопроса вытекало бы положительное решение близкого к нему вопроса (Коур. тетр., 3.10; Х. Нейман, Многообразия групп. М., Мир, 1969, проблема 23):

13. Порождается ли многообразие всех групп любым бесконечным множеством конечных простых групп?

Хейнекен и П. Нейман (1967 г.) показали, что последний вопрос положительно решается в классе групп PSL $(2, q)$ и Sz (q), и, следовательно, в классе всех известных конечных простых групп. Теорема В. М. Левчука перекрывает этот результат и подтверждает предположение, выдвинутое Мескиным: свободная группа аппроксимируется любым классом двупорожденных групп, который порождает многообразие всех групп.

Перейдем к группам, аппроксимируемым нильпотентными группами и конечными p-группами. Наличие таких аппроксимаций для группы позволяет использовать при исследовании ее свойств методы колец Ли и, переходя к пополнениям, методы локальной алгебры.

Несколько работ посвящены ответу на такой вопрос: в каких классах групп из аппроксимируемости группы G конечными p-группами по бесконечному множеству простых p следует аппроксимируемость G нильпотентными группами без кручения. Ю. В. Кузьмин [125] дал утвердительный ответ в случае конечно порожденных метабелевых групп. Хартли [557] обобщил этот результат на конечно порожденные полициклические-над-абелевыми группы; см. также [364].

Г. А. Носков [159] и Сегал [874, 875], опираясь на результаты Холла и Джатегаонкара, показали, что конечно порожденная полициклическая-над-абелевой группа без кручения почти для всех простых p аппроксимируется почти вся конечными p-группами.

Интересную связь между аппроксимируемостью и упорядочиваемостью группы обнаружил Ремтулла [828]. Он показал, что если группа аппроксимируется конечными p-группами для бесконечного множества простых p, то она упорядочиваема. В неопубликованной работе М. И. Каргаполов доказал еще больше, построив для такой группы центральную систему с факторами без кручения; доказательство см. в [143].

Ю. В. Кузьмин [125] нашел необходимые и достаточные условия аппроксимируемости конечно порожденной метабелевой группы нильпотентными, нильпотентными без кручения, конечными p-группами. Одни из этих условий формулируются на языке модуля над групповым кольцом, другие — на языке однозначности решения некоторых уравнений.

Некоторые замечания об аппроксимируемости групп вида $F/[R, R]$, F — свободная группа, $R \lhd F$, нильпотентными группами в [681, 747].

Проблема рода. Для группы G символом $\mathcal{F}(G)$ обозначим множество всех ее конечных факторгрупп. Говорят, что конечно порожденные ФА-группы G, H принадлежат одному роду, если $\mathcal{F}(G) = \mathcal{F}(H)$. Вопрос о мощности $\alpha(G)$ множества классов изоморфизмов в роде и есть проблема рода для G. К понятию рода можно подойти и с несколько иной точки зрения: если конечно порожденные ФА-группы G, H, принадлежат одному роду, то их пополнения в проконечной топологии $\hat{G}$, $\hat{H}$ изоморфны. Для доказательства обозначим через $\mathbf{G} = \{G_V;\ \varphi_\alpha^\beta\}$ и $\mathbf{H} = \{H_V;\ \psi_\gamma^\delta\}$ обратные спектры для G, H, соответственно, где G_V, H_V — факторгруппы G, H по вербальным подгруппам, отвечающим локально конечному многообразию V; φ_α^β, ψ_γ^δ — соответствующие канонические гомоморфизмы. Пусть

$$\mathrm{Isom}(\mathbf{G}, \mathbf{H}) = \{\mathrm{Isom}(G_V, H_V);\ \theta_\alpha^\beta\} —$$

обратный спектр, где $\mathrm{Isom}(G_V, H_V)$ — конечное множество изоморфизмов из G_V в H_V, а θ_α^β — оператор индуцирования. Любая

-ить из предельного множества для $\mathrm{Isom}(G, H)$ определяет изоморфизм между $\hat{G}$ и $\hat{H}$.

Для любой абелевой группы G $\alpha(G)=1$. Для нильпотентных групп это не так. Наиболее простые примеры неизоморфных нильпотентных групп G, H, принадлежащих одному роду, построены Баумслагом [323]; $G=(a, b;\ a^{25}=1,\ b^{-1}ab=a^6)$, $H=(c, d;\ c^{25}=1,\ d^{-1}cd=c^{11})$. Проблема рода для нильпотентных групп была исследована Пиккелем [795—797]. Опираясь на теорему Бореля о конечности числа двойных классов смежности для групп аделей линейной алгебраической группы, определенной над $\mathbf{Q}$, он доказал конечность $\alpha(G)$ для любой конечно порожденной нильпотентной группы G. Отметим алгоритмический аспект этого результата; из него легко выводится разрешимость проблемы изоморфизма фиксированной конечно порожденной нильпотентной группе. Поведение функции $\alpha(G)$ для нильпотентных групп исследовалось Харари и Пиккелем [540], Муслиным [747], Хилтоном и Мислиным [591], Лямуром [660]. Теорема Пиккеля подсказывает

Вопрос 14. Для любой ли почти полициклической группы G число $\alpha(G)$ конечно?*

Некоторый подход к решению этой задачи в [799].

В противоположность нильпотентному случаю существуют конечно определенные метабелевы группы, для которых мощность $\alpha(G)$ бесконечна [798]. Поэтому проблему изоморфизма фиксированной метабелевой группе в общем случае нельзя решить методом аппроксимаций.

В связи с проблемой изоморфизма свободной (свободной разрешимой группе) сформулируем

Вопрос 15. Для любой ли конечно порожденной свободной (свободной разрешимой) группы G $\alpha(G)=1$?

В [800] Пиккель показал, что род любой группы не содержит никакой собственной факторгруппы и что ответ на вопрос положителен для групп свободных в некотором нильпотентном многообразии.

Если мы ограничимся только конечными нильпотентными группами, то по аналогии с понятием рода придем к понятию нильрода. Нильрод нециклической свободной (свободной разрешимой) группы содержит более одной группы; Баумслаг (1967 г., 1969 г.). В связи с этим Баумслагом было введено понятие парасвободной группы; эта группа P, которая аппроксимируется нильпотентными группами, и для которой существует свободная группа F и вложение $\varphi: F\to P$, индуцирующее изоморфизмы $\varphi_i: F/F_i\to P/P_i$ по модулю членов нижнего центрального ряда. Свойства парасвободных групп исследовались Баумслагом и Стамбахом в [333, 334]. При попытке решить проблему

* Примечание при корректуре. Грюневальд, Пиккель и Сегал (препринт) доказали конечность $\alpha(G)$ для любой почти полициклической группы G.

15 полезно сначала выяснить, не будет ли группа, принадлежащая роду свободной (свободной разрешимой) группы, парасвободной группой, что не является очевидным фактом.

Проконечные группы. Обратный предел конечных групп называется проконечной группой. Обратный предел конечных p-групп называется про-p-группой. Топологическая характеристика проконечных групп следующая: топологическая группа тогда и только тогда является проконечной группой, когда она компактна и вполне несвязна. Топологическое пространство проконечной группы гомеоморфно обобщенному канторову дисконтиниуму D^{τ} при подходящем выборе мощности τ. Проконечные группы играют определяющую роль в исследованиях по теории Галуа бесконечномерных алгебраических расширений, в теории компактных аналитических p-групп, в арифметических и геометрических вопросах, связанных с локализациями.

Большинство известных к настоящему времени результатов по проконечным группам касаются про-p-групп:

1. Результаты о когомологической размерности про-p-групп, группы Пуанкаре (см. Ж. П. Серр, Когомологии Галуа, М., «Мир», 1968).

2. Порождающие и соотношения про-p-групп (см. Х. Кох, Теория Галуа p-расширений, М., «Мир», 1973).

3. Теория компактных аналитических p-групп (см. Ж. П. Серр, Алгебры Ли и группы Ли, М., «Мир», 1969; мемуар [385]).

Результаты по проконечным группам трудно обозревать, отрывая их от приложений, и мы отметим только работу И. В. Андоского [10] и ответ на вопрос 3.40 из Коур. тетр., полученный О. В. Мельниковым [145].

§ 7. АЛГОРИТМИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ

Классические алгоритмические проблемы: равенства, сопряженности, вхождения в подгруппу, изоморфизма пришли в теорию групп из топологии. Впервые они были сформулированы Деном в начале века. В середине 50-х годов было показано, что в классе всех групп они имеют отрицательные решения. Поэтому в настоящее время эти проблемы и некоторые другие ставят и решают для конкретных групп (классов групп).

Пристальное внимание уделяется, кроме того, более тонкому анализу характера разрешимости или неразрешимости данной алгоритмической задачи. Современное состояние теории довольно полно отражено в трудах Калифорнийской (1973 г.) и Оксфордской (1976 г.) международных конференций по алгоритмическим вопросам алгебры (в основном теории групп) и в книге [742]; см. также [361].

Разрешимые группы. В классе разрешимых групп возможны два подхода к постановкам задач. Первый состоит в том, что алгоритмические проблемы рассматриваются для конечно определенной группы (множества групп) при условии, что такая группа оказывается разрешимой данной ступени разрешимости, т. е. предполагается, что условие разрешимости вытекает из определяющих соотношений. При втором подходе изучаются группы, конечно определенные в данном многообразии. Подчеркивая огромное значение теоремы Хигмана о вложении рекурсивно определенной группы в конечно определенную при решении многих алгоритмических задач, мы начинаем с вопросов

16. Верна ли теорема Хигмана в многообразии A^n, т. е. любую ли рекурсивно определенную в A^n группу можно вложить в конечно определенную в A^n группу?

17. Любую ли рекурсивно определенную в N_cA группу можно вложить в конечно определенную в N_cA группу?

При $n=2$, $c=1$ эти вопросы решаются положительно, так как Баумслаг [320] и В. Н. Ремесленников [182] установили, что любая конечно порожденная метабелева группа вкладывается в конечно определенную метабелеву группу.

Перейдем к проблеме равенства в A^n. В силу теоремы Холла, конечно порожденная метабелева группа финитно аппроксимируема, поэтому проблема равенства для групп, конечно определенных в многообразии A^2, решается положительно. Прямой алгоритм для проблемы равенства в A^2 указал Е. И. Тимошенко [213]. С другой стороны, теорема В. Н. Ремесленникова [185] утверждает, что при $n \geqslant 5$ существует конечно определенная в многообразии A^n группа, проблема равенства в которой решается отрицательно, точнее показано, каким образом для каждого $n \geqslant 5$ может быть выписано конкретное представление такой группы. Среди нерешенных задач по проблеме равенства в разрешимых многообразиях нами отмечается

18. Проблема равенства в многообразиях N_cA, $c \geqslant 2$.

Результаты, полученные в самое последнее время Г. П. Кукиным по проблеме равенства в разрешимых многообразиях алгебр Ли, позволяют надеяться на построение конечно определенных групп в N_cA, $c \geqslant 2$, с неразрешимой проблемой равенства. Поэтому границу между разрешимостью и неразрешимостью проблемы равенства следует искать где-то около центрально-метабелевых групп.

19. Проблема равенства в многообразии центрально-метабелевых групп.

О проблеме сопряженности в A^n известно еще меньше. Из теоремы В. Н. Ремесленникова следует, что при $n \geqslant 5$ существуют примеры конечно определенных в многообразии A^n групп, для которых она решается отрицательно. С другой стороны, Р. А. Саркисян [200] указал алгоритм решения проблемы сопряженности для свободных полинильпотентных групп, а Болер [357] — для одного конкретного класса метабелевых групп.

По проблеме вхождения имеются два основных результата. С одной стороны, Н. С. Романовский [189] доказал, что она решается положительно для метабелевых групп. С другой стороны, в [185] указан метод построения конечно определенной в многообразии A^n, $n \geqslant 4$, группы и в ней конечно порожденной подгруппы, проблема вхождения в которую решается отрицательно. По-видимому, теорема Романовского справедлива и для конечно порожденных полициклических-над-абелевыми групп. Интересна по постановке задачи и решению ее работа В. М. Копытова [116].

На основе теоремы В. Н. Ремесленникова [185] в [110] для каждого $n \geqslant 7$ построена конечно определенная в A^n группа G такая, что не существует алгоритма, выясняющего для любой конечно определенной в A^n группы, изоморфна она G, или нет. Здесь интересной нерешенной задачей остается

20. Проблема изоморфизма для метабелевых групп.

Напомним, что в классе всех групп отрицательно решается проблема изоморфизма единичной группе. В многообразии A^n аналогичное утверждение неверно, так как там $G \neq 1$ тогда и только тогда, когда $G/G' \neq 1$ и, следовательно, проблема сводится к абелевым группам, где она, как хорошо известно, решается положительно. Можно также доказать индукцией по ступени разрешимости, что в A^n алгоритмически распознаваемы свойства группы быть конечной или нильпотентной. В связи с этим представляет интерес нахождение в A^n границы, разделяющей алгоритмически распознаваемые свойства от нераспознаваемых. Остаются открытыми и ждут своего решения вопросы М. И. Каргаполова:

21. Проблема вхождения для свободной разрешимой группы ступени $n \geqslant 3$.

22. Проблема равенства для групп с одним соотношением в многообразии A^n, $n \geqslant 3$.

Проблема изоморфизма для нильпотентных групп. Основной нерешенной алгоритмической проблемой для нильпотентных групп остается проблема изоморфизма. Отметим, что близкая к ней по постановке проблема эпиморфизма неразрешима в многообразиях N_c, $c \geqslant 2$ (В. Н. Ремесленников [187]).

Из ряда серьезных результатов алгоритмического характера для линейных алгебраических групп, полученных в последнее время Р. А. Саркисяном, следует положительное решение проблемы изоморфизма для конечно порожденных нильпотентных групп по модулю выполнимости «принципа Хассе» для односвязных полупростых алгебраических групп, определенных над полем рациональных чисел. Автор любезно предоставил нам рукопись своей статьи, и потому в виду важности результата приведем краткую схему доказательства его теоремы.

Пусть G и H — изоморфные конечно порожденные нильпотентные группы. Тогда изоморфны и их мальцевские пополнения $G_{\mathbf{Q}}$, $H_{\mathbf{Q}}$, что, в силу известной теоремы Мальцева, равносильно изоморфизму соответствующих $\mathbf{Q}$-алгебр Ли L, M. Решая вопрос об изоморфизме L и M, мы можем считать, что эти алгебры изоморфны над полем комплексных чисел, так как элементарная теория этого поля разрешима. В этом случае можно применить теорию неабелевых когомологий (см. Ж. П. Серр, Когомологии Галуа, М., «Мир», 1968) и алгебра M изоморфна алгебре L тогда и только тогда, когда построенный по M коцикл из множества $H^1(\mathrm{Gal}(\overline{\mathbf{Q}}/\mathbf{Q}), \mathrm{Aut}\, L)$ тривиален. В одной из своих статей Р. А. Саркисян доказал, что тривиальность коцикла можно алгоритмически распознать при условии выполнимости «принципа Хассе» для односвязных полупростых алгебраических групп, определенных над $\mathbf{Q}$. Поэтому можно, считать, что $L=M$ и что G, H — соизмеримые подгруппы в присоединенной группе алгебры Ли L.

Так как теория поля p-адических чисел $\mathbf{Q}_p$ с предикатом нормирования разрешима, то довольно просто алгоритмически проверяется, изоморфны $\mathbf{Z}_p$-пополнения групп G и H, или нет, для всех простых чисел p. Из соизмеримости G и H следует, что фактическая проверка нужна только для конечного числа простых p. Если для некоторого p $G_{\mathbf{Z}_p} \not\cong H_{\mathbf{Z}_p}$, то $G \not\cong H$, и алгоритм заканчивает работу. Если же для всех p $G_{\mathbf{Z}_p} \simeq H_{\mathbf{Z}_p}$, то в этом случае эффективным способом строится по H двойной смежный класс в группе аделей группы $\mathrm{Aut}\, L$, и вопрос об изоморфизме между G и H сводится к вопросу о тривиальности этого класса. Последнее, как показал Р. А. Саркисян (снова по модулю выполнимости «принципа Хассе»), проверяется алгоритмически. В заключение заметим, что выполнимость «принципа Хассе» доказана для всех односвязных полупростых алгебраических групп, кроме группы E_8.

При любом решении вопроса о тайне группы E_8, остается нерешенной

23. Проблема изоморфизма для полициклических групп.

Неразрешимые группы. Новое доказательство теоремы Новикова — Буна о неразрешимости проблемы равенства слов в [730]. Коллинз [433] строит конечно определенную группу, проблема равенства для которой имеет произвольно заданную рекурсивно перечислимую табличную степень неразрешимости; о степенях неразрешимости проблемы равенства в других иерархиях см. [360, 982]. В [434] показана несводимость друг к другу алгоритмических проблем равенства, степени и порядка. М. К. Валиев [928] уточняет теорему Хигмана о вложении, доказывая, что по рекурсивно определенной группе G можно так выбрать ее объемлющую конечно определенную группу G^*, что проблема равенства в G^* решается с помощью некоторой машины Тьюринга с оракулом, причем машина над словом длины k работает не более $k^7 \log k$ тактов и запрашивает оракул о словах G, длина которых не превосходит k.

Связи между проблемой равенства слов в полугруппе П и группе Г с теми же соотношениями исследованы О. А. Саркисян [199]. Оказалось, что из разрешимости проблемы равенства в П не следует разрешимость проблемы равенства в Г даже при условии, что П вложима в Г. Однако если система определяющих соотношений П не содержит циклов, то разрешимости проблемы делимости в П достаточно для разрешимости проблемы равенства в Г. Мескин [736] строит пример рекурсивно определенной финитно аппроксимируемой группы с неразрешимой проблемой равенства слов. Основным нерешенным вопросом по проблеме равенства остается

24. Проблема равенства для групп с двумя соотношениями. По проблеме сопряженности неожиданный результат получили А. В. Горяга, А. С. Киркинский [14] и независимо Коллинз и Миллер [436]. Они построили конечно определенную группу с неразрешимой проблемой сопряженности и указали в ней подгруппу индекса 2 с разрешимой проблемой сопряженности. Тем самым доказано, что в отличие от проблемы равенства, свойство группы иметь разрешимую проблему сопряженности не переносится на конечные расширения.

Проблемой сопряженности для свободных произведений с объединением занимались В. Н. Безверхний [24, 29, 30], Ларсен [653], Гурвиц [617], Клэрхем [425], Липшуц [690], а для HNN-расширений — Аншель [283], Аншель и Стиб [285]. Д. И. Молдаванский [150] указал алгоритм для распознавания сопряженности подгрупп в свободном произведении $A*B$ при условии, что таковые есть в A и B, и что в A и B разрешима проблема вхождения. Проблема сопряженности для некоторых классов групп с одним соотношением решена в [67, 68, 222]. Однако все еще открыта

25. Проблема сопряженности в группах с одним соотношением. Также до сих пор не решена

26. Проблема изоморфизма для групп с одним соотношением.

Попытки ее решения в [738, 801, 820, 843, 844] привели лишь к частичным успехам.

Проблема вхождения рассматривалась в основном для свободных произведений с объединенной подгруппой (см. библиографию). О решении алгоритмических проблем в группах с малым сокращением см. § 2.

Уравнения в группах. Общий вопрос Тарского о существовании алгоритма, определяющего разрешимость произвольного уравнения в свободной группе, остается открытым. Приведем известные факты:

Линдон (1960 г.) рассмотрел уравнения с одной неизвестной и доказал, что все решения таких уравнений можно представить с помощью, так называемых, параметрических слов. А. А. Лоренц (1968 г.) получил окончательный результат. Множество решений произвольной системы уравнений от одной неизвестной задается значениями конечного набора слов вида ab^mc, где a, b, c — константы, m — параметр, принимающий натуральные значения. Из доказательства приведенного результата вытекает алгоритм, определяющий разрешимость таких систем уравнений. Независимое доказательство, содержащее пробел, предложено в работе [287].

Из классических результатов Нильсена и Уайтхеда вытекает алгоритм, распознающий разрешимость бескоэффициентных уравнений, т. е. уравнений вида $w(x, y)=a$, где левая часть не содержит констант, a — элемент группы. Уикс [960, 961] дал новое доказательство указанной алгоритмической разрешимости. Он привел общее решение такого уравнения, параметризованное элементами некоторой группы автоморфизмов свободной группы, и исследовал эту группу автоморфизмов. Более сильное утверждение получено Ю. И. Хмелевским [224, 225], построившим алгоритм разрешимости в свободной группе систем бескоэффициентных уравнений и уравнений с разделенными переменными вида $u(x)=v(y)$, где слова u, v могут содержать константы.

Заметим, что решения уравнений от двух и более переменных, вообще говоря, нельзя представить значениями конечного числа параметрических слов. Явный пример такого уравнения указан Аппелем (1969 г.).

О разрешимости произвольных уравнений в свободной группе см. также [71, 139].

Отметим наиболее интересные свойства решений в свободной группе уравнений определенного вида. Линдон [694] доказал, что ранг подгруппы, порожденной решениями уравнения вида $y_1^n \ldots y_m^n$, $n>1$, не превышает $m/2$. Известный ранее результат Баумслага и Стейнберга гласит, что если в уравнении $w(x_1, \ldots, x_n)=a^m$, $m>1$, слово w не является ни нетривиальной степенью, ни примитивным элементом в свободной группе с базой $x_1, \ldots, x_n$, то решение уравнения $g_1, \ldots, g_n$ вместе с элементом a, порождают подгруппу, ранг которой не превышает $n-1$. В [698] показано, что решение уравнения вида $x_1^n \ldots x_k^n=a_1^n \ldots$ $\ldots a_m^n$, $n>1$, существует тогда и только тогда, когда $m \geqslant k$. Аналогичное утверждение получено для уравнений вида $[x_1, x_2] \ldots [x_{2n-1}, x_{2n}]=a_1^2 \ldots a_m^2$ [473]: решение существует тогда и только тогда, когда $m \geqslant 2n+1$. Как следствия приведенных результатов получаются основные утверждения работ [472, 696].

Квадратичные уравнения, т. е. уравнения, содержащие каждую неизвестную ровно два раза, изучались в [474, 802, 803]. Ранги подгрупп, порожденных решениями, рассматривались в [69, 906].

Рассмотрим свободное произведение $T=G*(x)$, и пусть $r(x)=a_0x^{i_1}a_1x^{i_2}\ldots x^{i_n}a_n$ — произвольный его элемент. Важнейшей задачей в теории уравнений над произвольной группой является определение того, когда уравнение $r(x)=1$ имеет решение в некоторой надгруппе $H\geqslant G$. Герстенхабер и Ротхауз (1963 г.) показали, что решение всегда существует, если G — конечная группа и $l(r)=\sum_{t=1}^{n} i_t\neq 0$. Левин (1962 г.) доказал существование решения для случая, когда $i_t>0$, $t=1, 2, \ldots, n$. О. П. Чопенко [239] доказала, что при $l(r)\neq 0$ существует такое $m\geqslant 1$ (не зависящее от G), что уравнение $r(x)^m=1$ имеет решение. Решение уравнений определенного вида с $l(r)=0$ дал Шик [864].

Проблему разрешимости бескоэффициентного уравнения с n неизвестными в свободной группе некоторого многообразия ранга не меньше, чем n, можно еще трактовать как проблему эндоморфной сводимости в этой группе. Неожиданным оказался результат В. А. Романькова [196]: проблема эндоморфной сводимости в свободной нильпотентной группе счетного ранга ступени нильпотентности не меньше, чем 9, алгоритмически неразрешима. Аналогичное утверждение справедливо и для свободных разрешимых групп счетного ранга [197].

Уравнения в группах рассматривались также в [16, 238, 408, 685, 962].

§ 8. ТЕОРЕТИКО-МОДЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ

Алгебраически замкнутые группы. В начале пятидесятых годов Скотт ввел понятие алгебраически замкнутой группы. Группа G называется алгебраически замкнутой, сокращенно а. з. (экзистенциально замкнутой, сокращенно э.з.), если любая конечная система уравнений (уравнений и неравенств) с параметрами из G, имеющая решение в некотором расширении G, имеет решение уже в самой G. Скотт показал, что любая группа вложима в а.з. группу той же мощности. Нейман (1952 г.) доказал, что, во-первых, любая э.з. группа проста, и, во-вторых, для неединичных групп понятия а.з. и э.з. группы совпадают.

Сложность структуры а.з. группы была подчеркнута следующей теоремой Неймана [753]: любая конечно порожденная группа, имеющая разрешимую проблему равенства, вложима в любую а.з. группу. Макинтайр [703] доказал обращение теоремы Неймана: если конечно порожденная группа имеет неразрешимую проблему равенства, то существует а.з. группа, в которую она не вложима.

Таким образом, впервые был получен теоретико-групповой критерий разрешимости проблемы равенства. Позже Бун и

Хигман [363] получили другой критерий: конечно порожденная группа имеет разрешимую проблему равенства тогда и только тогда, когда она вкладывается в простую группу, а та в свою очередь в конечно определенную группу. В связи с этим отметим нерешенный

Вопрос 27. Любая ли конечно порожденная группа с разрешимой проблемой равенства вкладывается в конечно определенную простую группу?

О. В. Белеградек [340, 341] получил алгебраические характеризации рекурсивных отношений на конечно порожденных группах; некоторые из них формулируются в терминах а. з. групп.

Общие соображения показывают, что любые две а.з. группы удовлетворяют одним и тем же $\forall\exists$-предложениям. Берс поставил вопрос: являются ли любые две а.з. группы элементарно эквивалентными? Макинтайр [704] дал отрицательный ответ на этот вопрос; более того, в работах [35, 597, 981] показано, что число элементарных типов а.з. групп равно $2^{\aleph_0}$.

Во всех работах по проблеме Берса существенную роль играло следующее обстоятельство, замеченное Макинтайром [704]: некоторые предикаты, не формульные в классе всех групп, являются формульными в классе а.з. групп. Например, n-местный предикат «подгруппа, порожденная элементами $x_1, \ldots, x_n$ в G проста» определим в классе а.з. групп. Вопрос о том, какие предикаты формульны в классе а.з. групп, изучался О. В. Белеградеком [34, 35] и М. Ю. Трофимовым [213]. Окончательное решение вопроса в [38].

Миллер (см. [704]) показал, что любая а.з. группа имеет конечно порожденную подгруппу с неразрешимой проблемой равенства. Так как любая рекурсивно определенная простая группа имеет разрешимую проблему равенства, то отсюда следует, что никакая а.з. группа не может быть задана рекурсивным множеством определяющих соотношений. В [704] показано, что любая счетная а.з. группа содержит собственную изоморфную копию, и, таким образом, не существует минимальных а.з. групп. Тем не менее никакая а.з. группа не может быть вложена в свою конечно порожденную подгруппу.

Холл (1959 г.) ввел следующее понятие: локально конечная группа называется универсальной локально конечной (у.л.к.), если любая конечная группа вложима в нее и любой изоморфизм ее конечных подгрупп индуцирован сопряжением. Оказалось, что у.л.к. группы — это в точности группы, а.з. в классе локально конечных групп. Холл доказал, что любая бесконечная локально конечная группа вложима в у.л.к. группу той же мощности и что любые две счетные у.л.к. группы изоморфны. В связи с этим Кегель и Верфриц [641] поставили следующий вопрос: изоморфны ли любые две у.л.к. группы одной и той же несчетной мощности? Макинтайр и Шелах [707] ответили на этот вопрос отрицательно. Используя теоретико-модельные методы, они показали, что существует 2^{λ} типов изоморфизма у.л.к. групп любой несчетной мощности λ.

Связь между теорией полей и теорией алгебраически замкнутых полей привела к понятию модельного компаньона. Пусть T, T' — теории одного и того же языка первой ступени. Говорят, что T' — модельный компаньон T, если T' модельно полна, любая модель T' вложима в модель T, любая модель T вложима в модель T'. Теория T имеет модельный компаньон тогда и только тогда, когда класс ее э.з. систем аксиоматизируем (в этом случае теория э.з. систем и является модельным компаньоном). Например, а.з. поля — модельный компаньон полей; вещественно замкнутые поля — модельный компаньон формально вещественных полей; делимые абелевы группы без кручения — модельный компаньон абелевых групп без кручения.

Эклоф и Шаббах [478] заметили, что класс а.з. групп не аксиоматизируем и, следовательно, теория групп не имеет модельного компаньона. При изучении э.з. систем теорий работа строится по такому плану. Сначала изучается вопрос о наличии модельного компаньона. В случае отрицательного ответа изучается вопрос о различии э.з. систем, полученных с помощью различных форсинг-конструкций, так называемых конечно генерических и бесконечно генерических систем, введенных Робинсоном.

Сарацино предпринял изучение по этой схеме разрешимых и нильпотентных групп. В [858, 859] доказано, что для любого $n \geqslant 2$ теории n-ступенно разрешимых, нильпотентных и нильпотентных групп без кручения не имеют модельных компаньонов. В [858] показано, что конечно генерические метабелевы группы различаются с бесконечно генерическими с помощью $\forall\exists\forall$-предложения. В [859] аналогичный результат получен для n-нильпотентных групп, $n \geqslant 2$, а в [860] — для 2-нильпотентных групп без кручения.

Баумслаг и Левин [331] изучали а.з. группы в классе 2-нильпотентных групп без кручения. Оказалось, что для любого положительного $m \leqslant \omega$ существует единственная счетная группа, центр которой — произведение m копий $\mathbf{Q}$.

Сарацино и Вуд [861, 862] изучают периодические э.з. 2-нильпотентные группы. Они доказывают, что это в точности конечно генерические 2-нильпотентные группы. При этом счетная периодическая э.з. 2-нильпотентная группа существует только одна. Любая периодическая 2-нильпотентная группа вложима в периодическую э.з. 2-нильпотентную группу. В любом бернсайдовом многообразии 2-нильпотентных групп существует одна счетная э.з. группа, а теория этого класса имеет счетно категоричный модельный компаньон. В этих многообразиях понятие а.з. группы шире понятия э.з. группы.

Насыщенные абелевы группы. В последние годы активно изучались полные теории групп. Полные теории абелевых групп были описаны с помощью некоторой системы инвариантов В. Шмелевой. (1956 г.). Эклоф и Фишер [477] передоказали эти результаты, классифицировав насыщенные абелевы группы. Говорят, что модель A насыщена, если для любого подмножества X из A мощности, меньшей мощности A, модель A реализует произвольный тип $\Gamma(x)$ формул с константами из X, который совместим с теорией обогащенной модели. Напомним, что типом $\Gamma(x)$ называется всякое максимальное непротиворечивое множество формул языка, зависящих от переменной x.

Оказалось, что редуцированная часть насыщенной абелевой группы является пополнением в $\mathbf{Z}$-адической топологии прямой суммы некоторого числа примарных циклических групп и аддитивных групп целых p-адических чисел. Так как $\mathbf{Z}$-адическое пополнение абелевой группы A определяется однозначно (обратный предел групп A/nA, $n \in \mathbf{N}$), то насыщенные абелевы группы классифицируются с точностью до изоморфизма с помощью инвариантов, являющихся кардинальными числами. Отсюда легко получается и классификация абелевых групп по их элементарным свойствам. Так как любая абелева группа элементарно эквивалентна насыщенной группе, то из классификации насыщенных групп получается и классификация всех абелевых групп по элементарным свойствам. Приведем элементарные инварианты из статьи Еклофа и Фишера.

Пусть A — произвольная абелева группа, $A[p]$ — ее нижний p-слой. Так как $\dim\left(\frac{p^kA}{p^{k+1}A}\right)$ — монотонно убывающая функция от k, то можно определить первый элементарный инвариант для A

$$T_f(p, A) = \begin{cases} \text{предельное значение для } \dim\left(\frac{p^kA}{p^{k+1}A}\right), \\ \text{если оно конечно,} \\ \infty \text{ в противном случае.} \end{cases}$$

Аналогично,

$$D(p, A) = \begin{cases} \text{предельное значение для } \dim(p^kA[p]), \\ \text{если оно конечно,} \\ \infty \text{ в противном случае.} \end{cases}$$

Кроме того,

$$U(p, n-1, A) = \begin{cases} \dim\left(\frac{p^{n-1}A[p]}{p^nA[p]}\right), \text{ если она конечна,} \\ \infty \text{ в противном случае.} \end{cases}$$

$$\operatorname{Exp}(A) = \begin{cases} 0, \text{ если } A \text{ — ограниченная группа,} \\ \infty \text{ в противном случае.} \end{cases}$$

Теорема Шмелевой [477] формулируется так: абелева группа A элементарно эквивалентна абелевой группе B тогда и только тогда, когда элементарные инварианты A равны соответствующим инвариантам B.

Было бы интересно изучить нильпотентные насыщенные группы, а через это и вопросы их классификации по элементарным свойствам. Пока в этом направлении известно лишь то, что из элементарной эквивалентности конечно порожденных 2-нильпотентных групп не следует их изоморфизм (Б. И. Зильбер [87]).

Категоричные и стабильные группы. Ряд свойств полных теорий, оказавшихся важными в теории моделей при изучении категоричности, в последние годы активно применялись для классификации полных теорий групп.

Пусть λ — бесконечная мощность. Теория первой ступени называется категоричной в мощности λ (или, короче, λ-категоричной), если все ее модели мощности λ изоморфны. Если A — алгебраическая система, X — подмножество ее основного множества, a_1, a_2 — ее элементы, то говорят, что a_1, a_2 имеют один тип над X, если a_1, a_2 удовлетворяют в A одним и тем же формулам с константами из X. Полная теория называется λ-стабильной, если для любой ее модели A и любого подмножества X мощности $\leqslant\lambda$ в A число типов элементов системы A над X не превосходит λ. Теория называется стабильной, если она, стабильна хотя бы в одной мощности. Морли (1965 г.) доказал, что счетная полная теория, категоричная в некоторой несчетной мощности, категорична во всех несчетных мощностях и $\aleph_0$ — стабильна. Подробное обсуждение приведенных понятий можно найти в [107, 198].

Говорят, что группа λ-категорична, λ-стабильна, если такова ее теория.

Категоричные в несчетных мощностях, а также $\aleph_0$-стабильные абелевы группы описал Макинтайр [702]. $\aleph_0$-категоричные абелевы группы описать легко — это группы ограниченной экспоненты. Многими авторами, независимо, было замечено, что теория любой абелевой группы стабильна, см., например, [88, 342]. Основной нерешенный вопрос по проблеме категоричности следующий.

28. Какова алгебраическая структура $\aleph_0$-категоричных и $\aleph_1$-категоричных групп?

Из общей характеризации $\aleph_0$-категоричных теорий следует, что счетная группа — $\aleph_0$-категорична, если и только если для любого n число классов автоморфно сопряженных n-ок элементов конечно. $\aleph_0$-категоричные группы изучались в работах [483, 810, 811]. Б. И. Зильбер [89, 90] изучал $\aleph_1$-категоричные группы. Им, в частности, доказано, что бесконечная группа с $\aleph_1$-категоричной универсальной теорией абелева и что любая бесконечная группа, категоричная во всех мощностях, почти нильпотентна.

Баур, Черлин и Макинтайр [337] и независимо Фелгнер

[484] доказали, что любая $\aleph_0$-категоричная стабильная группа почти нильпотентна. В [337] доказано, что любая $\aleph_0$-категоричная $\aleph_0$-стабильная группа (в частности, любая группа, категоричная во всех бесконечных мощностях) почти абелева. Все такие группы (и даже все $\aleph_0$-категоричные почти абелевы группы) описаны.

О. В. Белеградек (1972 г.) доказал, что в любом неабелевом многообразии имеется нестабильная группа, и, следовательно, по теореме Шелаха [880], 2^λ групп произвольной несчетной мощности λ (см. также [305, 848, 849]).

При попытках классификации произвольных категоричных теорий в некоторых случаях неожиданно появляются группы [1, 90, 171]. Например, оказалось, что открытый вопрос о существовании конечно аксиоматизируемого $\aleph_1$-категоричного, но не $\aleph_0$-категоричного квазимногообразия равносилен выполнению одного из двух условий: либо существует бесконечное конечно определенное кольцо, являющееся телом, либо существует бесконечная конечно определенная группа, в которой имеется конечное число неединичных классов сопряженности таких, что любая неединичная циклическая группа пересекается с одним из них.

Разрешимость элементарных теорий. Основными результатами по проблеме разрешимости элементарных теорий групп (классов групп) являются неразрешимость элементарной теории всех групп (Тарский), неразрешимость элементарной теории класса всех конечных групп (А. И. Мальцев) и разрешимость элементарной теории класса всех абелевых групп (Шмелева). Основным нерешенным вопросом остается

29. Разрешима ли элементарная теория свободной неабелевой группы?

Теореме Шмелевой о разрешимости элементарной теории класса групп любого абелевого многообразия контрастирует результат А. П. Замятина [86]: всякое неабелево многообразие групп имеет неразрешимую элементарную теорию. Эта теорема служит ответом на известный вопрос Тарского — Ершова. Ранее Ю. Л. Ершов [75] доказал, что если многообразие групп содержит конечную неабелеву группу, то элементарная теория этого многообразия неразрешима.

Элементарные теории конечно порожденных нильпотентных групп изучались Ю. Л. Ершовым [75]. Оказалось, что теория такой группы разрешима тогда и только тогда, когда группа почти абелева. Используя теорему Робинсона о наследственной неразрешимости теории кольца целых алгебраических чисел и метод относительной элементарной определимости, предложенный Ершовым (1965 г.), Н. С. Романовский распространил последний результат на почти полициклические группы (доклад на 14 Всесоюзной алгебраической конференции, Новосибирск, 1977). Остается открытой

Проблема 30. Будет ли конечно порожденная разрешимая группа с разрешимой элементарной теорией почти абелевой?

В [197] В. А. Романьков построил пример конечно порожденной метабелевой 4-нильпотентной группы, универсальная теория которой неразрешима. В [853] получены некоторые обобщения теоремы Ю. И. Мерзлякова (1966 г.) о совпадении позитивных теорий свободных некоммутативных групп. Однако, все еще не решен

Вопрос 31. Будут ли элементарно эквивалентны свободные неабелевы группы разных рангов?

Мы не обозреваем и не включаем в библиографию многочисленные работы по элементарным теориям абелевых групп с дополнительными предикатами, отсылая читателя к обзору А. И. Кокорина и А. Г. Пинуса [115].

Разное. Есть группа результатов по бесконечным абелевым группам, доказываемых при различных теоретико-множественных предположениях (например, теорема Шелаха о независимости гипотезы Уайтхеда в ZFC). Е. А. Палютин [172] изучает явление категоричности теории в более богатом языке $L_{\infty,\omega}$, чем язык первой ступени.

Основное неформальное следствие его результатов, применительно к абелевым группам, таково: нельзя классифицировать несчетные p-группы с точностью до изоморфизма при помощи разумно определяемых инвариантов.

§ 9. ГОМОЛОГИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

При исследовании групп методами гомологической алгебры естественно возникают классы групп, выделяемые теми или иными ограничениями конечности на резольвенты: группы типа $(\mathrm{FP})_n$, группы конечной (ко)гомологической размерности, группы малых размерностей и т. д. Основная проблема, сопутствующая выделению новых классов, состоит в нахождении их алгебраической (не гомологической) характеризации. К настоящему времени удовлетворительное решение этой проблемы получено только при очень жестких ограничениях на резольвенты. Трудность перевода с гомологического языка на обычный язык теории групп, без сомнения, существенно ограничивает возможности гомологических методов.

Конечно порожденные резольвенты. Пусть G — группа, R — коммутативное кольцо, A—RG-модуль. Говорят, что A имеет тип $(\mathrm{FP})_n$ над R, если существует проективная резольвента $\ldots \to P_1 \to P_0 \to A \to 0$, в которой модули P_i, $i \leqslant n$, конечно порождены. Если они конечно порождены для всех i, то говорят, что A имеет тип $(\mathrm{FP})_\infty$. Наконец, A имеет тип (FP), если существует конечная проективная резольвента $0 \to P_n \to \ldots$ $\ldots \to P_0 \to A \to 0$, состоящая из конечно порожденных модулей. Очевидно, модуль A имеет тип $(\mathrm{FP})_0$ в том и только том случае, когда он конечно порожден, и имеет тип $(\mathrm{FP})_1$ в том и только том случае, когда он конечно определен. Группа G называется группой типа $(\mathrm{FP})_n$ над R, где $n=\infty$ или целое $\geqslant 0$, если тривиальный RG-модуль R имеет тип $(\mathrm{FP})_n$. Если $R=\mathbf{Z}$, то в этом случае G называется просто группой типа $(\mathrm{FP})_n$.

32. Пусть группа G такова, что G-модуль $\mathbf{Z}$ обладает конечной проективной резольвентой. Можно ли для $\mathbf{Z}$ найти конечную свободную резольвенту?

Класс $(\mathrm{FP})_1$, как показано в [350], исчерпывается конечно порожденными группами. Там же доказано, что группа G имеет тип $(\mathrm{FP})_2$ над R в том и только в том случае, когда она почти конечно определена над R, т. е. $G=F/N$, где модуль $R\otimes\otimes(N/[N, N])$ конечно порожден.

33. Очевидно, что конечно определенная группа является почти конечно определенной группой над любым кольцом R. Верно ли обратное?

В работах Бири [350] и Броуна [384] приводятся гомологические критерии принадлежности группы классу $(\mathrm{FP})_n$: группа G в том и только том случае имеет тип $(\mathrm{FP})_n$ над R, если она конечна порождена и $H_k(G, \prod\limits_{x} RG)=0$ для всех $1\leqslant k\leqslant n$ и всех прямых произведений $\chi=\max(\omega_0, |R|)$ копий кольца RG. Группы типа $(\mathrm{FP})_\infty$ над R — это в точности те группы, для которых функтор $H_k(G, —)$ или $H^k(G, —)$ — коммутирует с прямыми пределами для всех $k\geqslant 0$.

Соизмеримые группы имеют одинаковый тип [350]. Если в точной последовательности $1\longrightarrow N\longrightarrow G\longrightarrow Q\longrightarrow 1$ группа N имеет тип $(\mathrm{FP})_\infty$ над R, то группы G и Q имеют одинаковый тип.

Используя гомологический критерий и точную последовательность Майера — Виеториса в наиболее общей форме для групп, действующих на деревьях, она получена Чизуэллом [36]). Бири [350] доказал, что свободное произведение с объединением $G=G_1 \underset{S}{*} G_2$ с сомножителями типа $(\mathrm{FP})_n$ над R и объединяемой подгруппой типа $(\mathrm{FP})_{n-1}$ над R имеет тип $(\mathrm{FP})_n$ над R. Аналогичный результат справедлив для HNN-расширений.

34. Пусть C — наименьший класс групп, содержащий все конечные группы, замкнутый относительно расширений, образования свободных конструкций с соответственными подгруппами из C и взятия подгрупп конечного индекса. Существуют ли группы типа $(\mathrm{FP})_\infty$, не принадлежащие классу C? Конечна ли периодическая часть группы типа $(\mathrm{FP})_\infty$? Принадлежат ли классу C все арифметические группы $\mathrm{SL}_n(\mathbf{Z})$ (известно [877], что они имеют тип $(\mathrm{FP})_\infty$?). Группа $\mathrm{SL}_n(\mathbf{Z})$ является «амальгамой» конечных групп [891].

В [350] доказано, что если группа G имеет тип $(\mathrm{FP})_n$, то абелевы группы $H_k(G, \mathbf{Z})$ и $H^k(G, \mathbf{Z})$ при $0\leqslant k\leqslant n$ конечно порождены.

Как показал Бири [350], группы типа $(\mathrm{FP})_\infty$ имеют специфическую особенность: для них существуют спектральные последовательности, аппроксимирующие (ко)гомологии с коэффициентами в произвольном RG-модуле посредством (ко)гомологий с коэффициентами в RG.

Гомологические размерности. RG-резольвента $\ldots \to K_1 \to \to K_0 \to C \to 0$ по определению имеет длину n, если $K_i=0$ для всех $i>n$. Напомним, что левый RG-модуль M называется плоским, если для любого мономорфизма $\varphi: A \to B$ правых FG-модулей отображение $\varphi\otimes 1: A\otimes M \to B\otimes M$ также является мономорфизмом. Наименьшее целое $n\geqslant 0$, для которого существует плоская (проективная) резольвента модуля C длины n, называется плоской (проективной) размерностью модуля C над R. Если в качестве C взять тривиальный RG-модуль R, то получаем, соответственно, гомологическую $\mathrm{hd}_R G$ и когомологическую размерность $\mathrm{cd}_R G$ группы G. (Ко)гомологическую размерность можно также определить как наименьшее n, для которого существует такой RG-модуль A, что $H^n(G, A)\neq \neq 0$ $(H_n(G, A)\neq 0)$.

Из общих фактов о соотношении плоскости и проективности следует [350], что $\mathrm{hd}_R G\leqslant \mathrm{cd}_R G$, $\mathrm{cd}_R G\leqslant \mathrm{hd}_R G+1$, если G счетна, и $\mathrm{hd}_R G=\mathrm{cd}_R G$, если G имеет тип $(\mathrm{FP})_\infty$ над R. Пока мало известно о зависимости размерностей группы G от кольца. Приведем несколько простых замечаний по этому поводу. Если $\mathrm{hd}_R G$ (или $\mathrm{cd}_R G$) конечна, то G не имеет R-кручения, т. е. порядок любого элемента из G либо бесконечен, либо обратим в R. Далее, $\mathrm{cd}_R G=0$ в том и только том случае, когда G — конечная группа без R-кручения, $\mathrm{hd}_R G=0$ в том и только том случае, когда G — локально конечная группа без R-кручения.

Из спектральной последовательности Линдона — Хохшильда — Серра для расширения групп $1\to N\to G\to Q\to 1$ непосредственно следует, что (ко)гомологическая размерность группы G не превышает суммы размерностей групп N и Q. Существует много примеров групп, для которых неравенство строгое. Однако в некоторых интересных случаях оно превращается в равенство. Г. Л. Фельдман [271] показал, что если N типа (FP) над R и R-модуль $H^n(N, RN)$ свободен при $n=\mathrm{cd}_R N$, то из $\mathrm{cd}_R Q<\infty$ следует, что $\mathrm{cd}_R G=\mathrm{cd}_R N+\mathrm{cd}_R Q$. Предположение о том, что N типа (FP) — существенно (противоречащий пример: G — свободная группа ранга 2, $N=[G, G]$). Однако можно показать [347], что принадлежность типу (FP) можно заменить гораздо более слабым условием существования проективной резольвенты, конечно порожденной в верхней размерности $n=\mathrm{cd}_R N$. Аналогичное утверждение справедливо и для гомологической размерности.

Серр (1965 г.) доказал, что если $S\leqslant G$ — подгруппа конечного индекса и G не имеет R-кручения, то $\mathrm{cd}_R S=\mathrm{cd}_R G$. Гомологический аналог — в [350].

Рассмотрим поведение размерностей при взятии свободных произведений и HNN-расширений. Из последовательности Майера — Вьеториса вытекает [348], что если $G=G_1 *_S G_2$, $n=\max(\mathrm{cd}_R G_1, \mathrm{cd}_R G_2)$, то $n \leqslant \mathrm{cd}_R G \leqslant n+1$. Более того, из равенства $\mathrm{cd}_R G=n+1$ следует, что $\mathrm{cd}_R G_1=\mathrm{cd}_R G_2=\mathrm{cd}_R S=n$. Обозначим через $G=G_1 *_{S,\sigma}$ HNN-расширение с сопрягаемыми подгруппами $\{S, \sigma(S)\}$. Если $cd_R G_1=n$, то $n \leqslant \mathrm{cd}_R G \leqslant n+1$, причем из равенства $\mathrm{cd}_R G=n+1$ следует, что $\mathrm{cd}_R G_1=\mathrm{cd}_R S=n$. Аналогичные утверждения верны и для гомологической размерности. Гилденхайз [494] вычислял когомологическую размерность групп, действующих на деревьях. Пусть группа действует без инверсий на дереве X. Обозначим через $V(X)$ множество вершин, $E(X)$ — множество ребер дерева X, G_p (соответственно, G_x) — стабилизатор вершины p (соответственно, ребра x). Основной результат состоит в том, что если $n_V=\sup\{\mathrm{cd}G_p \mid p \in V(X)\}$, $n_E=\sup\{\mathrm{cd}_X \mid x \in E(X)\}$, то $n_V \leqslant \mathrm{cd}G \leqslant \sup(2, n_V)$ при условии $n_E<n_V$ и $n_V \leqslant \mathrm{cd}G \leqslant n_V+1$ при условии $n_E=n_V$. В качестве приложения доказывается неравенство Линдона (1950 г.) $\mathrm{cd}G \leqslant 2$ для групп с одним соотношением r, не являющимся собственной степенью. Для этого устраивается действие группы на некотором дереве X таким образом, что стабилизаторы его вершин допускают вложение в другую группу с одним соотношением, имеющим длину меньшую чем длина r. В другой работе [495] Гилденхайз получил обобщение неравенства Линдона. В [328] вычислены размерности «конструируемых» групп. В [349] доказано, что если G — неабелева группа конечной когомологической размерности и $Z(G)$ — ее центр, то $\mathrm{cd}Z(G) < \mathrm{cd}G$.

Малые размерности. Легко видеть, что группы нулевой когомологической размерности над R — это в точности конечные группы без R-кручения. Проблема классификации групп размерности $\leqslant 1$ остается открытой, но она решена для групп без кручения Столлингсом и Суоном (1968—69 гг.): группа G имеет когомологическую размерность $\leqslant 1$ над R в том и только том случае, когда она свободна.

Если группу G можно представить в виде $G=G_1 *_S G_2$, $G_1 \neq S \neq G_2$, $|S|<\infty$, то будем говорить, что G обладает α-разложением. Если же G является HNN-расширением с конечными сопрягаемыми подгруппами, то будем говорить, что G обладает β-разложением. В основе доказательства теоремы Столлингса — Суона лежит следующий фундаментальный результат Столлингса (1968 г.): пусть G — конечно порожденная группа и $H^1(G, RG) \neq 0$, тогда G обладает либо α-разложением, либо β-разложением. (Легко видеть, что $\mathrm{cd}_R G \leqslant 1 \Rightarrow H^1(G, RG) \neq 0$ так, что теорема Столлингса — Суона для конечно порожденных групп сразу следует из этого результата, и теоремы Грушко.

Суону принадлежит обобщение теоремы на бесконечно порожденные группы).

Важную роль в доказательстве теоремы Столлингса сыграла теория концов в группах. Теорию концов топологического пространства создали Хопф и Фрейденталь (1943 г.). Они же показали, что если группа хорошо действует на пространстве, то структура концов пространства зависит только от группы, так что концы можно определить в самой группе. Пусть G — бесконечная группа. Модуль $\overline{\mathbf{Z}_2 G} = \mathrm{Hom}_{\mathbf{Z}}(\mathbf{Z}G, \mathbf{Z}_2)$ можно отождествить с множеством всех подмножеств группы G относительно операции симметрической разности; при таком отождествлении $\mathbf{Z}_2 G$ есть множество всех конечных подмножеств группы G. Пусть $\mathscr{E}G = \overline{\mathbf{Z}_2 G}/\mathbf{Z}_2 G$. Легко видеть, что $\dim H^0(G, \mathscr{E}) = 1 + \dim H^1(G, \mathbf{Z}_2 G)$ и это число называется числом концов группы G. Столлингс (1968 г.) показал, что конечно порожденная группа без кручения, имеющая бесконечно много концов, является свободной. Описание бесконечно порожденных групп с бесконечным числом концов — проблема, которой посвящены работы [605, 606, 608, 780]. Оксли [780] и Хоутон [605] независимо показали, что если группа не локально конечна, то у нее 1, 2 или бесконечно много концов, причем G имеет 2 конца в том и только том случае, когда она содержит циклическую подгруппу конечного индекса. Сюда же примыкает работа Р. А. Саркисяна [201], где вычислена группа $H^1(G, \mathbf{Z}G)$ в случае, когда G — счетная локально конечная или разрешимая группа. Нетрудно показать, что счетная локально конечная группа имеет бесконечно много концов. Есть предположение, что произвольная несчетная локально конечная группа имеет только 1 конец (Коур. тетр., 5.61).

Для произвольной группы G и абелевой группы A первая группа когомологий $H^1(G, A \otimes \mathbf{Z}G)$ определяется числом концов группы G. Хоутон [607] показал, что вторая группа когомологий $H^2(G, A \otimes \mathbf{Z}G)$ зависит от аналогичного инварианта, а именно, от так называемой «группы в бесконечности группы G». Во многих случаях последняя совпадает с фундаментальной группой группы G (Джонсон [621] Ли и Раймонд [656]). Работы последних авторов имеют аналоги в результатах Фарелла [481], Бири [349] о группе $H^2(G, A \otimes \mathbf{Z}G)$.

Назовем группу G 0-достижимой (или $\alpha\beta$-неразложимой), если она не имеет ни α-разложения, ни β-разложения. Назовем G n-достижимой, если G имеет α-разложение с $(n-1)$-достижимыми сомножителями или является HNN-расширением $(n-1)$-достижимой группы. Достижимость означает n-достижимость для некоторого n. Из теоремы Грушко легко следует, что любая конечно порожденная группа без кручения достижима. Неизвестно, верно ли это для произвольных конечно порожденных групп. Очень хороший критерий достижимости для почти конечно определенных групп получен Бамфордом и Данвуди [350]: почти конечно определенная группа G в том и только том случае достижима, когда $H^1(G, \mathbf{Z}G)$ — конечно порожденный G-модуль. Достижимость можно также выразить на языке теории групп, действующих на деревьях (см. § 1).

Из теорем о подгруппах свободных конструкций следует, что достижимость произвольной группы G эквивалентна тому, что G является фундаментальной группой конечного графа групп с $\alpha\beta$-неразложимыми вершинами, ребрам которого сопоставлены конечные группы.

Условие $\mathrm{cd}_R G \leqslant 1$ равносильно тому, что для конечно порожденной группы G условие $\mathrm{cd}_R G \leqslant 1$ равносильно тому, что G является фундаментальной группой конечного графа групп, вершинам которого сопоставлены конечные группы без R-кручения. Можно показать [350], что класс конечных расширений конечно порожденных свободных групп исчерпывается фундаментальными группами конечных графов конечных групп.

Наиболее известным примером групп когомологической размерности 2 являются, как показал Линдон (1950 г.), группы без кручения с одним соотношением. Из глубоких результатов Папакирьякопулоса (1957 г.) следует, что фундаментальная группа нетривиального узла имеет когомологическую размерность 2. Неизвестно, однако, всякая ли группа узла имеет представление с одним соотношением. Класс групп когомологической размерности 2 значительно шире класса всех подгрупп групп узлов или групп с одним соотношением, так как он замкнут относительно свободных произведений со свободными объединяемыми подгруппами. Есть и более простые примеры — прямое произведение двух неабелевых свободных групп имеет когомологическую размерность 2, но не вложимо ни в группу с одним соотношением, ни в группу узла. В [350] доказано, что счетная локально свободная группа имеет когомологическую размерность 2. Конечно определенная нормальная подгруппа в конечно порожденной группе с $\mathrm{cd} \leqslant 2$ либо свободна, либо имеет конечный индекс [349]. В этой же работе описаны конечно определенные группы $\mathrm{cd} \leqslant 2$, содержащие нетривиальную, конечно порожденную свободную нормальную подгруппу. Для группы $G = F/N$, как показал Суон (1969 г.), $\mathrm{cd}\, G \leqslant 2$ в том и только том случае, когда $N/[N, N]$ — $\mathbf{Z}G$-проективный модуль.

Разрешимые и нильпотентные группы. Г. Л. Фельдман, обобщая более ранние результаты Стамбаха, доказал, что гомологическая размерность разрешимой группы G без кручения совпадает с ее числом Хирша $h(G)$, а для когомологической размерности выполнено неравенство $h(G) \leqslant \mathrm{cd}\, G \leqslant h(G)+1$ [221].

Обозначим через $\mathscr{A}$ класс всех разрешимых групп без кручения с условием $\mathrm{cd}\, G = h(G) < \infty$. Из вышесказанного следует, что $\mathscr{A}$ содержит все разрешимые группы типа (FP) и, значит, все полициклические группы без кручения. Грюнберг [510] показал, что если G — нильпотентная группа без кручения с конечным числом Хирша, то $G\in\mathscr{A}$ в том и только том случае, когда G конечно порождена. Что касается разрешимых групп, то здесь справедлив следующий результат, принадлежащий Бири [346]. Предположим, что в короткой точной последовательности $1\longrightarrow N\longrightarrow G\longrightarrow Q\longrightarrow 1$ группа N конечно порождена, нильпотентна, без кручения и имеет конечное число Хирша, а Q — свободная абелева группа ранга n. Тогда следующие условия эквивалентны: (а) $H^{r+n-1}(G, A)=0$ для всех Q-модулей A, (б) $H_n(N, \mathbf{Z})$ — циклический Q-модуль, (в) $H_n(N, \mathbf{Z})$ — подгруппа аддитивной группы поля рациональных чисел, имеющая вполне определенную структуру. В качестве следствия доказывается минимаксность произвольной $\mathscr{A}$-группы. Структура разрешимых групп когомологической размерности $\leqslant 2$ в целом выяснена, но окончательной классификации пока не получено.

Робинсон доказал [836], что если G — нильпотентная группа, A — нётеров (артинов) G-модуль и $H_0(G, A)=0$ ($H_0(G, A)=0$), то A гомологически (когомологически) тривиален (см. также [458]).

Группы с двойственностью Пуанкаре. Говорят, что G — группа с двойственностью Пуанкаре (размерности n), если $H^{n-k}(G, A)\simeq H_k(G, A)$ для всех G-модулей A и всех $k\in\mathbf{Z}$, причем эти изоморфизмы естественны по A и коммутируют с граничными гомоморфизмами длинных точных последовательностей для $H^*(G, -)$ и $H_*(G, -)$. Такие группы впервые исследовались (в дискретном случае) Бири [345], Джонсоном и Уоллом [623]. Единственная группа с двойственностью Пуанкаре размерности 1 — группа $\mathbf{Z}$. Примерами групп с двойственностью Пуанкаре размерности 2 являются фундаментальные группы двумерных замкнутых поверхностей рода $\geqslant 1$. Имеются ли другие примеры — открытый вопрос. Всякая конечно определенная группа Пуанкаре размерности 2 аппроксимируется нильпотентными группами [350]. Произвольная подгруппа 2-мерной группы Пуанкаре либо локально свободна, либо имеет конечный индекс [481, 482]. Разрешимыми группами с двойственностью Пуанкаре являются полициклические группы и только они [345]. Если в расширении $1\longrightarrow N\longrightarrow G\longrightarrow Q\longrightarrow 1$ группы N, Q — с двойственностью Пуанкаре размерности m и n, то G — группа Пуанкаре размерности $m+n$ [345].

Расширения групп. В [781] приведены условия расщепляемости фиксированного расширения G группы N в терминах идеалов полугруппы некоммутативных когомологий $H^1(G, N)$. В работе [782] Панди и Берков, используя скрещенные гомоморфизмы (1-коциклы) вместо 2-когомологий, дали более простые доказательства ряда известных условий существования и сопряженности дополнений к абелевым нормальным подгруппам в группах с операторами. Уэлс [959] рассмотрел автоморфизмы расширений групп. Если $1\longrightarrow N\longrightarrow G\longrightarrow Q\longrightarrow 1$ — расширение групп, то пара $(\sigma, \tau) \in \mathrm{Aut}\, N \times \mathrm{Aut}\, Q$ не обязательно индуцируется автоморфизмом группы G. Если $\{\bar{x} | x \in Q\}$ — система представителей смежных классов, то обозначим через $\bar{\alpha}$ гомоморфизм $Q \longrightarrow \mathrm{Out}\, N$, при котором $x \longrightarrow \bar{x} \longrightarrow \mathrm{Aut}\, N \longrightarrow \mathrm{Out}\, N$ для любого x из Q. Пару (σ, τ) назовем согласованной, если τ оставляет инвариантной подгруппу $\ker \bar{\alpha}$, и автоморфизм, индуцированный τ на $\bar{\alpha}(Q)$, совпадает с внутренним автоморфизмом, индуцированным образом σ. Обозначим через C группу согласованных пар, через $\mathrm{Aut}(G, N)$ — группу автоморфизмов группы G, оставляющих подгруппу N инвариантной. Основной результат работы [112] заключается в построении точной последовательности $1 \longrightarrow Z^1_\alpha(Q, \mathbf{Z}(N)) \longrightarrow \mathrm{Aut}(G, N) \rightarrow C \rightarrow H^2_\alpha(Q, \mathbf{Z}(N))$. Расширениям посвящены также работы [151, 152, 409, 636, 783, 785, 847, 856, 910]. В [466—469, 535, 536, 577, 773, 774] строятся различного рода точные последовательности, ассоциированные с расширениями групп. Хилл [582] приводит геометрическую интерпретацию препятствия к существованию расширений.

Мультипликаторы. Группа $H_2(G, \mathbf{Z})$ именуется также мультипликатором Шура группы G. В случае, когда G совпадает со своим коммутантом, мультипликатор можно определить и как ядро универсального центрального расширения $[F, F]/[R, F] \longrightarrow G$ группы G, где F — свободная группа и $F/R = G$.

Баумслаг [311] построил пример конечно порожденной не конечно определенной группы с тривиальным мультипликатором (см. также [963]). Затем он же [325] показал, что такие примеры существуют в классе конечно порожденных не конечно определенных метабелевых групп. Если группа задана m порождающими и n соотношениями в многообразии метабелевых групп и $m - n > 1$, то мультипликатор группы не конечно порожден и, значит, она не является конечно определенной [327]. В [54] доказано, что если G — расщепляемое расширение группы N с помощью группы Q, то мультипликатор группы Q выделяется прямым сомножителем в мультипликаторе группы G. Изучены также мультипликаторы вербальных сплетений. Мультипликаторам, их связям с K-теорией посвящены работы [65, 66, 220, 311, 317, 325, 327, 335, 470, 537, 625, 643, 905, 963].

Книги. Прежде всего, отметим книгу Грюнберга [510], представляющую когомологии как инструмент изучения групп. Гомологический аппарат излагается в минимально необходимом объеме. Отличительной особенностью является систематическое использование специальной резольвенты (называемой ныне резольвентой Грюнберга), построенной по порождающим и соотношениям группы. Кроме того, в книге собрано почти все, что было известно (к тому времени) о когомологической размерности дискретных групп. Новые результаты о размерности и группах Пуанкаре содержатся в книге Бири [350], посвященной общей проблеме классификации дискретных групп по их когомомологическим свойствам. В заметках Коэна [427] дается замкнутое изложение результатов Столлингса о группах когомологической размерности $\leqslant 1$ (см. также книгу [809]). Книга Стамбаха [898] посвящена использованию (ко)гомологий при изучении локализаций групп и центральных рядов групп, свободных в многообразиях. В книге Вейса [958] излагается аппарат теории когомологий групп, необходимый в теории полей классов. В книге Бабаханяна [294] излагается теория когомологий групп (в основном конечных) и ее приложения в теории групп. Одна из глав посвящена спектральной последовательности Хохшильда — Серра. Последние две книги отличаются элементарностью и полнотой изложения и поэтому могут быть рекомендованы для первоначального знакомства с предметом.

Разное. Ряд работ (в основном Хилтона) посвящен p-адическим пополнениям и локализациям нильпотентных групп, интерес к которым мотивирован недавними применениями этих идей в топологии [585—589, 594—596].

В работах Лидхэма — Грина, Стамбаха [657—659, 895, 897, 898] гомологические методы применяются в теории многообразий групп. Спектральная последовательность Хохшильда — Серра изучается в [592, 593, 934]. В интересной работе Соула [891] вычисляются когомологии группы $SL_3(\mathbf{Z})$.

БИБЛИОГРАФИЯ

1. *Абакумов А. И., Палютин Е. А., Тайцлин М. А., Шишмарёв Ю. Е.,* Категоричные квазимногообразия. Алгебра и логика, 1972, *11*, № 1, 3—38 (РЖМат, 1972, 9А264)
2. *Адян С. И.,* Бесконечные неприводимые системы групповых тождеств. Изв. АН СССР. Сер. мат., 1970, *34*, № 4, 715—734 (РЖМат, 1971, 2А181)
3. —, Тождественные соотношения в группах. В сб. «Междунар. конгресс математиков в Ницце. 1970», М., Наука, 1972, 7—13 (РЖМат, 1973, 4А288)
4. —, О некоторых группах без кручения. Изв. АН СССР. Сер. мат., 1971, *35*, № 3, 459—468 (РЖМат, 1972, 1А330)
5. —, О подгруппах свободных периодических групп нечетного показателя. Тр. Мат. ин-та АН СССР, 1971, *112*, ч. 1, 64—72 (РЖМат, 1972, 1А331)
6. —, Проблема Бернсайда и тождества в группах., М., Наука, 1975, 332 с. (РЖМат, 1975, 12А241К)
7. —, Периодические произведения групп. Тр. Мат. ин-та АН СССР, 1976, 142, 3—21 (РЖМат, 1977, 3А184)
8. —, Аксиоматический метод построения групп с заданными свойствами. Успехи мат. наук, 1977, *32*, № 1, 3—15 (РЖМат, 1977, 8А247)
9. *Алешин С. В.,* Конечные автоматы и проблема Бернсайда о периодических группах. Мат. заметки, 1972, *11*, № 3, 319—328 (РЖМат, 1972, 8А271)
10. *Андоский И. В.,* О некоторых классах замкнутых про-p-групп. Изв. АН СССР. Сер. мат., 1975, *39*, № 4, 707—738 (РЖМат, 1976, 2А490)
11. *Андреев К. К.,* Нильпотентные группы и лиевы алгебры. II. Алгебра и логика, 1969, *8*, № 6, 625—635 (РЖМат, 1971, 1А187)

12. —, Письмо в редакцию. Алгебра и логика, 1971, *10*, № 2, 226—228 (РЖМат, 1972, 1А345)
13. —, О пополнении разрешимых групп. Мат. заметки, 1971, *9*, № 5, 543—550 (РЖМат, 1971, 9А170)
14. —, Некоторые достаточные условия локальной нильпотентности в группах. Тр. Моск. ин-та электрон. машиностр. 1974, вып. 30, 19—43 (РЖМат, 1975, 4А261)
15. —, О свободных *Д*-группах. Вестн. Моск. ун-та. Мат., мех., 1972, № 5, 3—8 (РЖМат, 1973, 2А202)
16. *Анисимов А. В.*, Об уравнениях над свободными группами. В сб. «Теоретическая кибернетика. Вып. 1». Киев, 1970, 113—119 (РЖМат, 1971, 2А188)
17. *Артамонов В. А.*, Проективные метабелевы группы и алгебры Ли. Изв. АН СССР. Сер. мат., 1978, *42*, № 2, 226—236 (РЖМат, 1978, 8А327)
18. *Аршинов М. Н.*, О проектированиях чистых сверхразрешимых групп. Докл. АН БССР, 1970, *14*, № 11, 984—985 (РЖМат, 1971, 7А241)
19. *Ашманов С. А.*, О вербальных подгруппах полных прямых произведений групп. Успехи мат. наук, 1970, *25*, № 3, 259—260 (РЖМат, 1971, 1А189)
20. —, О вербальных подгруппах полных прямых произведений групп. Мат. заметки, 1971, *9*, № 6, 687—692 (РЖМат, 1971, 11А228)
21. *Базаев Ю. В.*, Универсальные группы. В сб. «Алгебра. Вложение групп. Алгоритмич. вопр.», Красноярск, 1970, 23—31 (РЖМат, 1971, 10А81)
22. *Бачурин Г. Ф.*, О нильпотентных группах с черниковским максимальным абелевым нормальным делителем. Изв. высш. учеб. заведений. Математика, 1974, № 9, 3—12 (РЖМат, 1975, 5А211)
23. *Безверхний В. Н., Роллов Э. В.*, О подгруппах свободного произведения групп. В сб. «Соврем. алгебра». Вып. 1. Л., 1974, 16—31 (РЖМат, 1974, 10А239)
24. —, Проблема сопряженности подгрупп для группы торического узла. Уч. зап. мат. кафедр. Тульск. гос. пед. ин-т. Геометрия и алгебра, 1970, вып. 2, 168—184 (РЖМат, 1971, 12А254)
25. —, Нильсеновский метод сокращения для свободного произведения групп. Сб. науч. тр. кафедры высш. мат. Тульск. политехн. ин-т, 1972, вып. 1, 44—70 (РЖМат, 1973, 9А218)
26. —, Решение проблемы вхождения для одного класса групп. В сб. «Вопр. теории групп и полугрупп». Тула, 1972, 3—86 (РЖМат, 1973, 8А193)
27. —, О неразрешимости проблемы вхождения для некоторого класса групп. Сб. науч. тр. кафедры высш. мат. Тульск. политехн ин-т, 1974, вып. 2, 117—121 (РЖМат, 1975, 5А209)
28. —, О пересечении конечно порожденных подгрупп свободной группы. Сб. научн. тр. кафедры высш. мат. Тульск. политехн. ин-т, 1974, вып. 2, 51—56 (РЖМат, 1975, 5А203)
29. —, Неразрешимость проблемы сопряженности подгрупп для свободных групп с объединением. Сб. науч. тр. кафедры высш. мат. Тульск. политехн. ин-т, 1975, вып. 3, 90—94 (РЖМат, 1976, 12А282)
30. —, Решение проблемы сопряженности подгрупп для одного класса групп. I, II. В сб. «Соврем. алгебра». Вып. 6. Л., 1977, 16—23, 24—32 (РЖМат, 1977, 11А257, 11А258)
31. *Безверхняя И. С.*, Аналог результата Уайтхеда для конечного множества подгрупп группы и свободного произведения групп. В сб. «Прикл. математика». Тула, 1976, 48—55 (РЖМат, 1977, 11А246)
32. —, Об автоморфности подгрупп свободной группы. В сб. «Прикл. математика». Тула, 1974, 58—61 (РЖМат, 1975, 8А262)
33. *Белеградек О. В.*, Об алгебраически замкнутых группах. Алгебра и логика, 1974, *13*, № 3, 239—255 (РЖМат, 1975, 5А210)
34. —, Об определимости в алгебраически замкнутых группах. Мат. заметки, 1974, *16*, № 3, 375—380 (РЖМат, 1975, 2А279)
35. —, Элементарные свойства алгебраически замкнутых групп. Fund. Math., 1978, *98*, № 2, 83—101 (РЖМат, 1978, 9А147)

36. *Белов Ю. А.*, К вопросу о решетке нильпотентных многообразий групп класса 4. Алгебра и логика, 1970, *9*, № 6, 623—628 (РЖМат, 1971, 7А230)
37. —, О некоторых решетках метабелевых нильпотентных многообразий групп. Успехи мат. наук, 1972, № 6, 227—228 (РЖМат, 1973, 5А196)
38. *Беляев В. Я., Тайцлин М. А.*, Об элементарных свойствах экзистенциально замкнутых систем. IV Всес. конф. по мат. лог., Кишинев, 1976, 11
39. *Брискорн Э., Сайто К.* (Brieskorn E., Saito K.), Группы Артина и группы Коксетера. Математика. Период. сб. пер. ин. статей, 1974, *18*, № 6, 56—79 (РЖМат, 1975, 3А287)
40. *Бронштейн М. А.*, Вербальные сплетения групп и дискриминация многообразий. Изв. АН СССР. Сер. мат., 1970, *34*, № 6, 1209—1218 (РЖМат, 1971, 6А213)
41. *Будкин А. И.*, О квазитождествах в свободной группе. Алгебра и логика, 1976, *15*, № 1, 39—52 (РЖМат, 1977, 1А192)
42. *Валиев М. К.*, Примеры универсальных конечно определенных групп. Докл. АН СССР, 1973, *211*, № 2, 265—268; Поправка. Докл. АН СССР, 1974, 215, № 1, 10 (РЖМат, 1973, 12А233; 1974, 7А309)
43. *Вовси С. М.*, Замечание о субинвариантных подгруппах конечного ранга. Сиб. мат. ж., 1976, *17*, № 4, 936—939 (РЖМат, 1977, 2А252)
44. *Головин О. Н., Бронштейн М. А.*, Аксиоматическая классификация точных операций. В сб. «Избр. вопр. алгебры и логики». Новосибирск, Наука, 1973, 40—96 (РЖМат, 1973, 11А199)
45. *Гольберг П. А.*, К теореме Виландта. II. Уч. зап. Моск. гос. пед. ин-та им. В. И. Ленина, 1971, *375*, 21—24 (РЖМат, 1972, 5А231)
46. *Гольденберг М. М.*, Непериодические локально разрешимые группы с инвариантными не вполне расщепляемыми подгруппами. Уч. зап. Свердл. гос. пед. ин-т., 1971, *125*, 19—24 (РЖМат, 1972, 4А266)
47. —, *Сесекин Н. Ф.*, Бесконечные локально конечные p-группы с инвариантными не вполне расщепляемыми подгруппами. Уч. зап. Свердл. гос. пед. ин-т, 1971, *125*, 13—18 (РЖМат, 1972, 5А230)
48. *Горчаков Ю. М.*, Базисные коммутаторы и собирательный процесс. В сб. «Алгебра. Вложение групп. Алгоритмич. вопр.», Красноярск, 1970, 32—70 (РЖМат, 1971, 9А156)
49. —, *Егорычев Г. П.*, Ранги факторов нижнего центрального ряда свободной полинильпотентной группы. Докл. АН СССР, 1972, *204*, № 1, 12—14 (РЖМат, 1972, 9А186)
50. —, Локально нормальные группы. Сиб. мат. ж., 1971, *12*, № 6, 1259—1272 (РЖМат, 1972, 4А273)
51. —, Теоремы типа Прюфера — Куликова. Алгебра и логика, 1974, *13*, № 6, 655—661 (РЖМат, 1975, 9А182)
52. —, Подгруппы прямых произведений. Алгебра и логика, 1976, *15*, № 6, 622—627 (РЖМат, 1977, 11А273)
53. —, Группы с конечными классами сопряженных элементов. М., Наука, 1978, 119 с. (РЖМат, 1978, 9А230 К)
54. —, *Левчук В. М.*, Об аппроксимации свободных групп. Алгебра и логика, 1970, *9*, № 4, 415—421 (РЖМат, 1971, 2А196)
55. *Горюшкин А. П.*, О конечно порожденных подгруппах свободного произведения двух групп с объединенной подгруппой. Уч. зап. Иванов. гос. пед. ин-т, 1972, *117*, 11—43 (РЖМат, 1973, 7А219)
56. —, Ответ на один вопрос Карраса и Солитэра. Уч. зап. Иванов. гос. пед. ин-т, 1972, *117*, 44—58 (РЖМат, 1973, 8А188)
57. —, Замечание о свободных произведениях с объединением. Уч. зап. Иванов. гос. пед. ин-т, 1973, *125*, 4—9 (РЖМат, 1974, 9А235)
58. —, Вложение счетных групп в 2-порожденные простые группы. Мат. заметки, 1974, *16*, № 2, 231—235 (РЖМат, 1974, 12А183)
59. *Горяга А. В., Киркинский А. С.*, Разрешимость проблемы сопряженности не переносится на конечные расширения групп. Алгебра и логика, 1975, *14*, № 4, 393—406 (РЖМат, 1976, 5А46)

60. —, О порождающих элементах группы автоморфизмов свободной нильпотентной группы. Алгебра и логика, 1976, *15*, № 4, 458—463 (РЖМат, 1977, 8А261)
61. *Гриндлингер М. Д.*, Сопряженность подгрупп свободных групп. Сиб. мат. ж., 1970, *11*, № 5, 1178—1180 (РЖМат, 1971, 4А188)
62. —, К нахождению факторгруппы нормального делителя свободной группы по взаимному коммутанту. Мат. зап. Уральск. ун-т, 1970, *7*, № 3, 72—76 (РЖМат, 1971, 5А232)
63. —, О проблеме Куликова. Уч. зап. мат. кафедр. Тульск. гос. пед. ин-т. Геометрия и алгебра. 1970, вып. 2, 155—156 (РЖМат, 1971, 12А265)
64. Группы с ограничениями для подгрупп. (АН УССР Ин-т мат.) Наук. думка, 1971 (РЖМат, 1971, 7А194К)
65. Группы с системами дополняемых подгрупп. Отв. ред. Черников С. Н. (АН УССР Ин-т мат.). Киев, 1971 (РЖМат, 1973, 1А208)
66. Группы с заданными свойствами подгрупп. (АН УССР Ин-т мат.), Киев. 1973
67. *Гуревич Г. А.*, К проблеме сопряженности для групп с одним определяющим соотношением. Докл. АН СССР, 1972, *207*, № 1, 18—20 (РЖМат, 1973, 4А289)
68. —, К проблеме сопряженности для групп с одним определяющим соотношением. Тр. Мат. ин-та АН СССР, 1973, *133*, 109—120 (РЖМат, 1974, 3А153)
69. —, О рангах бескоэффициентных уравнений в свободной группе. Докл. АН СССР, 1973, *209*, № 2, 272—274 (РЖМат, 1973, 8А196)
70. *Джунисов А. Т.*, О некоторых классах групп с финитно отделимыми подгруппами. Тр. Ин-та мат. и мех. АН КазССР, 1971, *2*, 18—27 (РЖМат, 1971, 11А237)
71. *Дурнев В. Г.*, Об уравнениях на свободных полугруппах и группах. Мат. заметки, 1974, *16*, № 5, 717—724 (РЖМат, 1975, 4А269)
72. —, О позитивных формулах на группах. Уч. зап. мат. кафедр. Тульск. гос. пед. ин-т. Геометрия и алгебра, 1970, вып. 2, 215—241 (РЖМат, 1971, 12А281)
73. *Егорычев Г. П.*, Ранги факторов нижнего центрального ряда свободной разрешимой группы. Сиб. мат. ж., 1972, *13*, № 3, 708—713 (РЖМат, 1972, 9А185)
74. *Ерзакова Н. А.*, *Чуркин В. А.*, К теории разрешимых групп без кручения. Алгебра и логика, 1976, *15*, № 4, 464—469 (РЖМат, 1977, 8А252)
75. *Ершов Ю. Л.*, Об элементарных теориях групп. Докл. АН СССР, 1972, *203*, № 6, 1240—1243 (РЖМат, 1972, 8А295)
76. *Жук И. К.*, О проблеме тождества для одного класса групп. Докл. АН СССР, 1973, *17*, № 12, 1081—1084 (РЖМат, 1974, 4А182)
77. —, Метод S-пар в комбинаторной теории групп. Изв. АН БССР. Сер. физ.-мат. н., 1977, № 2, 5—10 (РЖМат, 1977, 10А136)
78. *Зайцев Д. И.*, О нормально факторизуемых группах. Докл. АН СССР, 1971, *197*, № 5, 1007—1009 (РЖМат, 1971, 8А177)
79. —, О разрешимых подгруппах локально разрешимых групп. Докл. АН СССР, 1974, *214*, № 6, 1250—1253 (РЖМат, 1974, 7А325)
80. —, О группах с дополняемыми нормальными подгруппами. Алгебра и логика, 1975, *14*, № 1, 5—14 (РЖМат, 1975, 10А257)
81. —, *Зуб О. М.*, Групи, в яких всі абелеві підгрупи непростих порядків мають доповнення. Доповіді АН УРСР, 1972, *A*, № 4, 307—308 (РЖМат, 1972, 8А291)
82. —, *Каргаполов М. И.*, *Чарин В. С.*, Бесконечные группы с заданными свойствами подгрупп. Укр. мат. ж., 1972, *24*, № 5, 618—633 (РЖМат, 1973, 2А203)
83. *Залесский А. Е.*, Нильпотентная p-группа обладает внешним автоморфизмом. Докл. АН СССР, 1971, *196*, № 4, 751—754 (РЖМат, 1971, 7А245)

84. —, Пример нильпотентной группы без кручения, не имеющей внешних автоморфизмов. Мат. заметки, 1972, *11*, № 1, 21—26 (РЖМат, 1972, 6А235)
85. —, Группы ограниченных автоморфизмов групп. Докл. АН БССР, 1975, *19*, № 8, 681—684 (РЖМат, 1976, 1А243)
86. *Замятин А. П.*, Неабелево многообразие групп имеет неразрешимую элементарную теорию. Алгебра и логика, 1978, *17*, № 1, 20—27
87. *Зильбер Б. И.*, Пример двух элементарно эквивалентных, но не изоморфных конечно порожденных метабелевых групп. Алгебра и логика, 1971, *10*, № 3, 309—315 (РЖМат, 1972, 1А360)
88. —, Теория любой абелевой группы стабильна. Алгебра и логика, 1974, *13*, № 6, 713
89. —, Группы и кольца, теория которых категорична. Fund. Math. 1977, *95*, № 3, 173—188 (РЖМат, 1977, 12А334)
90. —, Строение моделей категоричных теорий и проблема конечной аксиоматизируемости. Кемеров. ун-т, Кемерово, 1977. 80 с. (Рукопись деп. в ВИНИТИ 12 июля 1977 г., № 2800—77 Деп.) (РЖМат, 1977, 11А123 ДЕП)
91. *Знойко Д. В.*, О группах автоморфизмов регулярных деревьев. Мат. сб., 1977, *103*, № 1, 124—130 (РЖМат, 1977, 10А140)
92. *Иванов С. Г.*, Шрайеровские системы в свободном произведении двух групп с объединенной подгруппой. Мат. заметки, Уральск. ун-т, 1975, *9*, № 3, 14—34 (РЖМат, 1976, 7А264)
93. —, Проблема вхождения для свободного произведения групп с объединенной подгруппой. Сиб. мат. ж., 1975, *16*, № 6, 1155—1171 (РЖМат, 1976, 5А232)
94. *Иванюта И. Д.*, Об относительно свободных группах, близких к метабелевым. Укр. мат. ж., *23*, № 1, 93—96 (РЖМат, 1971, 6А208)
95. —, Об относительно свободных группах, близких к нильпотентным. Мат. заметки, 1972, *11*, № 2, 175—182 (РЖМат, 1972, 6А228)
96. —, О свободных группах многообразия, определенного тождеством $[x, y; u, v; z]=1$. Укр. мат. ж., 1973, *25*, № 5, 668—670 (РЖМат, 1974, 2А221)
97. —, О некоторых группах экспоненты четыре. В сб. «Группы с ограничениями для подгрупп», Киев, Наук. думка, 1971, 130—133 (РЖМат, 1971, 8А179)
98. *Иофинова М. Е.*, О полинильпотентных группах с одним определяющим соотношением. Вестн. Моск. ун-та, Мат., 1974, № 3, 9—12 (РЖМат, 1974, 10А237)
99. *Исаков Р. А.*, О квазимногообразиях 2-ступенно нильпотентных групп. Изв. АН УзССР. Сер. физ.-мат. н., 1976, 23—27 (РЖМат, 1976, 11А268)
100. Исследования групп по заданным свойствам подгрупп. Отв. ред. Черников С. Н. (Ин-т мат. АН УССР), Киев, 1974 (РЖМат, 1975, 10А202К)
101. Исследования по теории групп. Отв. ред. Черников С. Н. (Ин-т. мат. АН УССР), Киев, 1976, 173 с. (РЖМат, 1977, 7А185К)
102. *Калужнин Л. А., Сущанский В. И.*, О сплетениях абелевых групп. Тр. Моск. мат. о-ва, 1973, *29*, 147—163 (РЖМат, 1973, 12А237)
103. *Каргаполов М. И., Чуркин В. А.*, О многообразиях разрешимых групп. Алгебра и логика, 1971, *10*, № 6, 651—657 (РЖМат, 1972, 8А276)
104. —, Об универсальных группах. Алгебра и логика, 1970, *9*, № 4, 428—435 (РЖМат, 1971, 2А200)
105. —, *Тимошенко Е. И.*, К вопросу о финитной аппроксимируемости относительно сопряженности метабелевых групп. 4-й Всесоюзный симпозиум по теории групп, Новосибирск, 1973, 86—88
106. *Кашинцев Е. В.*, К проблеме тождества. Уч. зап. мат. кафедр. Тульск. гос. пед. ин-т. Геометрия и алгебра, 1970, вып. 2, 185—214 (РЖМат, 1971, 12А253)
107. *Кейслер Г., Чэн Ч.*, Теория моделей, Пер. с англ. М., Мир, 1977, 616 с. (РЖМат, 1978, 4А89К)

108. *Кемхадзе К. Ш.,* Локально конечные группы, у которых всякая непримарная истинная подгруппа субинвариантна. Сообщ. АН ГрузССР, 1974, *73*, № 1, 29—32 (РЖМат, 1974, 7А336)
109. *Киркинский А. С.,* О продолжении автоморфизмов и эндоморфизмов в нильпотентных группах. (Редколлегия Сиб. мат. ж. АН СССР) Новосибирск, 1975, 26 с. (Рукопись деп. в ВИНИТИ 18 дек. 1975 г., № 3698—75 Деп.) (РЖМат, 1976, 4А195 ДЕП)
110. —, *Ремесленников В. Н.,* Проблема изоморфизма для разрешимых групп. Мат. заметки, 1975, *18*, № 3, 437—443 (РЖМат, 1976, 3А233)
111. *Классен В. П.,* К проблемам вхождения и сопряженности для некоторых расширений групп. В сб. «Вопр. теории групп и полугрупп». Тула. 1972, 87—95 (РЖМат, 1973, 8А210)
112. *Клейман Ю. Г.,* О базисе произведения многообразия групп. Изв. АН СССР. Сер. мат., 1973, *37*, № 1, 95—97; II, 1974, *38*, № 3, 475—483 (РЖМат, 1973, 6А252; 1974, 9А232)
113. *Клячко А. А.,* Многообразия p-групп малого класса. В сб. «Упорядоченные множества и решетки». Вып. 1. Саратов, Саратов. ун-т, 1971, 31—42 (РЖМат, 1972, 5А212)
114. —, Однородные элементы Ли и многообразия нильпотентных групп. Успехи мат. наук, 1974, *29*, 6, 171—172 (РЖМат, 1975, 7А319)
115. *Кокорин А. И., Пинус А. Г.,* Вопросы разрешимости расширенных теорий. Успехи мат. наук, 1978, *33*, № 2, 49—84
116. *Копытов В. М.,* Разрешимость проблемы вхождения в конечно порожденные разрешимые группы матриц над нумерованным полем. Алгебра и логика, 1971, *10*, № 2, 169—182 (РЖМат, 1971, 12А282)
117. *Котлов В. М.,* О многообразии, близком к многообразию n-абелевых групп. Мат. заметки, 1971, *9*, № 1, 41—51 (РЖМат, 1971, 7А231)
118. *Красников А. Ф.,* О порождающих элементах группы $F/[N, N]$. Мат. заметки, 1978, *24*, № 2, 167—173
119. *Кроуэлл Р., Фокс Р.,* Введение в теорию узлов. Перев. с англ. М., Мир, 1967, 348 с.
120. *Кузьмин Ю. В.,* О метабелевых D-группах. Успехи мат. наук, 1972, *27*, № 1, 247—248 (РЖМат, 1972, 8А283)
121. —, Многообразия метабелевых D-групп. Изв. АН СССР. Сер. мат., 1972, *36*, № 4, 765—788 (РЖМат, 1973, 2А199)
122. —, Стабильные автоморфизмы свободных полинильпотентных групп. Сиб. мат. ж., 1972, *13*, № 4, 944—950 (РЖМат, 1972, 11А157)
123. —, Внутренние автоморфизмы метабелевых групп. Сиб. мат. ж., 1975, *16*, № 4, 736—744 (РЖМат, 1976, 2А265)
124. —, Свободные центрально-метабелевы группы, алгебры Ли и D-группы. Изв. АН СССР. Сер. мат., 1977, *41*, № 1, 3—33 (РЖМат, 1977, 9А250)
125. —, Аппроксимация метабелевых групп. Алгебра и логика, 1974, *13*, № 3, 300—310 (РЖМат, 1975, 5А218)
126. *Курдаченко Л. А.,* Некоторые обобщения слойно-конечных групп. В сб. «Группы с заданными свойствами подгрупп». Киев, 1973, 270—308, (РЖМат, 1974, 11А281)
127. —, Про деякі узагальнення шарово-скінченних груп. Доповіді АН УРСР, 1974, *А*, № 3, 213—216 (РЖМат, 1974, 8А239)
128. —, FC-группы со слойно-конечной периодической частью. В сб. «Некоторые вопр. теории групп». Киев, 1975, 160—172 (РЖМат, 1976, 4А192)
129. —, FC-группы, с ограниченными в совокупности порядками элементов периодической части. Сиб. мат. ж., 1975, *16*, № 6, 1205—1213 (РЖМат, 1976, 5А233)
130. —, FC-группы, периодическая часть которых вкладывается в прямое произведение конечных групп. Мат. заметки, 1977, *21*, № 1, 9—20 (РЖМат, 1977, 6А178)
131. *Левич В. М., Токаренко А. И.,* Замечание о локально нильпотентных группах без кручения. Сиб. мат. ж., 1970, *11*, № 6, 1406—1408 (РЖМат, 1971, 5А247)

132. *Левчук В. М.*, Об одном свойстве групп Сузуки. Алгебра и логика, 1972, *11*, № 5, 551—557 (РЖМат, 1973, 7А228)
133. —, Аппроксимация свободных групп факторами групп $GL(3, q)$. В сб. «Некоторые вопр. теории групп и колец». Красноярск, 1973, 123—149 (РЖМат, 1974, 6А297)
134. *Лиман Ф. Н.*, Бесконечные p-группы, содержащие точно p^2 решений уравнения $x^p=1$. Мат. заметки, 1976, *20*, № 1, 11—18 (РЖМат, 1976, 11А284)
135. *Лиманский В. В.*, Изоморфизмы нильпотентных разложений групп. Успехи мат. наук, 1975, *30*, № 2, 214 (РЖМат, 1975, 10А254)
136. *Лисковец В. А.*, К перечислению подгрупп свободной группы. Докл. АН БССР, 1971, *15*, № 1, 6—9 (РЖМат, 1971, 7А228)
137. *Любич В. П., Скопин А. И.*, О соотношениях в группах экспоненты 8. Зап. научн. семинаров ленинград. отд. Мат. ин-та АН СССР, 1976, *64*, 92—94 (РЖМат, 1977, 4А159)
138. *Магнус В., Каррас А., Солитэр Д.*, Комбинаторная теория групп. Перд-ставление групп в терминах образующих и соотношений. Перев. с англ. М., Наука, 1974, 455 с. (РЖМат, 1975, 1А282К)
139. *Маканин Г. С.*, О системах уравнений в свободных группах. Сиб. мат. ж., 1972, *13*, № 3, 587—595 (РЖМат, 1972, 9А176)
140. *Максимовский В. Л.*, Пряморазложимые группы с одним определяющим соотношением. Уч. зап. Иванов. гос. пед. ин-т, 1972, *106*, 115—122 (РЖМат, 1973, 2А198)
141. *Мамучишвили А. Н.*, О финитной аппроксимируемости нильпотентного сплетения. Сообщ. АН ГрузССР, 1974, *76*, № 2, 301—304 (РЖМат, 1975, 5А208)
142. *Масси У., Столлингс Дж.*, Алгебраическая топология. Введение. Перев. с англ. М., Мир, 1977, 344 с. (РЖМат, 1977, 6А383К)
143. *Медведев Н. Я.*, К теории частично упорядоченных групп. Кандидатская диссертация, Новосибирск, 1976
144. *Межебовский Ю. М.*, О бипримитивно конечных p-группах. Сб. научн. тр. Магнитогорск. горнометаллург. ин-т, 1974, межвуз. вып. 9, 125—128 (РЖМат, 1975, 9А184)
145. *Мельников О. В.*, Конгруэнц-ядро группы $SL_2(\mathbf{Z})$. Докл. АН СССР, 1976, *228*, № 5, 1034—1036 (РЖМат, 1976, 11А520)
146. *Микаелян Г. С.*, О силовских базах бесконечных групп относительно расщепляемой системы силовских классов. Изв. АН Арм. ССР. Математика, 1970, *5*, № 2, 154—161 (РЖМат, 1971, 1А198)
147. —, О силовских LQ-базах бесконечных групп. Изв. АН АрмССР, Математика, 1971, *6*, № 5, 393—405 (РЖМат, 1972, 7А199)
148. —, О Q-картеровых подгруппах локально конечных групп. Докл. АН АрмССР, 1972, *55*, № 1, 7—9 (РЖМат, 1973, 3А254)
149. —, О Q-картеровых подгруппах локально конечных групп с Q-радикалом конечного индекса. Изв. АН АрмССР. Математика, 1972, *7*, № 6, 413—423 (РЖМат, 1973, 9А226)
150. *Молдаванский Д. И.*, Сопряженность подгрупп свободного произведения. Уч. зап. Иванов. гос. пед. ин-т, 1972, *106*, 123—135 (РЖМат, 1973, 1А204)
151. *Москаленко А. И.*, О факторгруппах по центру. Мат. заметки, 1971, *10*, № 4, 427—436 (РЖМат, 1972, 3А166)
152. —, О центральных расширениях периодической абелевой группы с помощью абелевой группы. Уч. зап. Моск. гос. пед. ин-та им. В. И. Ленина, 1971, *375*, 80—84 (РЖМат, 1972, 4А263)
153. *Мурач М. М.*, Про FC-розв'язні групи автоморфізмів розв'язних груп скінченного рангу. Доповіді АН УРСР, 1973, *А*, 696—698, 764 (РЖМат, 1974, 1А224)
154. —, Об обобщенных FC-группах с некоторыми условиями конечности. Мат. сб. Киев, Наук. думка, 1976, 183—186 (РЖМат, 1977, 3А189)
155. *Неешпапа Т. А., Сесекин Н. Ф.*, Об одном условии конечности в группах типа Фиттинга. Мат. зап. Уральск. ун-т, 1974, *9*, № 1, 61—65 (РЖМат, 1975, 4А256)
156. Некоторые вопросы теории групп. (Ин-т мат. АН УССР). Киев, 1975

157. *Новак Г. А.*, Метабелево произведение абелевых групп (Редколлегия «Сиб. мат. ж.», АН СССР). Новосибирск, 1976, 24 с. (Рукопись деп. в ВИНИТИ 15 июня 1976 г., № 2195—76) (РЖМат, 1976, 11А271 ДЕП)
158. —, О существовании разноименных разрешимых разложений. Вестн. Моск. ун-та, Мат. мех., 1976, № 4, 10—12 (РЖМат, 1977, 2А246)
159. Носков Г. А., Почти аппроксимируемость конечно порожденных $\mathfrak{AP}$-групп без кручения конечными p-группами. Алгебра и логика, 1974, *13*, № 6, 676—684 (РЖМат, 1975, 9А190)
160. —; *Романьков В. А.*, О нильпотентных группах с близкими группами автоморфизмов. Алгебра и логика, 1974, *13*, № 5, 534—543 (РЖМат, 1975, 8А278)
161. *Носков М. В.*, О локальной конечности одного класса бипримитивно конечных групп. В сб. «Исслед. по теории групп». Красноярск, 1975, 24—31 (РЖМат, 1976, 6А262)
162. *Ольшанский А. Ю.*, Разрешимые почти-кроссовы многообразия групп. Мат. сб., 1971, *85*, № 1, 115—131 (РЖМат, 1971, 9А160)
163. —, Два замечания о многообразиях групп. Вестн. Моск. ун-та. Мат. мех., 1971, № 2, 58—63 (РЖМат, 1971, 7А229)
164. —, О порядках свободных групп локально конечных многообразий. Изв. АН СССР. Сер. мат., 1973, *37*, № 1, 89—94 (РЖМат, 1973, 7А218)
165. —, О характеристических подгруппах свободных групп. Успехи мат. наук, 1974, *29*, № 1, 179—180 (РЖМат, 1974, 7А307)
166. —, Условные тождества в конечных группах. Сиб. мат. ж., 1974, *15*, № 6, 1409—1413 (РЖМат, 1975, 5А207)
167. *Остыловский А. Н., Шунков В. П.*, О локальной конечности одного класса групп с условием минимальности. В сб. «Исслед. по теории групп». Красноярск, 1975, 32—48 (РЖМат, 1976, 6А257)
168. —, Локальная конечность некоторых групп с условием минимальности для абелевых подгрупп. Алгебра и логика, 1977, *16*, № 1, 63—73 (РЖМат, 1977, 11А271)
169. *Павлов Р. Д.*, К проблеме распознавания групповых свойств. Мат. заметки. 1971, *10*, № 2, 169—180 (РЖМат, 1972, 1А93)
170. *Павлюк И. Н., Шафиро А. А., Шунков В. П.*, О локально конечных группах с условием примальной минимальности для подгрупп. Алгебра и логика, 1974, *13*, № 3, 324—336 (РЖМат, 1975, 6А339)
171. *Палютин Е. А.*, Описание категоричных квазимногообразий. Алгебра и логика, 1975, *14*, № 2, 145—185 (РЖМат, 1975, 11А137)
172. —, О числе моделей в L_{∞,ω_1}-теориях I, II. Алгебра и логика, 1977, *16*, № 1, 74—88; 1977, *16*, № 4, 443—456 (РЖМат, 1977, 11А121; 1978, 7А108)
173. *Полин С. В.*, Свободные разложения в многообразиях Λ-групп. Мат. сб., 1972, *87*, № 3, 377—395 (РЖМат, 1972, 8А273)
174. *Половицкий Я. Д.*, О мощностях некоторых множеств бесконечных подгрупп периодических групп. Уч. зап. Перм. ун-т, 1969, № 218, 11—15 (РЖМат, 1971, 3А195)
175. —, Локально конечные группы, у которых почти все централизаторы элементов конечны. Уч. зап. Перм. ун-т, 1975, № 343, 56—62 (РЖМат, 1977, 4А232)
176. *Размыслов Ю. П.*, Об одном примере неразрешимых почти кроссовых многообразий групп. Алгебра и логика, 1972, *11*, № 2, 186—205 (РЖМат, 1972, 11А139)
177. —, Об энгелевых алгебрах Ли. Алгебра и логика, 1971, *10*, № 1, 33—44 (РЖМат, 1971, 11А307)
178. —, О проблеме Холла — Хигмена. Изв. АН СССР. Сер. мат., 1978, *42*, № 4, 833—847 (РЖМат, 1979, 1А246)
179. *Ремесленников В. Н.*, Конечно определенная группа, центр которой не конечно порожден. Алгебра и логика, 1974, *13*, № 4, 450—459 (РЖМат, 1975, 7А315)
180. —, Конечно определенные метабелевы группы. Тезисы докладов 4-й Казахстанской межвузовской научной конференции по математике и механике. Часть I. Математика, Алма-Ата, 1977

181. —, Пример конечно определенной разрешимой группы без условия максимальности для нормальных подгрупп. Мат. заметки, 1972, *12*, № 3, 287—293 (РЖМат, 1973, 2А205)
182. —, О конечно определенных группах. 4-й Всесоюзный симпозиум по теории групп, Новосибирск, 1973, 164—169
183. —, *Соколов В. Г.*, Некоторые свойства вложения Магнуса. Алгебра и логика, 1970, *9*, № 5, 566—578 (РЖМат, 1971, 5А240)
184. —, Финитная аппроксимируемость групп относительно сопряженности. Сиб. мат. ж., 1971, *12*, № 5, 1085—1099 (РЖМат, 1972, 1А355)
185. —, Пример группы конечно-определенной в многообразии $\mathfrak{A}^5$ с неразрешимой проблемой равенства. Алгебра и логика, 1973, *12*, № 5, 577—602 (РЖМат, 1974, 8А230)
186. —, Исследования по бесконечным разрешимым и финитно-аппроксимируемым группам (Автореф. дисс. докт. физ.-мат. н.). Мат. заметки, 1975, *17*, № 5, 819—824 (РЖМат, 1975, 9А186)
187. —, Об одной алгоритмической задаче для нильпотентных групп и колец. Тезисы 6 симпозиума по теории групп. Киев, 1978, 50—51 (РЖМат, 1979, 1А201 К)
188. *Ромалис Г. М., Сесекин Н. Ф.*, О метагамильтоновых группах. III. Мат. зап. Уральск. ун-т, 1970, *7*, № 3, 195—199 (РЖМат, 1971, 6А227)
189. *Романовский Н. С.*, О некоторых алгоритмических проблемах для разрешимых групп. Алгебра и логика, 1974, *13*, № 1, 26—34
190. —, Теорема о свободе групп с одним определяющим соотношением в многообразиях разрешимых и нильпотентных групп данных ступеней. Мат. сб., 1972, *89*, № 1, 93—99 (РЖМат, 1972, 12А200)
191. —, Свободные подгруппы в конечно определенных группах. Алгебра и логика, 1977, *16*, № 1, 88—97 (РЖМат, 1977, 11А245)
192. *Ромаьков В. А.*, Недистрибутивность решетки многообразий нильпотентных групп. Алгебра и логика, 1970, *9*, № 1, 67—72 (РЖМат, 1970, 11А174)
193. —, Теоремы вложения для нильпотентных групп. Сиб. мат. ж., 1972, *13*, № 4, 859—867 (РЖМат, 1972, 11А145)
194. —, О вложении полициклических групп. Мат. заметки, 1973, *14*, № 5, 741—744 (РЖМат, 1974, 5А252)
195. —, Вложение некоторых сплетений в группы автоморфизмов конечно порожденных разрешимых групп. Алгебра и логика, 1976, *15*, № 3, 300—307 (РЖМат, 1977, 2А249)
196. —, О неразрешимости проблемы эндоморфной сводимости в свободных нильпотентных группах и в свободных кольцах. Алгебра и логика, 1977, *16*, № 4, 457—471 (РЖМат, 1978, 7А235)
197. —, О некоторых алгоритмических вопросах для разрешимых групп. Тезисы 6 симпозиума по теории групп. Киев, 1978, 52 (РЖМат, 1979, 1А201К)
198. *Сакс Д.*, Теория насыщенных моделей, Пер. с англ. М., Мир, 1976, 190 с. (РЖМат, 1976, 8А151 К)
199. *Саркисян О. А.*, О связи между алгоритмическими проблемами в группах и полугруппах. Докл. АН СССР, 1976, 227, № 6, 1305—1307
200. *Саркисян Р. А.*, Сопряженность в свободных полинильпотентных группах. Алгебра и логика, 1972, *11*, № 6, 694—710 (РЖМат, 1973, 8А191)
201. —, Стабильные автоморфизмы некоторых классов групп. Сиб. мат. ж., 1972, *13*, 1090—1106 (РЖМат, 1973, 1А380)
202. *Семенова Т. Я.*, О нильпотентных подгруппах *FC*-групп. В сб. «Некотор. вопр. теории групп и колец». Красноярск, 1973, 150—159 (РЖМат, 1974, 6А285)
203. *Серр Ж. П.* (Serre J. P.), Деревья, амальгамы и SL_2. Математика. Период. сб. пер. ин. статей, 1974, *18*, № 1, 3—51; № 2, 3—27 (РЖМат, 1974, 6А279, 9А245)
204. *Сесекин Н. Ф.*, О произведении конечно порожденных абелевых групп. Мат. заметки, 1973, *13*, № 3, 443—446 (РЖМат, 1973, 8А198)

205. —, *Токарева В. А.*, О подгруппе Фраттини почти полициклических групп. Мат. зап. Уральск. ун-т, 1973, *8*, № 3, 100—103 (РЖМат, 1973, 9А223)
206. *Скопин А. И.*, Тождество Якоби для групп. Зап. науч. семинаров Ленинград. отд. Мат. ин-та АН СССР, 1974, *46*, 53—58 (РЖМат, 1975, 6А317)
207. *Созутов А. И., Шунков В. П.*, Об одном обобщении теоремы Фробениуса на бесконечные группы. Мат. сб., 1976, *100*, № 4, 495—506 (РЖМат, 1977, 1А212)
208. *Соколов В. Г.*, Алгоритм тождества слов для одного класса разрешимых групп. Сиб. мат. ж., 1971, *12*, № 6, 1405—1410 (РЖМат, 1972, 3А192)
209. *Сущанский В. И.*, Энгелева длина групповых многообразий $\mathfrak{A}_p{}^m$—$m\geqslant 2$). Докл. АН УССР, 1976, *А*, № 2, 126—130 (РЖМат, 1976, 9А225)
210. —, Сплетения элементарных абелевых групп и строение группового многообразия $\mathfrak{A}_p$. Докл. АН УССР, 1975, *А*, № 12, 1087—1091 (РЖМат, 1976, 6А250)
211. *Тавадзе А. Д.*, Проективные пронильпотентные *W*-группы. Сообщ. АН ГрузССР, 1976, *84*, № 2, 273—276 (РЖМат, 1977, 8А243)
212. *Тимошенко Е. И.*, Центр группы с одним определяющим соотношением в многообразии 2-ступенно разрешимых групп. Сиб. мат. ж., 1973, *14*, № 6, 1351—1355 (РЖМат, 1974, 3А155)
213. —, Некоторые алгоритмические вопросы для метабелевых групп. Алгебра и логика, 1973, *12*, № 2, 232—240 (РЖМат, 1974, 2А234)
214. —, К вопросу об элементарной эквивалентности групп. В сб. «Алгебра». Вып. 1, Иркутск, 1972, 92—96 (РЖМат, 1974, 1А232)
215. *Трахтенберг А. М.*, Подгруппа Фраттини *FC*-группы. В сб. «Мат. исследования». Т. 7. Вып. 2. Кишинев, «Штиинца», 1972, 248—252 (РЖМат, 1972, 12А211)
216. *Трофимов М. Ю.*, Об определимости в алгебраически замкнутых группах. Алгебра и логика, 1975, *14*, № 3, 320—327 (РЖМат, 1976, 2А219)
217. *Ушаков Ю. Д.*, О свободной группе коммутатора двух нильпотентных многообразий. Сиб. мат. ж., 1973, *14*, № 3, 636—650 (РЖМат, 1973, 10А204)
218. —, О свободной группе коммутатора двух нильпотентных многообразий. В сб. «Исслед. по теории групп». Красноярск, 1975, 49—103 (РЖМат, 1976, 6А254)
219. —, О факторах верхнего центрального ряда свободной группы коммутатора двух нильпотентных многообразий. В сб. «Исслед. по теории групп». Красноярск, 1975, 104—127 (РЖМат, 1976, 6А255)
220. *Фадеева Н. П.*, О факторгруппе нормального делителя свободной группы по взаимному коммутанту. Уч. зап. мат. кафедр. Тульск. гос. пед. ин-т. Геометрия и алгебра, 1970, вып. 2, 157—160 (РЖМат, 1971, 12А252)
221. *Фельдман Г. Л.*, О гомологической размерности групповых алгебр разрешимых групп. Изв. АН СССР. Сер. мат., 1971, *35*, № 6, 1225—1236 (РЖМат, 1972, 6А396)
222. *Фридман А. А.*, Решение проблемы сопряженности в одном классе групп. Тр. Мат. ин-та АН СССР, 1973, *133*, 233—242 (РЖМат, 1974, 2А219)
223. *Хартли Б.*, О нормализаторном условии и мини-транзитивных группах подстановок. Алгебра и логика, 1974, *13*, № 5, 589—600 (РЖМат, 1975, 9А181)
224. *Хмелевский Ю. И.*, Системы уравнений в свободной группе. I. Изв. АН СССР. Сер. мат., 1971, *35*, № 6, 1237—1268 (РЖМат, 1972, 6А230)
225. —, Системы уравнений в свободной группе. II. Изв. АН СССР. Сер. мат.. 1972, *36*, № 1, 110—179 (РЖМат, 1972, 9А177)
226. *Чеботарь А. А.*, О вложении групп. Уч. зап. мат. кафедр. Тульск. гос. пед. ин-т. Геометрия и алгебра, 1970, вып. 2, 142—147 (РЖМат, 1971, 12А263)

227. —, Подгруппы групп с одним определяющим соотношением, не содержащие свободных подгрупп ранга 2. Алгебра и логика, 1971, *10*, № 5, 570—586 (РЖМат, 1972, 6А225)

228. —, Подгруппы групп с одним определяющим соотношением, представимые в виде вербального произведения нетривиальных подгрупп. Сб. науч. тр. кафедры высш. мат. Тульск. политехн. ин-т, 1972, вып. 1, 134—137 (РЖМат, 1973, 9А219)

229. —, Центр подгруппы группы с одним определяющим соотношением. В сб. «Вопр. теории групп и полугрупп». Тула, 1972, 96—105 (РЖМат, 1973, 8А194)

230. —, Подгруппы групп с одним соотношением, обладающие нормальными делителями, удовлетворяющими тождеству. Сиб. мат. ж., 1975, *16*, № 1, 139—148 (РЖМат, 1975, 7А316)

231. *Черніков М. С.*, Групи в яких інваріантна кожна абелева підгруппа, що не збігається зі своїм нормалізатором. Доповіді АН УРСР, 1974, *А*, № 11, 977—978, 1051 (РЖМат, 1975, 4А258)

232. *Черников С. Н.*, Бесконечные неабелевы группы с условием инвариантности для бесконечных неабелевых подгрупп. Докл. АН СССР, 1970, 194, № 6, 1280—1283 (РЖМат, 1971, 4А255)

233. —, Бесконечные неабелевы группы, в которых инвариантны все бесконечные неабелевы подгруппы. Укр. мат. ж., 1971, *23*, № 5, 604—628 (РЖМат, 1972, 2А300)

234. —, Некоторые виды бесконечных групп с заданной системой дополняемых бесконечных абелевых подгрупп. Алгебра и логика, 1976, *15*, № 6, 660—683 (РЖМат, 1977, 11А260)

235. —, О проблеме Шмидта. Укр. мат. ж., 1971, *23*, № 5, 598—603 (РЖМат, 1972, 2А288)

236. —, Обобщенные сверхразрешимые группы с системами дополняемых абелевых подгрупп. Докл. АН СССР, 1972, *205*, № 6, 1306—1309 (РЖМат, 1973, 1А211)

237. —, *Зайцев Д. І., Чарін В. С.*, Абстрактно — групові дослідження і теорія топологічних груп. Укр. мат. ж., 1973, 25, № 6, 772—783 (РЖМат, 1974, 6А303)

238. *Чопенко О. П.*, Об уравнениях над группами. В сб. «Тр. XXV Научн.-техн. конф. Секц. мат.» Моск. ин-т радиотехн., электрон. и автоматики. М., 1976, 163—168 (Рукопись деп. в ВИНИТИ 25 янв. 1977, № 307—77 ДЕП) (РЖМат, 1977, 5А150)

239. —, Об уравнениях над группами. Тезисы 14-й алг. конференции. Новосибирск, 1977, 79

240. *Шафиро А. А.*, Примеры локально конечных групп. Мат. заметки, 1973, *13*, № 1, 103—106 (РЖМат, 1973, 6А266)

241. —, *Шунков В. П.*, О локально конечных группах с черниковскими централизаторами инволюций. В сб. «Исследов. по теории групп». Красноярск, 1975, 128—146 (РЖМат, 1976, 6А263)

242. *Шахова Н. Г.*, Классы нильпотентности свободной группы произведения некоторых многообразий. Мат. заметки, 1976, *19*, № 1, 91—98 (РЖМат, 1976, 6А247)

243. *Шеина Г. В.*, О конечности базиса тождеств некоторых многообразий групп. Сиб. мат. ж., 1973, *14*, № 6, 1356—1359 (РЖМат, 1974, 3А156)

244. —, Об условии максимальности в нильпотентных группах. Вестн. Моск. ун-та. Мат. мех. 1974, № 3, 50—52 (РЖМат, 1974, 10А246)

245. *Ширванян В. Л.*, Вложение группы $B(\infty, n)$ в группу $B(2, n)$. Изв. АН СССР. Сер. мат., 1976, *40*, № 1, 190—208 (РЖМат, 1976, 7А262)

246. —, Независимые системы определяющих соотношений свободной периодической группы нечетного показателя. Мат. сб., 1976, *100*, № 1, 132—136 (РЖМат, 1976, 10А147)

247. *Шмелькин А. Л.* Сплетения алгебр Ли и их применение в теории групп. Труды Моск. мат. об-ва, 1973, *29*, 247—260

248. *Шунков В. П.*, О локально конечных группах с условием минимальности для абелевых подгрупп. Алгебра и логика. 9, № 5, 579—615 (РЖМат, 1971, 6А236)
249. —, Об одном классе p-групп. Алгебра и логика. 1970, *9*, № 4, 484—496 (РЖМат, 1971, 4А197)
250. —, О проблеме минимальности для локально конечных групп. Алгебра и логика, 1970, *9*, № 2, 220—248 (РЖМат, 1971, 1А202)
251. —, О сопряженности силовских p-подгрупп в SF-группах. Алгебра и логика, 1971, *10*, № 5, 587—597 (РЖМат, 1972, 6А242)
252. —, О локально конечных группах конечного ранга. Алгебра и логика. 1971, *10*, № 2, 199—225 (РЖМат, 1971, 12А277)
253. —, О периодических группах с почти регулярной инволюцией. Алгебра и логика, 1972, *11*, № 4, 470—493 (РЖМат, 1973, 10А217)
254. —, Об абелевых подгруппах в бипримитивно конечных группах. Алгебра и логика, 1973, *12*, № 5, 603—614 (РЖМат, 1974, 8А240)
255. —, О бесконечных централизаторах в группах. Алгебра и логика, 1974, *13*, № 2, 224—226 (РЖМат, 1975, 3А290)
256. —, Об одном признаке непростоты групп. Алгебра и логика. 1975, *14*, № 5, 576—603 (РЖМат, 1976, 7А266)
257. —, О достаточных признаках существования в группе бесконечных локально-конечных подгрупп. Алгебра и логика, 1976, *15*, № 6, 716—737 (РЖМат, 1977, 11А270)
258. —, О q-бипримитивно конечных группах с условием минимальности для q-подгрупп. Алгебра и логика, 1975, *14*, № 1, 61—78 (РЖМат, 1975, 10А258)
259. *Эйделькинд Д. И.*, О группах Магнуса. Мат. сб., 1973, *92*, № 2, 209—223 (РЖМат, 1974, 3А158)
260. —, Вербальные произведения групп Магнуса. Мат. сб., 1971, *85*, № 4, 504—526 (РЖМат, 1971, 12А255)
261. —, О точных представлениях относительно свободных групп. Алгебра и логика, 1971, *10*, № 4, 449—473 (РЖМат, 1972, 5А209)
262. *Ябанжи Г. Г.*, Теорема о свободе для групп с одним соотношением в многообразии $\mathfrak{N}_c\mathfrak{A}$. 6-й Всесоюзный симпозиум по теории групп. Тезисы докладов. Киев, 1978, 71 (РЖМат, 1979, 1А201К)
263. *Яковлев Б. В.*, Решеточные изоморфизмы разрешимых групп. Алгебра и логика, 1970, *9*, № 3, 349—369 (РЖМат, 1971, 1А193)
264. —, Пример решеточно изоморфных, но не изоморфных разрешимых групп без кручения. Алгебра и логика, 1975, *14*, № 4, 456—484 (РЖМат, 1976, 6А256)
265. —, Об условиях, при которых решетка изоморфна решетке подгрупп группы. Алгебра и логика, 1974, *13*, № 6, 694—712 (РЖМат, 1975, 11А293)
266. *Aanderaa S.*, A proof of Higman's embedding theorem using Britton extensions of groups. Word Problem. Amsterdam — London, 1973, 1—18 (РЖМат, 1974, 7А312)
267. *Adyan S. I.*, Burnside groups of odd exponent and irreducible systems of group identities. Word Problem. Amsterdam — London, 1973, 19—37 (РЖМат, 1974, 6А271)
268. —, Periodic groups of odd exponent. Lect. Notes Math., 1974, 372, 8—12 (РЖМат, 1975, 6А295)
269. *Allenby R. B. J. T.*, On the residual finiteness of permutational products of groups. J. Austral. Math. Soc., 1970, *11*, № 4, 504—506 (РЖМат, 1971, 9А172)
270. —, *Gregorac R. J.*, Generalised free products which are free products of locally extented residually finite groups. Math. Z., 1971, *120*, № 4, 323—325 (РЖМат, 1971, 12А262)
271. —, —, Residual properties of nilpotent and supersolvable groups. J. Algebra, 1972, *23*, № 3, 565—573 (РЖМат, 1973, 5А205)
272. —, —, On locally extented residually finite groups. Lect. Notes Math., 1973, *319*, 9—17 (РЖМат, 1973, 10А221)

273. —, *Tang C. Y.*, On the Frattini subgroup of a residually finite generalized free product. Proc. Amer. Math. Soc., 1975, *47*, № 2, 300—304 (РЖМат, 1976, 1А239)
274. —, —, On the Frattini subgroups generalized free products and the embedding of amalgams. Trans. Amer. Math. Soc., 1975, 203, 319—330 (РЖМат, 1976, 1А240)
275. *Amberg B.*, Abelian factorizations of infinite groups. Math. Z., 1971, *123*, № 3, 201—214 (РЖМат, 1972, 4А259)
276. —, *Scott W. R.*, Products of Abelian subgroups. Proc. Amer. Math. Soc., 1970, *26*, № 4, 541—547 (РЖМат, 1971, 9А171)
277. *Anderson M. P.*, Exactness properties of profinite completion functors. Topology, 1974, *13*, № 3, 229—239 (РЖМат, 1975, 5А396)
278. *Anshel M.*, The endomorphisms of certain one-relator groups and the generalized Hopfian problem. Bull. Amer. Math. Soc., 1971, *77*, № 3, 348—350 (РЖМат, 1971, 12А250)
279. —, Non-Hopfian groups with fully invariant kernels. I. Trans. Amer. Math. Soc., 1972, *170*, Aug., 231—237 (РЖМат, 1973, 7А221)
280. —, Non-Hopfian groups with fully invariant kernels. II. J. Algebra, 1973, *24*, № 3, 473—485 (РЖМат, 1976, 6А245)
281. —, Decision problems for *HNN* groups and vector additions systems. Math. Comput., 1976, *30*, № 133, 154—156 (РЖМат, 1977, 3А161)
282. —, Conjugate powers in *HNN* groups. Proc. Amer. Math. Soc., 1976, *54*, 19—23 (РЖМат, 1976, 12А280)
283. —, The conjugacy problem for *HNN* groups and word problem for commutative semigroups. Proc. Amer. Math. Soc., 1976, *61*, № 2, 223—224 (РЖМат, 1977, 11А218)
284. —, *Prener R.*, On free products of finite abelian groups. Proc. Amer. Math. Soc., 1972, *34*, № 2, 343—345 (РЖМат, 1973, 3А247)
285. —, *Stebe P.*, The solvability of the conjugacy problem for certain *HNN* groups. Bull. Amer. Math. Soc., 1974, *80*, № 2, 266—270 (РЖМат, 1974, 12А182)
286. —, —, Conjugate powers in free products with amalgamation. Houston J. Math., 1976, *2*, № 2, 139—147 (РЖМат, 1976, 11А223)
287. *Appel K. I.*, One-variable equations in free groups. Proc. Amer. Math. Soc., 1968, *19*, № 4, 912—918 (РЖМат, 1971, 8А172)
288. *Artamonov V. A.*, Projective metabelian nonfree groups. Bull. Austral. Math. Soc., 1975, *13*, № 1, 101—115 (РЖМат, 1976, 4А189)
289. *Asar A. O.*, A conjugacy theorem for locally finite groups. J. London Math. Soc., 1973, *6*, № 2, 358—360 (РЖМат, 1973, 10А218)
290. —, On locally finite groups with min-2. J. London Math. Soc., 1975, *9*, № 4, 513—517 (РЖМат, 1975, 11А306)
291. *Atkinson M. D.*, Ordering finite groups by involvement. J. Austral. Math. Soc., 1975, *19*, № 4, 431—436 (РЖМат, 1975, 12А221)
292. *Auslander L.*, The automorphism group of a polycyclic group. Ann. Math., 1970, *89*, № 2, 314—322 (РЖМат, 1971, 1А199)
293. *Avenhaus J.*, *Madlener K.*, Komplexitatsunterchungen für Einrelatorgruppen. Z. angew. Math. und Mech., 1977, *57*, № 5, T313—T314 (РЖМат, 1977, 12А211)
294. *Babakhanian A.*, Cohomological methods in group theory. (Pure and Appl. Math., Vol. 11). New York, Marcel Dekker, 1972, X, 241 pp (РЖМат, 1973, 5А405)
295. *Bachmuth S.*, Exceptional primes in varieties. Lect. Notes Math., 1973, *319*, 19—25 (РЖМат, 1973, 10А205)
296. —, *Formanek E.*, *Mochizuki H. Y.*, IA-automorphism of certain two-generator torsion-free groups. J. Algebra, 1976, *40*, № 1, 19—30 (РЖМат, 1977, 1А210)
297. —, *Mochizuki H. Y.*, Third Engel groups and the Macdonald — Neumann conjucture. Bull. Austral. Math. Soc., 1971, *5*, № 3, 379—386 (РЖМат, 1972, 5А229)

298. —, —, *Weston K.*, A group of exponent 4 with derived length at least 4. Proc. Amer. Math. Soc., 1973, *39*, № 2, 228—234 (РЖМат, 1974, 2А220)
299. —, —, A criterion for non-solvability of exponent 4 groups. Communs Pure and Appl. Math., 1973, *26*, № 5-6, 601—608 (РЖМат, 1974, 11А271)
300. —, —, Automorphisms of solvable groups. Bull. Amer. Math. Soc., 1975, *81*, № 2, 420—422 (РЖМат, 1975, 12А232)
301. —, —, *Walkup D.*, A nonsolvable group of exponent 5. Bull. Amer. Math. Soc., 1970, *76*, № 3, 638—640 (РЖМат, 1971, 2А194)
302. *Baer R.*, Automorphismengruppen von Gruppen mit endlichen Bahnen glichmäbig beschrankter Mächtigkeit. J. reine angew. Math., 1973, *262—263*, 93—119 (РЖМат, 1974, 6А293)
303. *Bagherzadeh G. H.*, Commutativity in groups with bipolar structure. J. London Math. Soc., 1976, *13*, № 3, 443—453 (РЖМат, 1977, 2А241)
304. —, Commutativity in one-relator groups. J. London Math. Soc., 1976, *13*, № 3, 459—471 (РЖМат, 1977, 2А242)
305. *Baldwin J. T., Saxl J.*, Logical stability in group theory. J. Austral. Math. Soc., 1976, 21 (Ser. A), 267—276 (РЖМат, 1977, 2А85)
306. *Basarab S. A.*, On the elementary theories of Abelian profinite proups and abelian torsion groups. Rev. roum. math. pures et appl. 1977, *22*, № 3, 299—309 (РЖМат, 1977, 11А217)
307. *Bass H.*, The degree of polynomial growth of finitely generated nilpotent groups. Proc. London Math. Soc., 1972, *25*, № 4, 603—614 (РЖМат, 1973, 4А283)
308. —, Some remarks on group actions on trees. Communs Algebra, 1976, *4*, № 12 (РЖМат, 1977, 8А257)
309. —, Euler characteristics and characters of discrete groups. Invent. Math., 1976, *35*, 155—196 (РЖМат, 1977, 5А280)
310. *Baudisch A.*, Die elementare theorie der Gruppe vom Typ p^{∞} mit Untergruppen. Z. Math. Log. und Grundl. Math., 1975, *21*, № 4, 347—352 (РЖМат, 1976, 3А196)
311. *Baumslag G.*, A finitely generated, infinitely related group with trivial multiplicator. Bull. Austral. Math. Soc., 1971, *5*, № 1, 131—136 (РЖМат, 1972, 2А515)
312. —, Lecture notes on nilpotent groups. Providance (R. I.). Amer. math. Soc., 1971, 73 pp (РЖМат, 1973, 4А323К)
313. —, Finitely generated cyclic extensions of free groups are residually finite. Bull. Austral. Math. Soc., 1971, *5*, № 1, 87—94 (РЖМат, 1971, 12А278)
314. —, Positive one-relator groups. Trans. Amer. Math. Soc., 1971, *156*, May, 165—183 (РЖМат, 1972, 1А338)
315. —, On finitely presented metabelian groups. Bull. Amer. Math. Soc., 1972, *78*, № 2, 279 (РЖМат, 1972, 11А142)
316. —, A finitely presented metabelian group with abelian derived group of infinite rank. Proc. Amer. Math. Soc., 1972, *35*, № 1, 61—62 (РЖМат, 1973, 5А204)
317. —, Some remarks about multiplicators and finitely presented groups. Math. Z., 1972, *126*, № 3, 239—242 (РЖМат, 1973, 1А379)
318. —, On generalised free products of torsion-free nilpotent groups. I. Ill. J. Math., 1972, *16*, № 3, 526—528 (РЖМат, 1973, 2А204)
319. —, A non-cyclic, locally free, free-by-cyclic group all of whose finite factor groups are cyclic. Bull. Austral. Math. Soc., 1972, *6*, № 2, 313—314 (РЖМат, 1972, 9А172)
320. —, Subgroups of finitely presented metabelian groups. J. Austral. Math. Soc., 1973, *16*, № 1, 98—110 (РЖМат, 1974, 5А254)
321. —, A finitely presented solvable group that is not residually finite. Math. Z., 1973, № 2, 125—127 (РЖМат, 1974, 3А170)
322. —, Finitely presented metabelian groups. Lect. Notes Math., 1974, 372, 65—74 (РЖМат, 1975, 6А319)

323. —, Residually finite groups with the same finite images. Compos. math., 1974, *29*, № 3, 249—252 (РЖМат, 1975, 8А281)
324. —, Some problems on one-relator groups. Lect. Notes Math., 1974, *372*, 75—81 (РЖМат, 1975, 6А296)
325. —, A remark on groups with trivial multiplicator. Amer. J. Math., 1975, *97*, № 4, 863—864 (РЖМат, 1976, 12А471)
326. —, Direct decompositions of finitely generated torsion-free nilpotent groups. Math. Z., 1975, *145*, № 1, 1—10 (РЖМат, 1976, 4А197)
327. —, Multiplicators and metabelian groups. J. Austral. Math. Soc. 1976, *22*, № 3, 305—312 (РЖМат, 1977, 9А261)
328. —, *Bieri R.*, Constructable solvable groups. Math. Z., 1976, *151*, № 3, 249—257 (РЖМат, 1977, 8А415)
329. — *Cannonito F., Miller C. F.*, III. Infinitely generated subgroups of finitely presented groups. I. Math. Z., 1977, *153*, № 2, 117—134 (РЖМат, 1977, 11А256)
330. —, *Karrass A., Solitar D.*, Torsion-free groups and amalgamated products. Proc. Amer. Math. Soc., 1970, *24*, № 4, 688—690 (РЖМат, 1971, 9А166)
331. —, *Levin F.*, Algebraically closed torsion-free nilpotent groups of class 2. Communs Algebra, 1976, 533—560 (РЖМат, 1976, 12А284)
332. —, —, A tree product with a non-power amalgamated is not residually free. Math. Z., 1976, *151*, № 3, 235—237 (РЖМат, 1977, 7А214)
333. —, *Stammbach U.*, A non-free parafree group all of whose countable subgroups are free. Math. Z., 1976, *148*, № 1, 63—65 (РЖМат, 1976, 12А271)
334. —, —, On the inverse limit of free nilpotent groups. Comment. Math. helv., 1977, *52*, № 2, 219—233 (РЖМат, 1977, 12А231)
335. —, *Strebel R.*, Some finitely generated, infinitely related metabelian groups with trivial multiplicator. J. Algebra, 1976, *40*, № 1, 46—62 (РЖМат, 1977, 4А404)
336. —, *Tretkoff M.*, Residually finite HNN extensions. Communs Algebra, 1978, *6*, № 2, 179—184
337. *Baur W., Cherlin G., Macintyre A.*, Totally categorical groups and rings. Preprint, 1976
338. *Bayes A. J., Kautsky J., Wamsley J. W.*, Computation in nilpotent groups (application). Lect. Notes Math., 1974, *372*, 82—89 (РЖМат, 1975, 6А324)
339. *Beetham M. J., Campbell C. M.*, A note on the Todd-Coxeter coset enumeration algorithm. Proc. Edinburgh Math. Soc., 1976, *20*, № 1, 73—79 (РЖМат, 1976, 12А273)
340. *Belegradek O. V.*, Abstract 771—E42, Notices AMS, 1977, 24, A—393
341. —, Abstract 771—E47, Notices AMS, 1977, 24, A—436
342. *Berhier D.*, Stability of non-model-complete theories: products, groups. J. London Math. Soc. (2), 1975, 11, 453—464
343. *Bieri R.*, Groupes à dualité de Poincaré. C. r. Acad. sci., 1971, *273*, № 1, A6—A8 (РЖМат, 1972, 1А648)
344. —, Groupes à dualité de Poincaré et groupes résolubles. C. r. Acad. sci., 1972, *274*, № 23, A1608—A1611 (РЖМат, 1973, 1А376)
345. —, Gruppen mit Poincaré — Dualität. Comment. math. helv., 1972, *47*, № 3, 373—396 (РЖМат, 1973, 5А401)
346. —, Über die cohomologische Dimension der auflösbaren Gruppen. Math. Z., 1972, *128*, № 3, 235—243 (РЖМат, 1973, 4А502)
347. —, On groups of finite cohomological dimension and dualite groups over a ring. J. Pure and Appl. Algebra, 1975, *6*, № 1, 83—110 (РЖМат, 1975, 10А364)
348. —, Mayer-Vietoris sequences for *HNN*-groups and homological duality. Math. Z., 1975, *143*, № 2, 123—130 (РЖМат, 1976, 2А488)
349. —, Normal subgroups in duality groups and in groups of cohomological dimension 2. J. Pure and Appl. Algebra, 1976, 7, № 1, 35—51 (РЖМат, 1976, 8А518)

350. —, Homological dimension of discrete groups. Queen Mary college math. notes, 1976, 190 pp.
351. —, A group with torsion-free 2-divisible homology and Cappell's result on the Novikov conjecture. Invent. Math., 1976, *33*, № 2, 181—184 (РЖМат, 1977, 3A329)
352. —, *Eckmann B.*, Groupes à dualité homologique. C. r. Acad. sci., 1972, *275*, № 19, A899—A901 (РЖМат, 1973, 4A499)
353. —, —, Propriétés de finititude des groupes à dualité. C. r. Acad. sci., 1973, *276*, № 12, A831—A833 (РЖМат, 1973, 8A340)
354. —, —, Groups with homological duality generalizing Poincaré duality. Invent. math., 1973, *20*, № 2, 103—124 (РЖМат, 1974, 1A395)
355. —, —, Cobordism for Poincaré duality groups. Bull. Amer. Math. Soc., 1976, *82*, № 1, 137—139 (РЖМат, 1977, 2A431)
356. *Birman J. S.*, An inverse function theorem for free groups. Proc. Amer. Math. Soc., 1973, *41*, № 2, 634—638 (РЖМат, 1974,9A228)
357. *Boler J.*, Conjugacy in abelian-by-cyclic groups. Proc. Amer. Math. Soc., 1976, *55*, № 1, 17—21 (РЖМат, 1977, 3A162)
358. —, Subgroups of finitely presented metabelian groups of finite rank. J. Austral. Math. Soc., 1976, *22*, № 4, 501—508 (РЖМат, 1977, 10A139)
359. —, *Evans B.*, The free product of residually finite groups amalgamated along retracts is residually finite. Proc. Amer. Math. Soc., 1973, *37*, № 1, 50—52 (РЖМат, 1973, 11A207)
360. *Boone W. W.*, Word problems and recursively enumerable degrees of unsolvability. An emendation. Ann. Math., 1971, *94*, № 3, 389—391 (РЖМат, 1972, 6A246)
361. —, Between logic and group theory. Lect. Notes Math., 1974, *372*, 90—102 (РЖМат, 1975, 6A351)
362. —, *Collins D. J.*, Embeddings into groups with only a few defining relations. J. Austral. Math. Soc., 1974, *18*, № 1, 1—7 (РЖМат, 1975, 8A270)
363. —, *Higman G.*, An algebraic characterization of groups with soluble word problem. J. Austral. Math. Soc., 1974, *18*, 41—53 (РЖМат, 1975, 7A314)
364. *Bowers J. F.*, Residually nilpotent groups. J. London Math. Soc., 1975, *11*, № 1, 1—6 (РЖМат, 1976, 3A252)
365. —, *Stonehewer S. E.*, A theorem of Mal'cev on periodic subgroups of soluble groups. Bull. London Math. Soc., 1973, *5*, № 3, 323—324 (РЖМат, 1974, 5A253)
366. *Boydron Y.*, Progressivité dans les produits libres. C. r. Acad. sci., 1971, *273*, № 18, A799—A801 (РЖМат, 1972, 5A214)
367. —, Conjugaison des sous-groupes d'un group libre. C. r. Acad. sci., 1973, *276*, № 22, A1447—A1448 (РЖМат, 1973, 11A197)
368. —, Algorithmes dans les produits libres. C. r. Acad. sci., 1976, *282*, № 3, A135—A138 (РЖМат, 1976, 8A313)
369. —, *Truffault B.*, Classes doubles dans un groupe libre. C. r. Acad. sci., 1974, *A279*, 773—775 (РЖМат, 1975, 8A260)
370. —, —, Problème de l'ordre généralisé pour les groupes libres. C. r. Acad. sci., 1974, *A279*, № 25, 843—845 (РЖМат, 1975, 8A261)
371. *Brady J. M.*, On soluble just-non-Cross varieties of groups. Bull. Austral. Math. Soc., 1970, *3*, № 3, 313—323 (РЖМат, 1971, 6A211)
372. —, *Bryce R. A.*, *Cossey J.*, On certain abelian-by-nilpotent varieties. Bull. Austral. Math. Soc., 1969, *1*, № 3, 403—416 (РЖМат, 1971, 1A188)
373. *Brahana T. R.*, On the isomorphism problem for finitely generated torsion free class 2 nilpotent groups. Glas. mat., 1972, *7*, № 2, 167—172 (РЖМат, 1973, 7A224)
374. *Brieskorn E.*, *Saito Kyoji*, Artin-Gruppen und Coxeter-Gruppen. Invent. math., 1972, *17*, № 4, 245—271 (РЖМат, 1973, 5A195)
375. *Brigham R. C.*, On the isomorphism problem for just-infinite groups. Communs Pure and Appl. Math., 1971, *24*, № 6, 789—796 (РЖМат, 1972, 8A292)
376. *Brisley W.*, Some problems in varieties of groups. Bull. Austral. Math. Soc., 1970, *2*, № 2, 281—282 (РЖМат, 1971, 1A186)

377. —, Varieties of metabelian p-groups of class p, $p+1$. J. Austral. Math. Soc., 1971, *12*, № 1, 53—62 (РЖМат, 1971, 7А236)
378. —, *Kovács L. G.*, On soluble groups of prime-power exponent. Bull. Austral. Math. Soc., 1971, *4*, № 3, 389—396 (РЖМат, 1972, 1А341)
379. *Britton J. L.*, The existence of infinite Burnside groups. Word Problem. Amsterdam — London, 1973, 67—348 (РЖМат, 1974, 12А173)
380. —, Some infinite factor groups of Burnside groups. J. Austral. Math. Soc., 1974, *18*, № 1, 8—9 (РЖМат, 1975, 7А313)
381. *Brooks M. S.*, On varieties of metabelian groups of prime-power exponent. J. Austral. Math. Soc., 1972, *14*, № 2, 129—154 (РЖМат, 1973, 4А319)
382. —, On lattices of varieties of metabelian groups. J. Austral. Math. Soc., 1971, *12*, № 2, 161—166 (РЖМат, 1971, 9А159)
383. —, *Kovacs L. G., Newman M. F.*, A finite basis theorem for product varieties of groups. Bull. Austral. Math. Soc., 1970, *2*, № 1, 39—44 (РЖМат, 1971, 2А185)
384. *Brown K. S.*, Homological criteria for finiteness. Comment. math. helv., 1975, *50*, № 2, 129—135 (РЖМат, 1976, 1А417)
385. *Bruhat F., Tits J.*, Groups algebriques semi-simples sur un corps local. Publs Math. Inst. Hautes etudes scient, 1972, 41, 5—251
386. *Brunner A. M.*, Transitivity-systems of certain one-relator groups. Lect. Notes Math., 1974, *372*, 131—140 (РЖМат, 1975, 8А258)
387. —, A group with an infinite number of Nielsen inequivalent one-relator presentations. J. Algebra, 1976, *42*, № 1, 81—84 (РЖМат, 1977, 5А148)
388. *Bryant R. M.*, On s-critical groups. Quart. J. Math., 1971, *22*, № 85, 91—101 (РЖМат, 1971, 9А157)
389. —, Finite splitting groups in varieties of groups. Quart. J. Math., 1971, *22*, № 86, 169—172 (РЖМат, 1972, 1А335)
390. —, On join varieties of groups. Math. Z., 1971, *119*, № 2, 143—148 (РЖМат, 1971, 9А161)
391. —, On the laws of the variety $s\mathfrak{A}_l$. J. Austral. Math. Soc., 1972, *14*, № 3, 364—367 (РЖМат, 1973, 5А197)
392. —, On locally finite varieties of groups. Proc. London Math. Soc., 1972, *24*, № 3, 395—408 (РЖМат, 1972, 11А140)
393. —, Some infinitely based varieties of groups. J. Austral. Math. Soc., 1973, *16*, № 1, 29—32 (РЖМат, 1974, 5А248)
394. —, Characteristic subgroups of free groups. Lect. Notes Math. 1974, *372*, 141—149 (РЖМат, 1975, 7А317)
395. —, *Kovacs L. G.*, The skeleton of a variety of groups. Bull. Austral. Math. Soc., 1972, *6*, № 3, 357—378 (РЖМат, 1972, 12А206)
396. —, *Newman M. F.*, Some finitely based varieties of groups. Proc. London Math. Soc., 1974, *28*, № 2, 237—252 (РЖМат, 1974, 10А236)
397. *Bryce R. A.*, Metabelian varieties of groups. Lect. Notes Math., 1974, *372*, 150—157 (РЖМат, 1975, 7А320)
398. —, Centre-abelian-by-nilpotent varieties of groups. J. London Math. Soc., 1976, *212*, № 3, 337—350 (РЖМат, 1976, 8А312)
399. —, Varieties of metabelian p-groups. J. London Math. Soc., 1976, *13*, № 2, 363—380 (РЖМат, 1977, 2А243)
400. —, *Cossey J.*, Some product varieties of groups. Bull. Austral. Math. Soc. 1970, *3*, № 2, 231—264 (РЖМат, 1971, 9А163)
401. *Burns R. G.*, On finitely generated subgroups of free products. J. Austral. Math. Soc., 1971, *12*, № 3, 358—364 (РЖМат, 1971, 12А260)
402. —, On the intersection of finitely generated subgroups of a free group. Math. Z., 1971, *119*, № 2, 121—130 (РЖМат, 1971, 10А89)
403. —, On the finitely generated subgroups of an amalgamated product of two groups. Trans. Amer. Math. Soc., 1972, *169*, July, 293—306 (РЖМат, 1973, 5А198)
404. —, Finitely generated subgroups of *HNN*-groups. Can. J. Math., 1973, *25*, № 5, 1103—1112 (РЖМат, 1974, 6А269)
405. —, On the rank of the intersection of subgroups of a Fuchsian group. Lect. Notes Math., 1974, *372*, 165—187 (РЖМат, 1975, 7А311)

406. —, A proof of the Freiheitssatz and the Cohen — Lyndon theorem for one-relator groups. J. London Math. Soc., 1974, *7*, № 3, 508—514 (РЖМат, 1974, 9А227)
407. —, *Edmunds C. C., Farouqi I. H.*, On commutator equalities and stabilizers in free groups. Can. Math. Bull., 1976, *19*, № 3, 263—267 (РЖМат, 1977, 11А255)
408. —, —, *Rormanek E.*, The equations $s^{-1}t^{-1}st=u^{-1}v^{-1}uv$ in a free product of groups. Math. Z., 1977, *153*, № 1, 83—88 (РЖМат, 1977, 8А250)
409. *Burroughs J. E., Schafer J. A.*, Subgroups of conjugate classes in extensions. Can. J. Math., 1970, *22*, № 4, 773—783 (РЖМат, 1971, 6А230)
410. *Calugareanu G.*, Invariants de contraction dans les groupes. Stud. Univ. Babeş-Bolyai. Ser. math.-mech., 1971 *16*, № 1, 9—27 (РЖМат, 1971, 12А249)
411. *Campbell C. M., Robertson E. F.*, On a group presentation due to Fox. Can. Math. Bull., 1976, *19*, № 2, 247—248 (РЖМат, 1977, 6А172)
412. *Cannonito F. B.*, The algebraic invariance of the word problem in groups. Word Problem. Amsterdam — London, 1973, 348—364 (РЖМат, 1974, 7А340)
413. —, *Gatterdam R. W.*, The word problem in polycyclic groups is elementary. Compos. Math., 1973, *27*, № 1, 39—45 (РЖМат, 1974, 7А116)
414. —, —, The word problem and power problem in 1-relator groups are primitive recursive. Pacif. J. Math., 1975, *61*, № 2, 351—359 (РЖМат, 1976, 11А68)
415. *Cappell S. E.*, On homotopy invariance of higher signatures. Invent. math., 1976, *33*, № 2, 171—179 (РЖМат, 1977, 2А637)
416. *Chau T. C.*, The laws of some nilpotent groups of small rank. J. Austral. Math. Soc., 1974, *17*, № 2, 129—132 (РЖМат, 1975, 1А286)
417. *Chen Y. C.*, Cohomology spaces of a group. Tamkang. J. Math., 1973, *4*, № 2, 51—56 (РЖМат, 1975, 11А447)
418. *Cheng Y.*, On automorphism groups of $\mathfrak{P}$-groups. Tamkang. J. Math., 1976, 7, № 1, 23—25 (РЖМат, 1977, 4А226)
419. *Chipman J. C.*, Subgroups of free products with amalgamated subgroups: a topological approach. Amer. Math. Soc., 1973, *181*, 77—87 (РЖМат, 1974, 6А282)
420. *Chiswell I. M.* The cohomological dimension of 1-relator groups. J. London Math. Soc., 1975, *11*, № 3, 381—382 (РЖМат, 1976, 3А399)
421. —, Exact sequences associated with a graph of groups. J. Pure and Appl. Algebra, 1976, *8*, № 1, 63—74 (РЖМат, 1976, 12А469)
422. —, Euler characteristics of groups. Math. Z., 1976, *147*, № 1, 1—11 (РЖМат, 1976, 9А393)
423. —, Abstract length functions in groups. Math. Proc. Cambridge Phil. Soc., 1976, *80*, № 3, 451—463 (РЖМат, 1977, 7А222)
424. —, The Grushko-Neumann theorem. Proc. London Math. Soc., 1976, *33*, № 3, 385—400 (РЖМат, 1977, 5А149)
425. *Clapham C. R. J.*, The conjugacy problem for a free product with amalgamation. Arch. Math., 1971, *22*, № 4, 358—362 (РЖМат, 1972, 3А190)
426. *Clare F.*, Operations on elementary classes of groups. Algebra univers., 1975, *5*, № 1, 120—124 (РЖМат, 1976, 2А218)
427. *Cohen* D. E., Groups of cohomological dimension one. Lect. Notes Math., 1972, *245,* 99 pp. (РЖМат, 1972, 8А454)
428. —, Group with free subgroups of finite index. Lect. Notes Math., 1973, *319*, 26—44 (РЖМат, 1974, 1А216)
429. —, Classes of automorphisms of free groups of infinite rank. Trans. Amer. Math. Soc., 1973, *177*, March, 99—120 (РЖМат, 1974, 2А218)
430. —, Finitely generated subgroups of amalgamated free products and *HNN* groups. J. Austral. Math. Soc., 1976, *22*, № 3, 274—281 (РЖМат, 1977, 9А253)
431. —, Combinatorial group theory. A topological approach. Queen Mary College. London, 1978.

432. *Collins D. J.*, On embedding groups and the conjugacy problem. J. London Math. Soc., 1969, *1*, № 4, 674—682 (РЖМат, 1972, 2А286)
433. —, Truth-table degrees and the Boone groups. Ann. Math., 1971, *94*, № 3, 392—396 (РЖМат, 1972, 6А247)
434. —, The word, power and order problems in finitely presented groups. Word Problem, Amsterdam — London, 1973, 401—420 (РЖМат, 1974, 6А299)
435. —, Free subgroups of small cancellation groups. Proc. London Math. Soc., 1973, *26*, № 2, 193—206 (РЖМат, 1973, 8А189)
436. —, *Miller C. F.*, III, The conjugacy problem and subgroups of finite index. Proc. London Math. Soc., 1977, *34*, № 3, 535—556 (РЖМат, 1977, 11А247)
437. *Comerford L. P., Jr.*, Real elements in small cancellation group. Math. Ann., 1974, *208*, № 4, 279—293 (РЖМат, 1974, 12А176)
438. —, Powers and conjugacy in small cancellation groups. Arch. Math., 1975, *26*, № 4, 353—360 (РЖМат, 1976, 2А258)
439. —, *Truffault B.*, The conjugacy problem for free products of sixth-groups with cyclic amalgamation. Math. Z., 1976, *149*, № 2, 169—181 (РЖМат, 1977, 1А172)
440. *Conway J. H., Coxeter H. S. M., Shephard G. C.*, The centre of a finitely generated group. Tensor, 1972, *25*, 405—418 (РЖМат, 1974, 2А213)
441. *Cossey J.*, Laws in nilpotent-by-finite groups. Proc. Amer. Math. Soc., 1968, *19*, № 3, 685—688 (РЖМат, 1971, 7А235)
442. —, Critical groups and the lattice of varieties. Proc. Amer. Math. Soc., 1969, *20*, № 1, 217—221 (РЖМат, 1971, 9А162)
443. —, On decomposable varieties of groups. J. Austral. Math. Soc., 1970, *11*, № 3, 340—342 (РЖМат, 1971, 5А234)
444. —, On non-Cross varieties of *A*-groups. J. Austral. Math. Soc., 1972, *13*, 159—166 (РЖМат, 1972, 11А141)
445. —, *Smythe N.*, *HNN* groups and groups with center. Ann. Math. Stud. 1975, № 84, 87—99 (РЖМат, 1976, 6А252)
446. *Crowell R. H., Smythe N.*, The subgroup theorem for amalgamated free products, *HNN*-constructions and colimits. Lect. Notes Math., 1974, *372*, 241—280 (РЖМат, 1975, 8А268)
447. *Curran P. M.*, Cohomology of finitely presented groups. Pacif. J. Math., 1972, *42*, № 3, 615—620 (РЖМат, 1973, 5А403)
448. *Dalek K.*, On the Hall formula in nilpotent and solvable groups. Bull. Acad. pol. sci. Sér. sci. math., astron. et phys., 1975, *23*, № 8, 829—837 (РЖМат, 1976, 6А259)
449. *Dark R., Rhemtulla A. H.*, On R_0-closed classes, and finitely generated groups. Can. J. Math., 1970 *22*, № 1, 176—184 (РЖМат, 1971, 2А191)
450. *Dey I. M.*, Embeddings in non-Hopf groups. J. London Math. Soc., 1969, *1*, № 4, 745—749 (РЖМат, 1972, 1А337)
451. —, *Neumann H.*, The Hopf property of free products. Math. Z., 1970, *117*, № 1-4, 325—339 (РЖМат, 1971, 6А216)
452. *Dietze A., Schaps M.*, Determining subgroups of a given finite index in a finitely presented group. Can. J. Math., 1974, *26*, № 4, 769—782 (РЖМат, 1975, 3А286)
453. *Djoković D. Z., Tang C. Y.*, On the Frattini subgroup of the generalized free product with amalgamation. Proc. Amer. Math. Soc., 1972, 32, № 1, 21—23 (РЖМат, 1972, 11А143)
454. *Dunwoody M. J.*, The Hopficity of F/R'. Bull. London Math. Soc., 1971, *3*, № 1, 18—20 (РЖМат, 1972, 8А272)
455. —, Relation modules. Bull. London Math. Soc., 1972, *4*, № 2, 151—155 (РЖМат, 1973, 6А403)
456. —, *Pietrowski A.*, Presentations of the trefoil group. Can. Math. Bull., 1973, *16*, № 4, 517—520 (РЖМат, 1975, 1А285)
457. *Dwyer W. G.*, Homology, Massey products and maps between groups. J. Pure and Appl. Algebra, 1975, *6*, № 2, 177—190 (РЖМат, 1976, 3А398)

458. —, Vanishing homology over nilpotent groups. Proc. Amer. Math. Soc., 1975, *49*, № 1, 8—12 (РЖМат, 1976, 7A473)
459. *Dyer J. L.*, On the residual finiteness of generalized free products. Trans. Amer. Math. Soc., 1968, *133*, № 1, 131—143 (РЖМат, 1971, 7A256)
460. —, A five lemma for free products of groups with amalgamations. Bull. Austral. Math. Soc., 1970, *3*, № 1, 85—96 (РЖМат, 1971, 6A217)
461. —, A criterion for automorphisms of certain groups to be inner. J. Austral. Math. Soc., 1976, *21*, № 2, 179—184 (РЖМат, 1976, 7A271)
462. —, *Formanek E.*, Complete automorphism groups. Bull. Amer. Math. Soc., 1975, *81*, № 2, 435—437 (РЖМат, 1976, 1A210)
463. —, —, The automorphism group of a free group is complete. J. London Math. Soc., 1975, *11*, № 2, 181—190 (РЖМат, 1976, 3A245)
464. —, —, Automorphism sequences of free nilpotent groups of class two. Math. Proc. Cambridge Phil., 1976, *79*, № 2, 271—279 (РЖМат, 1976, 10A150)
465. —, *Scott G. P.*, Periodic automorphisms of free groups. Communs Algebra, 1975, *3*, № 3, 195—201 (РЖМат, 1976, 4A198)
466. *Eckmann B., Stammbach U.*, On exact sequences in the homology of groups and algebras. Ill. J. Math., 1970, *14*, № 2, 205—215 (РЖМат, 1971, 3A315)
467. —, *Hilton P. J.*, On central group extensions and homology. Comment. Math. Helv., 1971, *46*, № 3, 345—355 (РЖМат, 1972, 3A354)
468. —, —, *Stammbach U.*, On the homology theory of central group extensions. II. The exact sequence in the general case. Comment. math. helv., 1972, *47*, № 2, 171—178 (РЖМат, 1973, 4A497)
469. —, —, —, On the homology theory of central group extension. Comment. Math. Helv., 1972, *47*, № 1, 102—122 (РЖМат, 1972, 12A330)
470. —, —, —, On the Schur multiplicator of a central quotient of a direct product of groups. J. Pure Appl. Algebra, 1973, *3*, № 1, 73—82 (РЖМат, 1973, 8A339)
471. *Edmunds C. C., Gupta N. D.*, On groups of exponent four. Lect. Notes Math., 1973, *319*, 57—70 (РЖМат, 1973, 12A240)
472. —, A short combinatorial proof of the Vaught conjecture. Can. Math. Bull., 1975, *18*, № 4, 607—608 (РЖМат, 1976, 10A146)
473. —, Products of commutators as products of squares. Can. J. Math., 1975, *27*, № 6, 1329—1335 (РЖМат, 1976, 9A223)
474. —, Some properties of quadratic words in free groups. Proc. Amer. Math. Soc., 1975, *50*, 20—22 (РЖМат, 1976, 4A182)
475. —, On the endomorphism problem for free groups. Communs Algebra, 1975, *3*, № 1, 1—20 (РЖМат, 1976, 4A181)
476. *Eklof P.*, Some model theory for abelian groups. J. Symb. Log., 1972, *37*, 335—341 (РЖМат, 1973, 3A125)
477. —, *Fisher E.*, The elementary theory of abelian groups. Ann. Math. Log., 1972, *4*, № 2, 115—171 (РЖМат, 1972, 10A61)
478. —, *Sabbagh G.*, Model-completitions and modeles. Ann. Math. Log., 1970, *2*, 251—295 (РЖМат, 1971, 7A101)
479. *Evans B.*, A class of π_c-groups closed under cyclic amalgamations. Bull. Amer. Math. Soc., 1973, *79*, № 1, 200—201 (РЖМат, 1973, 9A217)
480. —, Cyclic amalgamations of residually finite groups. Pacif. J. Math., 1974, *55*, № 2, 371—379 (РЖМат, 1975, 12A238)
481. *Farrell F. T.*, The second cohomology group of with $\mathbf{Z}_2G$-coefficients. Topology, 1974, *13*, 313—326 (РЖМат, 1975, 6A522)
482. —, Poincaré duality and groups of type (FP). Comment. math. helv., 1975, *50*, № 2, 187—195 (РЖМат, 1976, 1A429)
483. *Felgner U.*, On $\aleph_0$-categorical extra-special p-groups. Log. et anal., 1975, *18*, № 71—72, 407—498
484. —, $\aleph_0$-categorical stable groups. Math. Z., 1978, *160*, 27—49
485. *Fischer J.*, The subgroups of a tree product of groups. Trans. Amer. Math. Soc., 1975, *210*, 27—50 (РЖМат, 1976, 7A263)

486. —, Counterexamples to two problems on one-relator groups. Can. Math. Bull., 1976, *19*, № 3, 363—364 (РЖМат, 1977, 11A250)
487. —, *Karras A., Solitar D.*, On one-relator groups having elements of finite order. Proc. Amer. Math. Soc., 1972, *33*, № 2, 297—301 (РЖМат, 1973, 2A197)
488. *Formanek E.*, Conjugate separability in polycyclic groups. J. Algebra, 1976, *42*, № 1, 1—10 (РЖМат, 1977, 6A177)
489. *Fung W. K. H.*, Some theorems of Hall type. Arch. Math., 1977, *28*, № 1, 9—20 (РЖМат, 1977, 9A251)
490. *Gaglione A. M.*, On free products of finitely generated abelian groups. Trans. Amer. Math. Soc., 1974, *195*, № 468, 421—430 (РЖМат, 1975, 4A255)
491. *Gardiner A. D., Hartley B., Tomkinson M. J.*, Saturated formations and Sylow structure in locally finite groups. J. Algebra, 1971, *17*, № 2, 177—211 (РЖМат, 1971, 10A88)
492. *Gatterdam R. W.*, The computability of group construction. II. Bull. Austral. Math. Soc., 1973, *8*, № 1, 27—60 (РЖМат, 1973, 9A234)
493. *Gildenhuys D.*, One-relator groups that are residually of prime power order. J. Austral. Math. Soc., 1975, *19*, № 4, 385—409 (РЖМат, 1976, 1A238)
494. —, The cohomology of groups acting on trees. J. Pure and Appl. Algebra, 1975, *6*, № 3, 265—274 (РЖМат, 1976, 6A396)
495. —, A generalisation of Lyndon's theorem on the cohomology of one-relator groups. Can. J. Math., 1976, *28*, № 3, 473—480 (РЖМат, 1977, 1A365)
496. *Gilman R.*, Finite quotients of the automorphism group of a free group. Can. J. Math., 1977, *29*, № 3, 541—551 (РЖМат, 1977, 12A230)
497. *Giri R. D.*, On the bases for laws of finite groups of small orders. Publs math., 1974, *21*, № 1-2, 53—56 (РЖМат, 1976, 4A188)
498. *Graddon C. J., Hartley B.*, Basis normalizers and Carter subgroups in a class of locally finite groups. Proc. Cambridge Phil. Soc., 1972, *71*, № 2, 189—198 (РЖМат, 1972, 9A194)
499. *Gowdy S. O.*, On r-th roots in eighth-groups. Proc. Amer. Math. Soc., 1975, *51*, № 2, 253—259 (РЖМат, 1976, 12A274)
500. *Greenberg L., Newman M.*, Normal subgroups of the modular group. J. Res. Nat. Bur. Stand., 1970, *B74*, № 2, 121—123 (РЖМат, 1971, 5A250)
501. *Gregorac R. J.*, On residually finite generalized free products. Proc. Amer. Math. Soc., 1970, *24*, № 3, 553—555 (РЖМат, 1971, 12A258)
502. *Grossman E. K.*, Representations of the automorphism groups of free groups. J. Algebra, 1974, *30*, № 1-3, 388—399 (РЖМат, 1975, 2A286)
503. *Groves J. R. I.*, On varieties of soluble groups. Bull. Austral. Math. Soc., 1971, *5*, № 1, 95—109 (РЖМат, 1972, 2A283); II. Bull. Amer. Math. Soc., 1972, *7*, № 3, 437—441 (РЖМат, 1973, 10A202)
504. —, Varieties of soluble groups and a dichotomy of P. Hall. Bull. Austral. Math. Soc., 1971, *5*, № 3, 391—410 (РЖМат, 1972, 4A249)
505. —, Varieties of soluble groups. Bull. Austral. Math. Soc., 1972, *6*, № 1, 159—160 (РЖМат, 1972, 8A277)
506. —, On some finiteness conditions for varieties of metanilpotent groups. Arch. Math., 1973, *24*, № 3, 252—268 (РЖМат, 1973, 12A234)
507. —, On minimal irreqularp p-groups. J. Austral. Math. Soc., 1973, *16*, № 1, 78—89 (РЖМат, 1974, 6A275)
508. —, Regular groups in varieties of p-groups. Isr. J. Math., 1974, *19*, № 4, 382—388 (РЖМат, 1976, 3A232)
509. —, Extended Fitting series in varieties of soluble groups. J. Algebra, 1976, *39*, № 1, 208—217 (РЖМат, 1976, 12A277)
510. *Gruenberg K. W.*, Cohomological topics in group theory. Lect. Notes Math., 1970, *143*, 275 pp. (РЖМат, 1971, 3A326)
511. —, Ring theorétic methods and finiteness conditions in infinite soluble group theory. Lect. Notes Math., 1973, *319*, 75—84 (РЖМат, 1973, 12A241)

512. —, Relation modules of finite groups. Regional Conference series in Math., 1976, 25, Providence, Rhode Island, 82 pp.
513. *Grunewald F. J., Segal D.*, Residual nilpotence in polycyclic groups. Math. Z., 1975, *142*, № 3, 229—241 (РЖМат, 1975, 12А237)
514. —, —, Conjugacy in polycyclic groups. Communs Algebra, 1978, *6*, 18, 775—798
515. *Gupta C. K.*, On free groups of the variety $\mathfrak{A}\mathfrak{N}_2\wedge\mathfrak{N}_2\mathfrak{A}$ Can. Math. Bull., 1970, 13, № 4, 443—446 (РЖМат, 1971, 7А233)
516. —, On 2-metabelian groups (addendum). Arch. Math., 1971, *22*, № 4, 363 (РЖМат, 1972, 4А250)
517. —, The free centre-by-metabelian groups. J. Austral. Math. Soc., 1973, *16*, № 3, 294—299 (РЖМат, 1974, 7А318)
518. —, *Gupta N. D.*, Power series and matrix representations of certain relatively free groups. Lect. Notes Math., 1974, 372, 318—329 (РЖМат, 1975, 6А297)
519. —, —, *Rhemtulla A. H.*, Dichotomies in certain finitely generated soluble groups. J. London Math. Soc., 1971, *3*, № 3, 517—525 (РЖМат, 1972, 2А297)
520. *Gupta N.*, On metanilpotent varieties of groups. Can. J. Math., 1970, *22*, № 4, 875—877 (РЖМат, 1971, 7А232)
521. —, Third-Engel 2-groups are soluble. Can. Math. Bull., 1972, *15*, № 4, 523—524 (РЖМат, 1973, 9А197)
522. —, Certain commutator subgroups of groups. Communs Pure and Appl. Math., 1973, *26*, № 5-6, 699—702 (РЖМат, 1974, 10А231)
523. —, *Gupta N. D.*, On groups of exponent four. II. Proc. Amer. Math. Soc., 1972, *31*, № 2, 360—362 (РЖМат, 1972, 12А204)
524. —, *Levin F.*, Some symmetric varieties of groups. Bull. Austral. Math. Soc., 1970, *3*, № 1, 97—105 (РЖМат, 1971, 5А235)
525. —, —, Generating groups of certain soluble varieties. J. Austral. Math. Soc., 1974, *17*, № 2, 222—233 (РЖМат, 1975, 2А273)
526. —, —, Separating laws for free centre-by-metabelian nilpotent groups. Communs Algebra, 1976, *4*, № 3, 249—270 (РЖМат, 1976, 12А275)
527. —, *Passi I. B. S.*, Some properties of Fox subgroups of free groups. J. Algebra, 1976, *43*, № 1, 198—211 (РЖМат, 1977, 6А169)
528. —, *Quintana R. B.*, On groups of exponent four. III. Proc. Amer. Math. Soc., 1972, *33*, № 1, 15—19 (РЖМат, 1973, 1А206)
529. —, *Newman M. F.*, The nilpotensy class of finitely generated groups of exponent four. Lect. Notes Math., 1974, *372*, 330—332 (РЖМат, 1975, 6А320)
530. —, —, Groups of finite exponent. Bull. Austral. Math. Soc., 1975, *12*, № 1, 99 (РЖМат, 1975, 12А235)
531. —, *Weston K. W.*, On groups of exponent four. J. Algebra, 1971, *17*, № 1, 59—66 (РЖМат, 1971, 7А247)
532. —, *Levin F., Rhemtulla A.*, Chains of varieties. Can. J. Math., 1974, *26*, № 1, 190—206 (РЖМат, 1974, 9А231)
533. —, *Mochizuki H. Y., Weston K. W.*, On groups of exponent four with generators of order two. Bull. Austral. Math. Soc., 1974, *10*, № 1, 135—142 (РЖМат, 1974, 10А230)
534. *Gupta N. D., Wehrfritz B. A. F.*, Some residual properties of certain nilpotent-by-abelian groups. Arch. Math., 1976, *27*, № 5, 449—456 (РЖМат, 1977, 4А217)
535. *Gut A.*, A ten-term exact sequence in the homology of a group extension. J. Pure and Appl. Algebra, 1976, *8*, № 3, 243—260 (РЖМат, 1977, 3А334)
536. —, *Stammbach U.*, On exact sequences in homology associated with a group extension. J. Pure and Appl. Algebra, 1976, *7*, № 1, 15—34 (РЖМат, 1976, 8А517)
537. *Haebich W.*, The multiplicator of splitting extension. J. Algebra, 1977, *44*, № 2, 420—433 (РЖМат, 1977, 11А253)
538. *Hall M.*, Notes on groups of exponent four. Lect. Notes Math., 1973, *319*, 91—118 (РЖМат, 1973, 12А242)

539. *Hall P.*, On the embedding of group in a join of given groups. J. Austral. Math. Soc., 1974, 17, № 4, 434—495
540. *Harary F., Pickel P. F.*, Two conjectures on finitely generated nilpotent groups. Glas. mat., 1972, 7, № 1, 31—33 (РЖМат, 1973, 2A206)
541. *Harris L. F.*, An index of P. Hall for varieties of groups. Bull. Austral. Math. Soc., 1972, *6*, № 3, 399—405 (РЖМат, 1972, 12A207)
542. —, Varieties and section closed classes of groups. Bull. Austral. Math. Soc., 1973, *9*, № 3, 475—476 (РЖМат, 1974, 10A235)
543. —, A product variety of groups with distributive lattice. Proc. Amer. Math. Soc., 1974, *43*, № 1, 53—56 (РЖМат, 1975, 2A271)
544. —, The skeleton of a product variety of groups. Quart. J. Math., 1975, *26*, № 101, 75—97 (РЖМат, 1975, 12A220)
545. *Harrison N.*, Real length functions in groups. Trans. Amer. Math., Soc., 1972(1973), *174*, Dec., 77—106 (РЖМат, 1973, 10A200)
546. *Hartley B.*, F-abnormal subgroups of certain locally finite groups. Proc. London Math. Soc., 1971, *23*, № 1, 128—158 (РЖМат, 1972, 2A305)
547. —, Sylow subgroups of locally finite groups. Proc. London Math. Soc., 1971, 23, № 1, 159—192 (РЖМат, 1972, 2A307)
548. —, Serial subgroups of locally finite groups. Proc. Cambridge Phil. Soc., 1972, *71*, № 2, 199—201 (РЖМат, 1972, 9A195)
549. —, Some examples of locally finite groups. Arch. Math., 1972, *23*, № 3, 225—231 (РЖМат, 1973, 3A253)
550. —, Sylow p-subgroups and local p-solubility. J. Algebra, 1972, *23*, № 2, 347—369 (РЖМат, 1973, 5A209)
551. —, Sylow theory on locally finite groups. Compos. math., 1972, *25*, № 3, 263—280 (РЖМат, 1973, 5A210)
552. —, A note on $\mathfrak{F}$-reducibility. J. London Math. Soc., 1972, *6*, № 1, 161—168 (РЖМат, 1973, 7A227)
553. —, A class of modules over a locally finite group. I. J. Austral. Math. Soc., 1973, *16*, № 4, 431—442 (РЖМат, 1974, 9A249)
554. —, A note on the normalizer condition. Proc. Cambridge Phil. Soc., 1973, *74*, № 1, 11—15 (РЖМат, 1974, 1A219)
555. —, Sylow subgroups of locally finite groups. Lect. Notes Math., 1974, *372*, 337—346 (РЖМат, 1975, 6A340)
556. —, A class of modules over a locally finite group. II. J. Austral. Math. Soc., 1975, *19*, № 4, 437—469 (РЖМат, 1976, 2A268)
557. —, On residually finite p-groups. Symp. math. Ist. naz. alta mat. London—New York, 1975, 17, 225—234 (РЖМат, 1977, 2A267)
558. —, A class of modules over a locally finite group. III. Bull. Austral. Math. Soc., 1976, *14*, № 1, 95—110 (РЖМат, 1977, 1A213)
559. —, Splitting over the locally nilpotent residual for a class of locally finite groups. Quart. J. Math., 1976, *27*, № 108, 395—400 (РЖМат, 1977, 8A262)
560. —, The Schur-Zassenhaus theorem in locally finite groups. J. Austral. Math. Soc., 1976, *22*, № 4, 491—493 (РЖМат, 1977, 10A144)
561. —, A Conjecture of Bachmuth and Mochizuki on automorphisms of soluble groups. Can. J. Math., 1976, *28*, № 6, 1302—1310 (РЖМат, 1977, 8A259)
562. *Havas G.*, A Reidemeister—Schreier program. Lect. Notes Math., 1974, *372*, 347—356 (РЖМат, 1975, 6A298)
563. —, Computational approaches to combinatorial group theory. Bull. Austral. Math. Soc., 1974, *11*, № 3, 475—476 (РЖМат, 1975, 8A224)
564. *Heineken H.*, A class of three-Engel groups. J. Algebra, 1971, *17*, № 3, 341—345 (РЖМат, 1972, 4A262)
565. —, Normalizer condition and nilpotent normal subgroups. J. London Math. Soc., 1972, *4*, № 3, 458—460 (РЖМат, 1972, 10A152)
566. —, Maximale p-Untergruppen lokal endlicher Gruppen. Arch. Math., 1972, *23*, № 4, 351—361 (РЖМат, 1973, 4A329)
567. —, *Liebeck H.*, The occurence of finite groups in the automorphism group of nilpotent groups of class 2. Arch. Math., 1974, *25*, № 1, 8—16 (РЖМат, 1975, 1A288)

568. —, *Mohamed I. J.*, Groups with normalizer condition. Math. Ann., 1972, *198*, № 3, 179—187 (РЖМат, 1973, 4А322)
569. —, —, Nonnilpotent groups with normalizer condition. Lect. Notes Math., 1974, *372*, 357—360 (РЖМат, 1975, 6А311)
570. —, *Wilson J. S.*, Locally soluble groups with Min-*n*. J. Austral. Math. Soc., 1974, *17*, № 3, 305—318 (РЖМат, 1975, 6А312)
571. *Hempel J.*, Residual finiteness of surface groups. Proc. Amer. Math. Soc., 1972, *32*, № 1, 323 (РЖМат, 1972, 10А396)
572. *Hickin K.*, An embedding theorem for periodic groups. J. London Math. Soc., 1976, *14*, № 1, 63—64 (РЖМат, 1977, 5А151)
573. —, Homogeneous universal groups. Dissertation, Michigan Univ. 1977
574. —, Complete universal locally finite groups. Trans. Amer. Math. Soc., 1978, 239, 213—227
575. —, Macintyre A., Algebraically closed groups: embedding and centralizers. Preprint, 1978
576. —, *Phillips R. E.*, On classes of groups defined by systems of subgroups. Arch. Math., 1973, *24*, № 4, 346—350 (РЖМат, 1974, 6А276)
577. —, —, Local theorems and group extensions. Proc. Cambridge Phil. Soc., 1973, *73*, № 1, 7—20 (РЖМат, 1973, 6А267)
578. *Higgins C. A.*, Solubility in locally soluble *CZ*-groups. J. London Math. Soc., 1977, *15*, № 1, 81—87 (РЖМат, 1977, 11А264)
579. *Higgins P. J., Lyndon R. C.*, Equivalence of elements under automorphisms of a free group. J. London Math. Soc., 1974, *8*, № 2, 254—258 (РЖМат, 1975, 2А265)
580. *Higgins P. J.*, The fundamental groupoid of a graph of groups. J. London Math. Soc., 1976, *13*, № 1, 145—149 (РЖМат, 1976, 12А283)
581. *Higman G.*, Finitely presented infinite simple groups. Canberra, Austral. Nat. Univ., 1974, VII, 82 pp. (РЖМат, 1976, 1А236К)
582. *Hill R. O., Jr.*, A geometric interpretation of a classical group cohomology obstruction. Proc. Amer. Math. Soc., 1976, *54*, 405—412 (РЖМат, 1977, 1А363)
583. —, A relationship between group cohomology characteristic classes. Ill. J. Math., 1976, *20*, № 1, 30—40 (РЖМат, 1977, 4А407)
584. *Hilton P.*, Remarks on the localization of nilpotent groups. Communs Pure and Appl. Math., 1973, *26*, № 5-6, 703—713 (РЖМат, 1974, 11А448)
585. —, Localization and cohomology of nilpotent groups. Math. Z., 1973, 132, № 4, 263—268 (РЖМат, 1974, 3А305)
586. —, On *G*-spaces. Bol. soc. brasil. mat., 1976, *7*, № 1, 65—73 (РЖМат, 1978, 1А638)
587. —, The category of nilpotent groups and localization. Cah. topol. et geom. different. Ch. Ehresmann, 1973, *14*, № 2, 183—185 (РЖМат, 1974, 5А437)
588. —, On direct limits of nilpotent groups. Lect. Notes Math. 1974, *418*, 68—77 (РЖМат, 1975, 5А394)
589. —, Nilpotent actions on nilpotent groups. Lect. Notes Math., 1975, *450*, 174—196 (РЖМат, 1975, 12А222)
590. —, *Mislin G.*, Bicartesian squares of nilpotent groups. Comment. math. helv., 1975, *50*, № 4, 477—491 (РЖМат, 1977, 3А330)
591. —, —, On the genus of a nilpotent group with finite commutator subgroup. Math. Z., 1976, *146*, № 3, 201—211 (РЖМат, 1977, 5А273)
592. , *Stammbach U.*, On the differentials in the Lyndon—Hochschild—Serre spectral sequence. Bull. Amer. Math. Soc., 1973, *79*, № 4, 796—799 (РЖМат, 1974, 9А443)
593. —, —, On torsion in the differentials of the Lyndon—Hochschild—Serre spectral sequence. J. Algebra, 1974, *29*, № 2, 349—367 (РЖМат, 1974, 11А452)
594. —, —, On group actions on groups and associated series. Math. Proc. Cambridge Phil. Soc., 1976, 80, № 1, 43—55 (РЖМат, 1977, 4А222)
595. —, —, On localization and isolators. Houston J. Math., 1976, *2*, № 2, 195—206 (РЖМат, 1976, 11А275)

596. —, *Mislin G., Roitbery,* Localization of nilpotent groups and spaces. North.-Holl., Co., 1975
597. *Hirschfeld J., Wheeler W. H.,* Forcing, arithmetic, division rings. Berlin, Springer, 1975, VII, 266 pp. (РЖМат, 1978, 2А81К)
598. *Hirshon R.,* The intersection of the subgroups of finite index in some finitely presented groups. Proc Amer. Math. Soc., 1975, *53,* № 1, 32—36 (РЖМат, 1976, 8А310)
599. —, Some properties of endomorphisms in residually finite groups. J. Austral. Math. Soc., 1977, A24, № 1, 117—120
600. *Hoare A. H. M.,* On length functions and Nielsen methods in free groups. J. London Math. Soc., 1976, *14,* № 1, 188—192 (РЖМат, 1977, 5А147)
601. —, *Howard M., Karrass A., Solitar D.,* Subgroups of finite index of Fuchsian groups. Math. Z., 1971, *120,* № 4, 289—298 (РЖМат, 1972, 1А332)
602. —, —, —, —, Subgroups of infinite index in Fuchsian groups. Math. Z., 1972, *125,* № 1, 59—69 (РЖМат, 1972, 8А275)
603. *Hoffman F.,* Subgroups of holomorphs of groups. Amer. Math. Mon., 1976, *83,* № 2, 126—127 (РЖМат, 1977, 3А190)
604. *Houghton C. H.,* Directly decomposable finite relatively free groups. J. London Math. Soc., 1971, *4,* № 2, 381—384 (РЖМат, 1972, 4А251)
605. —, Ends of groups and the associated first cohomology groups. J. London Math. Soc., 1972, *6,* № 1, 81—92 (РЖМат, 1973, 6А398)
606. —, Ends of groups and baseless subgroups of wreath products. Compos. math., 1973, *27,* № 2, 205—211 (РЖМат, 1974, 9А234)
607. —, Cohomology and the behaviour at infinity of finitely pressented groups. J. London Math. Soc., 1977, *15,* № 3, 465—471 (РЖМат, 1978, 3А276)
608. —, *Segal D.,* Some sufficient conditions for groups to have one end. J. London Math. Soc., 1975, *10,* № 1, 89—96 (РЖМат, 1975, 11А448)
609. *Hulse J. A.,* Automorphism towers of polycyclic groups. J. Algebra, 1970, *16,* № 3, 347—398 (РЖМат, 1971, 6А229)
610. —, Automorphism towers of certain almost soluble groups. Proc. Cambridge Phil. Soc., 1973, *74,* № 3, 397—420 (РЖМат, 1974, 1974, 6А292)
611. *Humphreys J. F.,* Two-generator conditions for polycyclic groups. J. London Math. Soc., 1969, *1,* № 1, 21—29 (РЖМат, 1972, 1А339)
612. —, *McCutcheon J. J.,* A bound for the derived length of certain polycyclic rings. Proc. London Math. Soc., 1972, *24,* № 2, 257—294 (РЖМат, 1972, 2А299)
613. *Hurley T. C.,* Representations of some relatively free groups in power series rings. Proc. London, Math. Soc., 1972, *24,* № 2, 257—294 (РЖМат, 1972, 8А274)
614. —, On a problem of a Fox. Invent. math., 1973, *21,* № 1-2, 139—141 (РЖМат, 1974, 2А214)
615. —, The lower central factors of some relatively free groups. J. London Math. Soc., 1974, *7,* № 3, 476—482 (РЖМат, 1974, 9А237)
616. —, Some properties of certain relatively free groups. Proc. Amer. Math. Soc., 1975, *47,* № 2, 317—322 (РЖМат, 1975, 12А236)
617. *Hurwith R. D.,* On the conjugacy problem in a free product with commuting subgroups. Math. Ann., 1976, *221,* № 1, 1—8 (РЖМат, 1976, 10А149)
618. *Imrich W.,* On finitely generated subgroups of free groups. Arch. Math., 1977, *28,* № 1, 21—24 (РЖМат, 1977, 9А249)
619. *Jategaonkar A. V.,* Integral group rings of polycyclic-by-finite groups. J. Pure and Appl. Algebra, 1974, *47,* № 3, 337—343 (РЖМат, 1975, 2А316)
620. *Johnson D. L.,* Presentations of groups. London Math. Soc. Lect. Note Ser., 1976, № 22, 204 pp. (РЖМат, 1976, 8А309)
621. *Johnson F. E. A.,* On the first end invariant of an exact sequence. Mathematika (Gr. Brit.), 1975, *22,* № 1, 60—70 (РЖМат, 1976, 3А397)
622. —, Manifolds of homopopy K(π, 1). II. Poc. Cambridge Philos Soc., 1974, 165—173
623. —, *Wall C. T. C.,* On groups satisfying Poincaré duality. Ann. Math., 1972, *96,* № 3, 592—598 (РЖМат, 1973, 5А402)

624. *Johnson K. W.*, A computer calculation of homology in varieties of groups. J. London Math. Soc., 1974, *8*, № 2, 247—252 (РЖМат, 1975, 1A437)
625. —, Varietal generalisations of Schur multipliers, stem extensions and stem cowers. J. reine und angew. Math., 1974, *270*, 169—183 (РЖМат, 1975, 4A454)
626. *Jones G. A.*, Varieties and simple groups. J. Austral. Math. Soc., 1974, *17*, № 2, 163—173 (РЖМат, 1975, 2A270)
627. *Kappe L. C., Kappe W. P.*, On three-Engel groups. Bull. Austral. Math. Soc., 1972, *7*, № 3, 391—405 (РЖМат, 1973, 7A217)
628. *Kappe W. P.*, Automorphisms and Abelian subgroups. Symp. math. Ist. naz. alta mat., London—New York, 1975, *17*, 301—312 (РЖМат, 1977, 3A186)
629. *Kargapolov M. I.*, Some questions in the theory of soluble groups. Lect. Notes Math., 1974, *372*, 389—394 (РЖМат, 1975, 6A321)
630. *Karrass A., Solitar D.*, On the free product of two groups with an amalgamated subgroups of finite index in each factor. Proc. Amer. Math. Soc., 1970, *26*, № 1, 28—32 (РЖМат, 1971, 9A165)
631. —, —, The subgroups of a free product of two groups with an amalgamated subgroup. Trans. Amer. Math. Soc., 1970, *150*, № 1, 227—255 (РЖМат, 1971, 5A241)
632. —, —, Subgroups of *HNN* groups and groups with one defining relation. Can. J. Math., 1971, *23*, № 4, 627—643 (РЖМат, 1972, 4A244)
633. —, —, The free product of two groups with a malnormal amalgamated subgroup. Can. J. Math., 1971, *23*, № 6, 933—959 (РЖМат, 1972, 9A175)
634. —, —, On a theorem of Cohen and Lyndon about free bases for normal subgroups. Can. J. Math., 1972, *24*, № 6, 1086—1091 (РЖМат, 1973, 9A216)
635. —, —, On finitely generated subgroups which are of finite index in generalized free products. Proc. Amer. Math. Soc., 1973, *37*, № 1, 22—28 (РЖМат, 1973, 11A201)
636. —, *Pietrowski A., Solitar D.*, Finite and infinite cyclic extension of free groups. J. Austral. Math. Soc., 1973, *16*, № 4, 458—466 (РЖМат, 1974, 9A229)
637. —, —, —, An improved subgroup theorem for *HNN* groups with some applications. Can. J. Math., 1974, *26*, № 1, 214—224 (РЖМат, 1974, 10A229)
638. *Kegel O. H.*, Locally finite simple groups. Lect. Notes Math., 1974, *372*, 395—400 (РЖМат, 1975, 6A341)
639. —, Chain conditions and Sylow's theorem in locally finite groups. Symp. math. Ist. naz. alta mat. London—New York, 1975, *17*, 251—259 (РЖМат, 1977, 3A197)
640. —, *Wehrfritz B. A. F.*, Strong finiteness conditions in locally finite groups. Math. Z., 1970, *117*, № 1-4, 309—324 (РЖМат, 1971, 6A237)
641. —, —, Locally finite groups. North—Holland Publ., 1973, 210 pp. (РЖМат, 1973, 11A206K)
642. *Keller G.*, Amenable groups and varieties of groups. Ill. J. Math., 1972, *16*, № 2, 257—269 (РЖМат, 1972, 12A205)
643. *Kervaire M. A.*, Multiplicateurs de Schur et *K*-theorie. Essays Topol. and Relat Topics., 1970, 221—225 (РЖМат, 1971, 1A318)
644. *Klimowicz A. A.*, Sylow structure and basis normalizers in a class of locally finite groups. J. London Math. Soc., 1976, *13*, № 1, 69—79 (РЖМат, 1977, 1A214)
645. —, On certain locally finite groups with Abelian Sylow *p*-subgroups. J. London Math. Soc., 1976, *12*, № 3, 274—280 (РЖМат, 1976, 9A238)
646. —, Fitting theory in a class of locally finite groups. J. Algebra, 1976, *39*, № 1, 249—254 (РЖМат, 1977, 1A203)
647. *Knight J. T.*, A note on residually finite groups. Proc. Cambridge Phil. Soc., 1971, *69*, № 2, 255—256 (РЖМат, 1971, 8A187)
648. *Knop L. E.*, Normal subgroups of groups which are products of two Abe-

lian subgroups. Proc. Amer. Math. Soc., 1973, *40*, № 1, 37—41 (РЖМат, 1974, 5А250)
649. *Koppelberg S., Tits J.*, Une propriété des produits directs infinis de groupes finis isomorphes. C. r. Acad. sci., 1974, *A279*, 15, 583—585 (РЖМат, 1975, 6А306)
650. *Kovács L. G., Newman M. F.*, On non-Cross varieties of groups. J. Austral. Math. Soc., 1971, *12*, № 2, 129—144 (РЖМат, 1971, 9А158)
651. —, —, Hanna Neumann's problems on varieties of groups. Lect. Notes Math., 1974, *372*, 417—431 (РЖМат, 1975, 7А321)
652. —, *Vanghan-Lee M. R.*, A problem of Hanna Neumann on closed sets of group words. Bull. Austral. Math. Soc., 1971, *5*, № 3, 341—342 (РЖМат, 1972, 4А247)
653. *Larsen L.*, The solvability of the conjugacy problem for certain free products with amalgamation. J. Algebra, 1976, *43*, № 1, 28—41 (РЖМат, 1977, 7А186)
654. *Lausch H.*, Relative cohomology of groups. Lect. Notes Math., 1977, *573*, 66—72 (РЖМат, 1977, 12А423)
655. *Ledlie J. F.*, Representations of free metabelian D_π-groups. Trans. Amer. Math. Soc., 1971, *153*, Jan., 307—346 (РЖМат, 1971, 12А261)
656. *Lee R., Raymond F.*, Manifolds covered by Euclidean space. Topology, 1975, 14, 49—57 (РЖМат, 1975, 9А411)
657. *Leedham-Green C. R.*, Homology in varieties of groups. I, II, III. Trans. Amer. Math. Soc., 1971, 162, 1—14, 15—25, 27—33 (РЖМат, 1972, 8А460—8А462)
658. —, *Hurley T. C.*, Homology in varieties of groups. IY. Trans. Amer. Math. Soc., 1972, *170*, Aug., 293—303 (РЖМат, 1973, 6А402)
659. —, *McKay S.*, Baer-invariants, isologism, varietal laws and homology. Acta math., 1976, *137*, № 1-2, 99—150 (РЖМат, 1977, 5А281)
660. *Lemaire C.*, A new bound for the genus of a nilpotent group. Comment. math. helv., 1976, *51*, № 2, 163—169 (РЖМат, 1977, 1А205)
661. *Lennox J. C.*, On a centrality property of finitely generated torsion free soluble groups. J. Algebra, 1971, *18*, № 4, 541—548 (РЖМат, 1972, 4А264)
662. —, Finite Frattini factors in finitely generated soluble groups. Proc. Amer. Math. Soc., 1973, *41*, № 2, 356—360 (РЖМат, 1974, 8А236)
663. —, Bigenetic properties of finitely generated hyper-(abelian-by-finite) groups. J. Austral. Math. Soc., 1973, *16*, № 3, 309—315 (РЖМат, 1974, 7А319)
664. —, Finite Frattini factors in finitelg generated Abelian-by polycyclic groups. Proc. Amer. Math. Soc., 1973, *41*, № 2, 361—362 (РЖМат, 1974, 8А237)
665. —, Polycyclic Frattini factors in certain finitely generated groups. Arch. Math., 1973, *24*, № 6, 571—578 (РЖМат, 1974, 9А240)
666. —, A note on a centrality property of finitely generated soluble groups. Proc. Cambridge Phil. Soc., 1974, *75*, № 1, 23—24 (РЖМат, 1974, 7А323)
667. —, Finite by nilpotent Frattini factors in finitely generated hyper-(Abelian-by-finite) groups. Arch. Math., 1974, *25*, № 5, 463—465 (РЖМат, 1975, 6А314)
668. —, Finitely generated soluble groups in which all subgroups have finite lower central depth. Bull. London Math. Soc., 1975, *7*, № 3, 273—278 (РЖМат, 1976, 6А258)
669. —, On the solubility of a product of permutable subgroups. J. Austral. Math. Soc., 1976, *22*, № 2, 252—255 (РЖМат, 1977, 6А173)
670. —, Finitely generated metabelian groups are not subnormality separable. Math. Z., 1976, 149, № 2, 201—202 (РЖМат, 1977, 11А206)
671. —, *Roseblade J. E.*, Centrality in finitely generated soluble groups. J. Algebra, 1970, *16*, № 3, 399—435 (РЖМат, 1971, 6А224)
672. —, *Wiegold J.*, Converse of a theorem of Mal'cev on nilpotent groups. Math. Z., 1974, *139*, № 1, 85—86 (РЖМат, 1975, 5А213)

673. —, —, Lower Frattini series in finitely generated soluble groups. Proc. Amer. Math. Soc., 1976, *57*, № 1, 43—44 (РЖМат, 1977, 3А188)
674. —, *Wilson J. S.*, A note on permutable subgroups. Arch. Math., 1977, *28*, № 2, 113—116 (РЖМат, 1977, 9А260)
675. *Leong Y. K.*, The CREAM conjecture for the subvarieties of certain Abelian-by-nilpotent varieties. Bull. Austral. Math. Soc., 1974, *10*, № 3, 429—451 (РЖМат, 1975, 5А205)
676. *Levin F.*, On the laws of free nilpotent groups. J. reine und angew. Math., 1970, *242*, 108—114 (РЖМат, 1971, 1А185)
677. —, On torsion-free nilpotent warieties. Communs Pure and Appl. Math., 1973, *26*, № 5-6, 757—765 (РЖМат, 1974, 10А238)
678. *Lewin J.*, On the intersection of augmentation ideals. J. Algebra, 1970, *16*, № 4, 519—522 (РЖМат, 1971, 6А218)
679. —, *Lewin T.*, Subgroups of free solvable groups. J. Austral. Math. Soc., 1971, *12*, № 2, 145—160 (РЖМат, 1972, 1А340)
680. —, —, On center by abelian by one-relator groups. Communs Pure and Appl. Math., 1973, *26*, № 5-6, 767—774 (РЖМат, 1974, 12А179)
681. *Lichtman A. I.*, The residual nilpotency of the augmentation ideal and the residual nilpotency of some classes of groups. Isr. J. Math., 1977, *26*, № 3-4, 276—293 (РЖМат, 1977, 10А146)
682. *Liebeck H.*, Automorphism groups of torsion-free nilpotent groups of class 2. J. London Math. Soc., 1975, *10*, № 3, 349—356 (РЖМат, 1976, 2А267)
683. *Lipschutz S.*, On Greendlinger groups. Communs Pure and Appl. Math., 1970, *23*, № 5, 743—747 (РЖМат, 1971, 9А154)
684. —, On conjugate powers in eighth-groups. Bull. Amer. Math. Soc., 1971, *77*, № 6, 1050—1051 (РЖМат, 1972, 6А227)
685. —, Note on independent equation problems in groups. Arch. Math., 1971, *22*, № 2, 113—116 (РЖМат, 1971, 12А264)
686. —, On conjugacy in Greendlinger Eighth-groups. Arch. Math., 1972, *23*, № 2, 121—124 (РЖМат, 1973, 1А212)
687. —, On powers, conjugacy classes and smal cancellation groups. Lect. Notes Math., 1973, *319*, 126—132 (РЖМат, 1973, 11А195)
688. —, Identity theorems in small cancellation groups. Communs Pure and Appl. Math., 1973, *26*, № 5-6, 775—780 (РЖМат, 1974, 12А180)
689. —, On the word problem and *T*-fourth-group. Word Problem. Amsterdam—London, 1973, 443—451 (РЖМат, 1974, 6А272)
690. —, The conjugacy problem and cyclic amalgamations. Bull. Amer. Math. Soc., 1975, *81*, № 1, 114—116 (РЖМат, 1975, 11А291)
691. —, *Lipschutz M.*, a note on root decision problems in groups. Can. J. Math., 973, *25*, № 4, 702—705 (РЖМат, 1974, 4А188)
692. —, *Miller C. F. III*, Groups with certain solvable and unsolvable decision problems. Communs Pure and Appl. Math., 1971, *24*, № 1, 7—115 (РЖМат, 1971, 12А280)
693. *Lyndon R. C.*, On the Freiheitssatz. J. London Math. Soc., 1972, *5*, № 1, 95—101 (РЖМат, 1972, 12А202)
694. —, Products of power in groups. Communs Pure and Appl. Math., 1973, *26*, № 5-6, 781—784 (РЖМат, 1974, 10А232)
695. —, Non euclidean crystallographic groups. Lect. Notes Math., 1974, *372*, 437—442 (РЖМат, 1975, 6А330)
696. —, *Newman M.*, Commutators as products of squares. Proc. Amer. Math. Soc., 1973, *39*, № 2, 267—272 (РЖМат, 1974, 3А154)
697. —, *Schupp P. E.*, Combinatorial group theory. Springer, Berlin—Heidelberg—New York, 1977
698. —, *McDonough T., Newman M.*, On products of powers in groups. Proc. Amer. Math. Soc., 1973, *40*, № 2, 419—420 (РЖМат, 1974, 6А270)
699. *Macdonald S. O.*, Locally finite varieties of groups arising from Cross varieties. Bull. Austral. Math. Soc., 1971, *4*, № 2, 211—215 (РЖМат, 1971, 11А226)
700. *Machenry T.*, A remark concerning commutator subgroups of free groups.

Communs Pure and Appl. Math., 1973, *26*, № 5-6, 785—786 (РЖМат, 1974, 10А233)
701. *Machi A.*, On special torsion-free groups. Atti Accad. naz. Lincei. Rend. Cl. sci. fis., mat. e natur., 1969 (1970), *47*, № 6, 453—455 (РЖМат, 1971, 3А192)
702. *Macintyre A.*, On ω_1-categorical theories of abelian groups. Fund. Math., 1971, *70*, 253—270 (РЖМат, 1972, 1А361)
703. —, Omitting quantifier-free types in generic structures. JSL, 1972, *37*, 512—520 (РЖМат, 1973, 5А101)
704. —, On algebraically closed groups. Ann. Math., 1972, *96*, 53—97 (РЖМат, 1973, 2А217)
705. —, Martin's axiom applied to existentially closed groups. Math. Scand., 1973, *32*, 46—56 (РЖМат, 1974, 10А136)
706. —, Existentially closed structures and Jensen's principle. Isr. J. Math., 1976, *25*, № 3-4, 202—210 (РЖМат, 1977, 8А209)
707. —, *Shelah S.*, Uncountable universal locally finite groups. J. Algebra, 1976, *43*, № 1, 168—175 (РЖМат, 1977, 7А187)
708. *Majeed A.*, Existence theorems for generalized free products of groups (II). Bul. Inst. politehn. Iasi, 1972, Sec. 1, *18*, № 1-2, 39—46 (РЖМат, 1973, 11А200)
709. *Majumdar S.*, A free resolution for a class of groups. J. London Math. Soc., 1970, *2*, № 4, 615—619 (РЖМат, 1972, 1А647)
710. *Massey N.*, Locally finite groups with min-p for all p. I. J. London Math. Soc., 1975, *12*, № 1, 7—14 (РЖМат, 1976, 7А274)
711. —, Locally finite groups with min-p for all p. II. J. London Math. Soc., 1975, *12*, № 1, 15—23 (РЖМат, 1976, 7А275)
712. *McCarthy D.*, Infinite groups whose proper quotient groups are finite. II. Communs Pure and Appl. Math., 1970, *23*, № 5, 767—789 (РЖМат, 1971, 8А186)
713. *McCaughan D. J.*, Subnormality on soluble minimax groups. J. Austral. Math. Soc., 1974, *17*, № 1, 113—128 (РЖМат, 1974, 9А242)
714. —, On subnormality in soluble minimax groups. Lect. Notes Math., 1974, *372*, 443—445 (РЖМат, 1975, 6А315)
715. —, *McDougall D.*, The subnormal structure of metanilpotent groups. Bull. Austral. Math. Soc., 1972, *6*, № 2, 287—306 (РЖМат, 1972, 9А181)
716. *McCool J.*, Embedding theorems for countable groups. Can. J. Math. 1970, *22*, № 4, 827—835 (РЖМат, 1971, 7А238)
717. —, Unsolvable problems in groups with solvable word problem. Can. J. Math., 1970, *22*, № 4, 836—838 (РЖМат, 1971, 7А239)
718. —, The power problem for groups with one defining relator. Proc. Amer. Math. Soc., 1971, *28*, № 2, 427—430 (РЖМат, 1972, 6А226)
719. —, A presentation for the automorphism group of a free group of finite rank. J. London Math. Soc., 1974, *8*, № 2, 259—266 (РЖМат, 1975, 2А266)
720. —, Some finitely presented subgroups of the automorphism group of a free group. J. Algebra, 1975, *35*, № 1-3, 205—213 (РЖМат, 1975, 12А219)
721. —, On Nielsen's presentation of the automorphism group of a free group. J. London Math. Soc., 1975, *10*, № 3, 265—270 (РЖМат, 1976, 3А200)
722. —, *Pietrowski A.*, On free products with amalgamation of two infinite cyclic groups. J. Algebra, 1971, *18*, № 3, № 3, 377—383 (РЖМат, 1972, 5А213)
723. —, —, On recognising certain one relation presentations. Proc. Amer. Math. Soc., 1972, *36*, № 1, 31—33 (РЖМат, 1973, 7А216)
724. —, —, On a conjecture of W. Magnus. Word. Problem. Amsterdam (London, 1973, 453—456
725. —, *Schupp P. E.*, On one relator groups and *HNN* extensions. J. Austral. Math. Soc., 1973, *16*, № 2, 249—256 (РЖМат, 1974, 7А305)
726. *McDonough T. P.*, Root-closure in free groups. J. London Math. Soc., 1970, *2*, № 1, 191—192 (РЖМат, 1972, 1А329)
727. *McDougall D.*, Soluble groups with the minimum condition for normal subgroups. Math. Z., 1970, *118*, № 3, 157—167 (РЖМат, 1971, 7А248)

728. —, The subnormal structure of some classes of soluble groups. J. Austral. Math. Soc., 1972, *13*, № 3, 365—377 (РЖМат, 1972, 11А146)
729. *McIsaac A. J.*, The freeness of some projective metabelian groups. Bull. Austral. Math. Soc., 1975, *13*, № 2, 161—167 (РЖМат, 1976, 9А226)
730. *McKay S.*, On centre-by-metabelian varieties of groups. Proc. London Math. Soc., 1972, *24*, № 2, 243—256 (РЖМат, 1972, 9А173)
731. *McKenzie R., Thompson R.*, An elementary construction of unsolvable word problems in group theory. Word Problem. Amsterdam—London, 1973, 457—478 (РЖМат, 1974, 7А341)
732. *Meldrum J. D. P.*, On central series of a soluble group. J. London Math. Soc., 1971, *3*, № 4, 633—639 (РЖМат, 1972, 2А298)
733. —, On the Heineken-Mohamed groups. J. Algebra, 1973, *27*, № 3, 437—444 (РЖМат, 1974, 6А242)
734. *Meskin S.*, Some varieties without the amalgam embedding property. Bull. Austral. Math. Soc., 1969, *1*, № 3, 417—418 (РЖМат, 1971, 1А184)
735. —, Non residually finite one-relator groups. Trans. Amer. Math. Soc., 1972, 164, Febr., 105—114 (РЖМат, 1972, 12А203)
736. —, A finitely generated residually group with an unsolvable word problem. Proc. Amer. Math. Soc., 1974, 43, № 1, 8—10 (РЖМат, 1975, 2А96)
737. —, Periodic automorphisms of the two-generator free group. Lect. Notes Math., 1974, 372, 494—498 (РЖМат, 1975, 7А312)
738. —, The isomorphism problem for a class of one-relator groups. Math. Ann., 1975, *217*, № 1, 53—57 (РЖМат, 1976, 3А231)
739. —, *Pietrowski A., Steinberg A.*, One-relator groups with center. J. Austral. Math. Soc., 1973, *16*, № 3, 319—323 (РЖМат, 1974, 7А308)
740. *Metzler W.*, Ein Beispiel für nicht *Q*-äquivalente definierende Relationensysteme einer Grouppe. Mathematikunterricht, 1976, *22*, № 2, 16—21 (РЖМат, 1976, 11А267)
741. *Miller C. F. III*, On Britton's theorem A. Proc. Amer. Math. Soc., 1968, *19*, № 5, 1151—1154 (РЖМат, 1971, 9А155)
742. —, On group-theoretic decision problems and their classification. Ann. Math. Stud., 1971, № 68, 106 pp., ill (РЖМат, 1972, 6А248)
743. —, Decision problems in algebraic classes of groups (a survey). Word Problem. Amsterdam—London, 1973, 507—523 (РЖМат, 1974, 6А301)
744. —, Some connections between Hilbert's 10 th problem and the theory of groups. Word Problem. Amsterdam—London, 1973, 483—506 (РЖМат, 1974, 6А300)
745. —, *Schupp P. E.*, Embeddings into Hopfian groups. J. Algebra, 1971, *17*, № 2, 171—176 (РЖМат, 1971, 9А168)
746. —, —, The geometry of Higman—Neumann—Neumann extensions. Communs Pure and Appl. Math., 1973, *26*, № 5-6, 787—802 (РЖМат, 1974, 10А242)
747. *Mislin G.*, Nilpotent groups with finite commutator subgroups. Lect. Notes Math., 1974, *418*, 103—120 (РЖМат, 1975, 6А327)
748. *Mital J. N.*, On residual nilpotence. J. London Math. Soc., 1970, *2*, № 2, 337—345 (РЖМат, 1972, 1А354)
749. —, *Passi I. B. S.*, Annihilators of relation modules, J. Austral. Math. Soc., 1973, *16*, № 2, 228—233 (РЖМат, 1974, 5А436)
750. *Mochizuki H. Y.*, On groups of exponent four: a criterion for nonsolvability. Lect. Notes Math., 1974, *372*, 499—503 (РЖМат, 1975, 6А322)
751. *Mostowski A. W.*, Uniform algorithms for deciding group-theoretic problems. Word Problem, Amsterdam—London, 1973, 525—551 (РЖМат, 1974, 7А342)
752. *Muzalewski M.*, Burnside's problems, residual finiteness and finite reducibleness. Bull. Acad. pol. sci. math., astron. et phys., 1976(1977), *24*, № 2, 1067—1068 (РЖМат, 1977, 11А272)
753. *Neumann B. H.*, The isomorphism problem for algebraically closed groups. Word Problems. North—Holland, 1973, 553—562 (РЖМат, 1974, 7А313)
754. *Neumann P. M.*, The *SQ*-universality of some finitely presented groups. J. Austral. Math. S., 1973, *16*, № 1, 1—6 (РЖМат, 1974, 5А244)

755. —, The lawlessness of groups of finitary permutations. Arch. Math., 1975, *26*, № 6, 561—566 (РЖМат, 1976, 8А311)
756. *Newell M. L.*, Finiteness conditions in generalized soluble groups. J. London Math. Soc., 1970, *2*, № 4, 593—596 (РЖМат, 1972, 2А296)
757. —, A subroup characterisation of soluble min-by-max groups. Arch. Math., *21*, № 2, 128—131 (РЖМат, 1971, 3А193)
758. —, On soluble min-by-max groups. Math. Ann., 1970, *186*, № 4, 282—296 (РЖМат, 1971, 2А195)
759. —, The eliminant of a group. Proc. London Math. Soc., 1972, *24*, № 3, 432—448 (РЖМат, 1972, 10А150)
760. —, Subgroups with almost-complements. J. London Math. Soc., 1973, *6*, № 4, 761—768 (РЖМат, 1974, 1А220)
761. —, Homomorphs and formats in polycyclic groups. J. London Math. Soc., 1973, *7*, № 2, 317—327 (РЖМат, 1974, 5А255)
762. —, Splitting theorems and Engel groups. Math. Z., 1973, *135*, № 1, 37—42 (РЖМат, 1974, 9А238)
763. —, The nilpotent-by-finite projectors of polycyclic groups. J. London Math. Soc., 1974, *7*, № 3, 540—546 (РЖМат, 1974, 8А234)
764. —, Nilpotent projectors in $\mathfrak{G}_1$-groups. Proc. Roy. Irish. Acad., 1975, *A75*, № 11, 107—114 (РЖМат, 1976, 3А236)
765. —, Some splitting theorems for infinite supersoluble groups. Math. Z., 1975, *144*, № 3, 265—275 (РЖМат, 1976, 3А239)
766. —, Supplements in abelian-by-nilpotent groups. J. London Math. Soc., 1975, *11*, № 1, 74—80 (РЖМат, 1976, 3А235)
767. *Newman B. B.*, The soluble subgroups of a one-relator group with torsion. J. Austral. Math. Soc., 1973, *16*, № 3, 278—285 (РЖМат, 1974, 9А226)
768. *Newman M. F.*, Just non-finitely-based varieties of groups. Bull. Austral. Math. Soc., 1971, *4*, № 3, 343—348 (РЖМат, 1972, 1А334)
769. —, Some varieties of groups. J. Austral. Math. Soc., 1973, *16*, № 4, 481—494 (РЖМат, 1974, 9А230)
770. —, Asymptotic formulas to free products of cyclic groups. Math. Comput., 1976, *30*, № 136, 838—846 (РЖМат, 1977, 8А244)
771. —, *Sichler J.*, Free products of Hopf gropus. Math. Z., 1973, *135*, № 1, 69—72 (РЖМат, 1974, 8А231)
772. —, *Weston K. W.*, *Yuan Tah-Zen*, Polynomials associated with groups of exponent four. Bull. Austral. Math. Soc., 1975, *12*, № 1, 81—87 (РЖМат, 1975, 11А290)
773. *Nomura Y.*, Homology of a group extension. Pacif. J. Math., 1972, *41*, № 1, 195—202 (РЖМат, 1973, 1А377)
774. —, A topological proof of an exact sequence of Tahara-evens. Sci. Repts (Jap.), 1974, 23, № 1-2, 13—19 (РЖМат, 1976, 1А427)
775. *Ordman E. T.*, Subgroups of amalgamated free products. Bull. Amer. Math. Soc., 1970, *76*, № 2, 358—360 (РЖМат, 1971, 1А190)
776. —, On subgroups of amalgamated free products. Proc. Cambridge Phil. Soc., 1971, *69*, № 1, 13—23 (РЖМат, 1971, 9А164)
777. —, Factoring a group as an amalgamated free product. J. Austral. Math. Soc., 1973, 15, № 2, 222—227 (РЖМат, 1973, 12А236)
778. *Ormerod E. A.*, Some abelian-by-nilpotent varieties of p-groups. Bull. Austral. Math. Soc., 1974, *11*, № 3, 467—469 (РЖМат, 1975, 9А180)
779. —, A non-distributive metabelian variety lattice. Lect. Notes Math., 1974, *372*, 541—549 (РЖМат, 1975, 8А265)
780. *Oxley P. C.*, Ends and amalgamated free products of groups. Math. Z., 1972, *127*, № 3, 265—272 (РЖМат, 1973, 2А354)
781. *Pandya G. N.*, Splitting of group extensions. J. Number theory, 1976, *8*, № 2, 169—183 (РЖМат, 1977, 1А366)
782. —, *Bercov R. D.*, 1-cohomology and splitting of group extensions. Can. Math. Bull., 1976, *19*, № 3, 369—371 (РЖМат, 1977, 12А218)
783. *Passi I. B. S.*, Polynomial maps on groups. II. Math. Z., 1974, *135*, № 2, 137—141 (РЖМат, 1974, 8А334)

784. —, Annihilators of relation modules. II. J. Pure and Appl. Algebra, 1975, *6*, № 3, 235—237 (РЖМат, 1976, 6А264)
785. —, *Vermani L. R.*, The inflation homomorphism. J. London Math. Soc., 1972, *6*, № 1, 129—236 (РЖМат, 1973, 6А399)
786. *Passman D. S.*, Some isolated subsets of infinite solvable groups. Pacif. J. Math., 1973, *45*, № 1, 313—319 (РЖМат, 1973, 11А205)
787. —, Subnormality in locally finite groups. Proc. London Math. Soc., 1974, *28*, № 4, 631—653 (РЖМат, 1975, 4А267)
788. *Peczynski N., Rosenberger G., Zieschang H.*, Über Erzeugende ebener diskontinuierlicher Gruppen. Lect. Notes Math., 1974, *372*, 562—564 (РЖМат, 1975, 8А259)
789. *Peng T. A.*, A note on subnormality. Bull. Austral. Math. Soc., 1976, *15*, № 1, 59—64 (РЖМат, 1977, 8А218)
790. *Perraud J.*, Sur l'utilisation de l'algorithme de Dehn · und produit libre. C. r. Acad. sci., 1977, *284*, № 21, A1341—A1344 (РЖМат, 1977, 12А213)
791. —, Sur les conditions de petite simplification et l'algorithme de Dehn. C. r. Acad. sci., 1977, *284*, № 12, A659—A662 (РЖМат, 1977, 11А248)
792. *Phillips R. E.*, Centrally separated elements in groups. Lect. Notes Math., 1973, *319*, 135—139 (РЖМат, 1973, 12А249)
793. —, Embedding methods for periodic groups. Proc. London Math. Soc., 1977, *35*, № 2, 238—256 (РЖМат, 1978, 3А169)
794. —, *Robinson D. J. S., Roseblade J. E.*, Maximal subgroups and chief factors of certain generalized soluble groups. Pacif. J. Math., 1971, *37*, № 2, 475—480 (РЖМат, 1972, 2А295)
795. *Pickel P. F.*, Finitely generated nilpotent groups with isomorphic finite quotiens. Bull. Amer. Math. Soc., 1971, *77*, № 2, 216—219 (РЖМат, 1971, 11А231)
796. —, Finitely generated nilpotent groups with isomorphic finite quotients. Trans. Amer. Math. Soc., 1971, *160*, 327—341 (РЖМат, 1972, 5А222)
797. —, Nilpotent-by-finite groups with isomorphic finite quotients. Trans. Amer. Math. Soc., 1973, *183*, Sept., 313—325 (РЖМат, 1974, 7А324)
798. —, Metabelian groups with the same finite quotients. Bull. Austral. Math. Soc., 1974, *11*, № 1, 115—120 (РЖМат, 1975, 6А318)
799. —, Fitting subgroups and profinite completions of polycyclic groups. J. Algebra, 1976, *42*, № 1, 41—45 (РЖМат, 1977, 5А164)
800. —, A property of finitely generated residually finite groups. Bull. Austral. Math. Soc., 1976, *15*, № 3, 347—350 (РЖМат, 1977, 10А145)
801. *Pietrowski A.*, The isomorphism problem for one-relator groups with non-trivial centre. Math. Z., 1974, *136*, № 2, 95—106 (РЖМат, 1974, 12А181)
802. *Piollet D.*, Sur les équations quadratiques dans un groupe libre. C. r. Acad. sci., 1972, *274*, № 24, A1697—A1699 (РЖМат, 1973, 1А207)
803. —, Equations quadratiques dans le groupe libre. J. Algebra, 1975, *33*, № 3, 395—404 (РЖМат, 1975, 10А255)
804. *Plemmons R. J.*, Graph associated with a group. Proc. Amer. Math. Soc., 1970, *25*, № 2, 273—275 (РЖМат, 1971, 9А133)
805. *Plonka E.*, On symmetric words in free nilpotent groups. Bull. Acad. pol. sci. Sér. sci. math., astron. et phys., 1970, *18*, № 8, 427—429 (РЖМат, 1971, 5А231)
806. —, Idempotent words in nilpotent groups. Colloq. math., 1974, *29*, № 1, 83—85 (РЖМат, 1974, 12А174)
807. —, On Dye's condition in nilpotent groups of class 2. Colloq. math., 1974, *30*, № 1, 31—39 (РЖМат, 1975, 3А294)
808. *Plonka J.*, On direct products of some Burnside groups. Acta math. Acad. sci. hung., 1976, *27*, № 1-2, 43—45 (РЖМат, 1977, 4А216)
809. *Poénaru V.*, Groupes discrets. Lect. Notes Math., 1974, *421*, 216 pp. (РЖМат, 1975, 9А319)
810. *Posenstein J., On* $Gl_2(R)$ where R is a Boolean ring. Can. Math. Bull., 1972, 15 (2), 263—275
811. —, $\aleph_0$-categoricity of groups. J. Algebra, 1973, *25*, 435—467, correction, ibid. 1977, *48*, 236—240 (РЖМат, 1977, 1А169)

812. *Poss S.*, A residual property of free groups. Communs Pure and Appl. Math., 1970, *23*, № 5, 749—756 (РЖМат, 1971, 9A153)
813. *Pride S. J.*, Residual properties of free groups. II. Bull. Austral. Math. Soc., 1972, *7*, № 1, 113—120 (РЖМат, 1973, 2A213)
814. —, Residual properties of free groups. Pacif. J. Math., 1972, *43*, № 3, 725—733 (РЖМат, 1973, 10A220)
815. —, Residual properties of free groups. III. Math. Z., 1973, *132*, № 3, 245—248 (РЖМат, 1974, 2A216)
816. —, Residual properties of free groups. Bull. Austral. Math. Soc. 1974, *10*, № 3, 477—478 (РЖМат, 1975, 5A204)
817. —, On the generation of one relator groups. Trans. Amer. Math. Soc., 1975, *210*, 331—364 (РЖМат, 1976, 5A229)
818. —, Certain subgroups of certain one-relator groups. Math. Z., 1976, *146*, № 1, 1—6 (РЖМат, 1976, 6A246)
819. —, On the hopficity and related properties of small cancellation groups. J. London Math. Soc., 1976, *14*, № 2, 269—276 (РЖМат, 1977, 7A213)
820. —, The isomorphism problem for two-generator one-relator with torsion is solvable. Trans. Amer. Math. Soc., 1977, *227*, 109—139 (РЖМат, 1977, 12A210)
821. —, *Wiegold J.*, Some remarks on separable groups. Bull. London Math. Soc., 1977, *9*, № 1, 36—37 (РЖМат, 1977, 11A249)
822. *Rae A.*, A class of loccaly finite groups. Proc. London Math. Soc. 1971, *23*, № 3, 459—467 (РЖМат, 1972, 4A271)
823. —, Local systems and Sylow subgroups in locally finite groups. I. Proc. Cambridge Phil. Soc., 1972, *72*, № 2, 141—160 (РЖМат, 1973, 2A212)
824. —, Local systems and Sylow subgroups in locally finite groups. II. Proc. Cambridge Phil. Soc., 1974, *75*, № 1, 1—22 (РЖМат, 1974, 7A335)
825. —, *Roseblade J. E.*, Automorphism towers of extremal groups. Math. Z., 1970, *117*, № 1-4, 70—75 (РЖМат, 1971, 6A233)
826. *Rapaport E. S.*, Finitely presented groups: the deficiency. J. Algebra, 1973, *24*, № 3, 531—543 (РЖМат, 1976, 9A222)
827. *Rhemtulla A. H.*, Commutators of certain finitely generated soluble groups. Can. J. Math., 1961, *21*, № 5, 1160—1164 (РЖМат, 1971, 1A197)
828. —, Residually F_p-groups for many primes are orderable. Proc. Amer. Math. Soc., 1973, *41*, № 1, 31—33 (РЖМат, 1974, 7A337)
829. *Ribes L.*, Cohomological characterisation of amalgamated products of groups. J. Pure and Appl. Algebra, 1974, *4*, № 3, 309—*317* (РЖМат, 1975, 5A398)
830. *Rinehart G. S.*, Notes on the homology of a fiber product of groups. Proc. Amer. Math. Soc., 1970, *24*, № 3, 548—552 (РЖМат, 1971, 10A191)
831. *Robinson D. J. S.*, A theorem on finitely generated hyperabelian group. Invent math., 1970, *10*, № 1, 38—43 (РЖМат, 1971, 1A196)
832. —, Finiteness conditions and generalized soluble groups. Part I. Berlin, Springer, 1972. XIV, 210 pp. (РЖМат, 1975, 3A291); Part 2. Berlin, Springer, 1972, XII, 254 pp. (РЖМат, 1973, 4A325)
833. —, Intersections of primary power of a group. Math. Z., 1972, *124*, № 2, 119—132 (РЖМат, 1972, 5A220)
834. —, Groups whose images have a transitive normality relation. Lect. Notes Math., 1973, *319*, 148—155 (РЖМат, 1973, 10A212)
835. —, Groups whose homomorphic images have a transitive normality relation. Trans. Amer. Math. Soc., 1973, *176*, Febr., 181—213 (РЖМат, 1974, 2A224)
836. —, On the cohomology of soluble groups of finite rank. J. Pure and Appl. Algebra, 1975, *6*, № 2, 155—164 (РЖМат, 1976, 4A372)
837. —, The vanishing of certain homology and cohomology groups. J. Pure and Appl. Algebra, 1976, *7*, № 2, 145—167 (РЖМат, 1976, 9A391)
838. —, A new treatment of soluble groups with finiteness conditions on their abelian subgroups. Bull. London Math. Soc., 1976, *8*, № 23, 113—129 (РЖМат, 1974, 2A255)

839. *Roitberg Y.*, Some result on parafree groups. Trans. Amer. Math. Soc., 1972, *173*, Nov., 315—339 (РЖМат, 1973, 10A203)
840. *Roseblade J. E.*, Group rings of polycyclic groups. J. Pure and Appl. Algebra, 1973, *3*, № 4, 307—328 (РЖМат, 1974, 10A275)
841. *Rosenberger G.*, Automorphismen und Erzeugende für Gruppen mit einer definierenden Relation. Math. Z., 1972, *129*, № 3, 259—267 (РЖМат, 1973, 6A253)
842. —, Eine Bemerkung zu den Triangelgruppen. Math. Z., 1973, *132*, № 3, 239—244 (РЖМат, 1974, 2A215)
843. —, Zum Isomorphieproblem für Gruppen mit einer definierenden Relation. Ill. J. Math., 1976, *20*, № 4, 614—621 (РЖМат, 1977, 7A212)
844. —, *Kalia R. N.*, On the isomorphism problem for one-relator groups. Arch. Math., 1976, *27*, № 5, 484—488 (РЖМат, 1977, 4A215)
845. —, *Tessun F.*, Eine Bermerkung zu den Nielsen-transformationen. Monatsh. Math., 1977, *83*, № 1, 43—52 (РЖМат, 1977, 12A216)
846. *Rosset S.*, A property of groups of nonexponential growth. Proc. Amer. Math. Soc., 1976, *54*, 24—26 (РЖМат, 1977, 1A193)
847. *Rothaus O. S.*, On the nontriviality of some group extensions given by generators and relations. Bull. Amer. Math. Soc., 1976, *82*, № 2, 284—286 (РЖМат, 1976, 12A281)
848. *Sabbagh G.*, Categoricité en $\aleph_0$ et stabilité: constructions les préservant et conditions de chain. A. r. Acad. sci. Paris, Sér. A280, 1975, 531—533 (РЖМат, 1975, 9A96)
849. —, Categoricite et stabilite: quelques examples parmiles groupes et anneaux. C. r. Acad. sci. Paris, Sér. A280, 1975, 603—606 (РЖМат, 1975, 11A126)
850. —, Caractérisation algébrique des groupes de type fini ayant un problème de mots résoluble. (Théorème De Boone — Higman, travaux de B. H. Neumann et Macintyre). Lect. Notes Math., 1976, *514*, 61—80 (РЖМат, 1976, 12A232)
851. *Sacerdote G. S.*, Some undecidable problems in group theory. Proc. Amer. Math. Soc., 1972, *36*, № 1, 231—238 (РЖМат, 1973, 7A231)
852. —, On a problem of Boone. Math. scand., 1972, *31*, № 1, 111—117 (РЖМат, 1973, 10A226)
853. —, Almost all free products of groups have the same positive theory. J. Algebra, 1973, *27*, № 3, 475—485 (РЖМат, 1974, 5A265)
854. —, *SQ*-universal 1-relator groups. Lect. Notes Math., 1973, *319*, 168 (РЖМат, 1973, 11A196)
855. —, *Schupp P. E.*, *SQ*-universality in *HNN* groups and one relator groups. J. London Math. Soc., 1974, *7*, № 4, 733—740 (РЖМат, 1974, 10A241)
856. *Sah C. H.*, Cohomology of split group extensions. J. Algebra, 1974, *29*, № 2, 255—302 (РЖМат, 1975, 1A433)
857. *Sanerib R. A.*, Ultraproduits and elementary types of some groups related to infinite symmetric groups. Algebra univers., 1975, *5*, № 1, 24—38 (РЖМат, 1976, 3A195)
858. *Saracino D.*, Wreath products and existentially complete solvable groups. Trans. Amer. Math. Soc. 1974, *197*, 327—339 (РЖМат, 1976, 8A280)
859. —, Existentially complete nilpotent groups. Isr. J. Math., 1976, *25*, № 4, 241—248 (РЖМат, 1977, 8A207)
860. —, Existentially complete torsion-free nilpotent groups. J. Symb. Log., 1978, *43*, № 1, 126—134
861. —, *Wood C.*, Abstract 78T—E47, Notices AMS, 1978, 25, A—441
862. —, —, Periodic existentially closed nilpotent groups. Preprint, 1978
863. *Schenkman E.*, Groups with a finite number of Sylow Λ-subgroups. Proc. Amer. Math. Soc., 1976, *57*, № 2, 205 (РЖМат, 1977, 4A231)
864. *Schiek H.*, Equations over groups. Word Problem. Amsterdam — London, 1973, 563—567 (РЖМат, 1974, 6A280)
865. *Schupp P. E.*, On Greendlinger's lemma. Communs Pure and Appl. Math., 1970, *23*, № 2, 233—240 (РЖМат, 1971, 2A180)

866. —, Small cancellation theory over free products with amalgamation. Math. Ann., 1971, *193*, № 4, 255—264 (РЖМат, 1972, 4A254)
867. —, A survey of *SQ*-universality. Lect. Notes Math., 1973, *319*, 183—188 (РЖМат, 1973, 10A201)
868. —, A survey of small cancellation theory. Word Problem. Amsterdam — London, 1973, 569—589 (РЖМат, 1974, 6A274)
869. —, Some reflections on *HNN* extensions. Lect. Notes Math., 1974, *372*, 611—632 (РЖМат, 1975, 8A269)
870. —, Embeddings into simple groups. J. London Math. Soc., 1976, *13*, № 1, 90—94 (РЖМат, 1976, 12A72)
871. —, A strengthened Freitheitssatz. Math. Ann., 1976, *221*, № 1, 73—80 (РЖМат, 1976, 10A148)
872. *Scott G. P.*, An embedding theorem for groups with a free subgroup of finite index. Bull. London Math. Soc., 1974, *6*, № 3, 304—306 (РЖМат, 1975, 6A308)
873. *Segal D.*, Groups of automorphisms of infinite soluble groups. Proc. London. Math. Soc., 1973, *26*, № 4, 630—652 (РЖМат, 1974, 2A226)
874. —, A residual property of finitely generated abelian-by-nilpotent groups. J. Algebra, 1974, *32*, № 2, 389—399 (РЖМат, 1975, 5A206)
875. —, On abelian-by-polycyclic groups. J. London Math. Soc., 1975, *11*, № 4, 445—452 (РЖМат, 1976, 6A248)
876. —, Groups whose finite quotients are supersoluble. J. Algebra, 1975, *35*, № 1-3, 56—71 (РЖМат, 1975, 12A229)
877. *Serre J.-P.*, Cohomologie des groupes discretes. Ann., Math. Stud. 1971, № 70, 77—169 (РЖМат, 1972, 7A320)
878. *Shapiro J.*, Amalgames et points fixes. Lect. Notes Math., 1974, *372*, 633—640 (РЖМат, 1975, 6A305)
879. —, *Sonn J.*, Free factor groups of one-relator groups. Duke Math. J., 1974, *41*, № 1, 83—88 (РЖМат, 1975, 1A435)
880. *Shelah S.*, The number of nonisomorphic models of an unstable first-order theory. Isr. J. Math., 1971, *9*, № 4, 473—487 (РЖМат, 1972, 4A111)
881. —, Existentially closed groups in $\aleph_1$ with special properties. Preprint, 1976
882. —, Abstract 77T—A3, Notices AMS, 1977, 24, A—1
883. —, Abstract 77T—E58, Notices AMS, 1977, 24, A—549
884. —, Whitehead groups may be not free, even assuming *CH*. I. Isr. J. Math., 1977, *28*, № 3, 193—204 (РЖМат, 1978, 5A37)
885. *Shield D.*, Nilpotency and related properties of group extensions. Bull. Austral. Math. Soc., 1971, *4*, № 2, 145—154 (РЖМат, 1972, 1A342)
886. —, Bounds on the Engel class of some group extensions. Proc. Cambridge Phil. Soc., 1972, *71*, № 2, 179—188 (РЖМат, 1972, 10A145)
887. *Silcock H. L.*, Soluble groups sutisfying the minimal condition for normal subgroups. Bull. Austral. Math. Soc., 1973, *9*, № 2, 307—308 (РЖМат, 1974, 6A288)
888. —, Metanilpotent groups satisfying the minimal condition for normal subgroups. Math. Z., 1974, *135*, № 2, 165—173 (РЖМат, 1974, 8A235)
889. —, On the construction of soluble groups satisfying the minimal condition for normal subgroups. Bull. Austral. Math. Soc., 1975, *12*, № 2, 231—257 (РЖМат, 1975, 12A227)
890. —, Representations of metabelian groups satisfying the minimal condition for normal subgroups. Bull. Austral. Math. Soc., 1976, *14*, № 2, 267—278 (РЖМат, 1977, 2A251)
891. *Soulé C.*, Cohomologie de $SL_3(\mathbf{Z})$. C. r. Acad. sci., 1975, *280*, № 5, A251—A254 (РЖМат, 1975, 8A402)
892. *Southcott J. B.*, Two-variable bases for the laws of var $PSL(2,2^n)$ and related topics. Bull. Austral. Math. Soc., 1975, *13*, № 2, 313—314 (РЖМат, 1976, 9A224)
893. *Spellman D.*, The structure of the abelian groups $F_n/(F_n, FZ')$. J. Algebra, 1976, *40*, № 2, 301—308 (РЖМат, 1977, 4A406)

894. *Stallings J.*, Groups of dimension 1 are locally free. Bull. Amer. Math. Soc., 1968, *74*, № 2, 361—364 (РЖМат, 1971, 4A363)
895. *Stammbach U.*, Homological methods in group varieties. Comment. math. helv., 1970, *45*, № 3, 287—298 (РЖМат, 1971, 5A412)
896. —, On the weak homological dimension of the group algebra of solvable group. J. London Math. Soc., 1970, *2*, № 3, 567—570 (РЖМат, 1972, 1A646)
897. —, Varietal homology and parafree groups. Math. Z., 1972, *128*, № 2, 153—167 (РЖМат, 1973, 4A501)
898. —, Homology in group theory. Lect. Notes Math., 1973, *359*, 183 pp. (РЖМат, 1974, 9A441)
899. *Stanley T. E.*, Generalizations of the classes of nilpotent and hypercentral groups. Math. Z., 1970, *118*, № 3, 180—190 (РЖМат, 1971, 7A244)
900. *Stebe P. F.*, A residual property of certain groups. Proc. Amer. Math. Soc., 1970, *26*, № 1, 37—42 (РЖМат, 1971, 8A188)
901. —, Conjugacy separability of certain free products with amalgamation. Trans. Amer. Math. Soc., 1971, *156*, May, 119—129 (РЖМат, 1972, 2A287)
902. —, Conjugacy separability of certain Fuchsian groups. Trans. Amer. Math. Soc., 1972, *163*, Jan., 173—188 (РЖМат, 1972, 9A196)
903. —, Nests in nilpotent groups. Houston J. Math., 1976, *2*, № 3, 419—426 (РЖМат, 1977, 3A187)
904. —, Residual solvability of an equation in nilpotent groups. Proc. Amer. Math. Soc., 1976, *54*, 57—58 (РЖМат, 1977, 1A204)
905. *Stein M. R.*, The Schur multipliers of $Sp_6(\mathbf{Z})$, $Spin_8(\mathbf{Z})$, $Spin_7(\mathbf{Z})$, $F_4(\mathbf{Z})$. Math. Ann., 1975, *215*, № 2, 165—172 (РЖМат, 1976, 1A428)
906. *Steinberg A.*, On equations in free groups. Mich. Math. J., 1971, *18*, № 1, 87—95 (РЖМат, 1971, 9A167)
907. *Stewart I. N.*, Finiteness conditions in soluble groups and Lie algebras. Bull. Austral. Math. Soc., 1973, *9*, № 1, 43—48 (РЖМат, 1974, 4A185)
908. *Stonehewer S. E.*, Automorphisms of locally nilpotent *FC*-groups. Math. Z., 1976, *148*, № 1, 85—88 (РЖМат, 1976, 11A281)
909. *Stöppler S.*, *k*-auflösbare Gruppen. Rend. Semin. mat. Univ. Padova, 1970, *43*, 141—175 (РЖМат, 1971, 5A248)
910. *Talbuzt J. R.*, Group extensions by the cyclic group of order two. Bull. Ga Acad. sci., 1973, *31*, № 3, 129—134 (РЖМат, 1974, 4A184)
911. *Tang C. Y.*, On the Frattini subgroups of generalized free products with cyclic amalgamations. Can. Math. Bull., 1972, *15*, № 4, 569—573 (РЖМат, 1973, 8A195)
912. —, On the Frattini subgroups of certain generalized free products of groups. Proc. Amer. Math. Soc., *37*, № 1, 63—68 (РЖМат, 1973, 11A198)
913. *Teague T. K.*, On the Engel margin. Pacif. J. Math., 1974, *50*, № 1, 205—214 (РЖМат, 1974, 11A273)
914. —, *Cox C. L.*, Completions of groups. Amer. Math. Mon., 1975, *82*, № 3, 282—283 (РЖМат, 1975, 11A292)
915. *Thomas R. S. D.*, *Paley B. T.*, Garside's braid-conjugacy solution implemented. Util. Math., 1974, *6*, 321—335 (РЖМат, 1977, 1A171)
916. *Thomson M. W.*, Subgroups of finitely presented solvable linear groups. Trans. Amer. Math. Soc., 1977, *231*, № 1, 133—142 (РЖМат, 1978, 6A240)
917. *Tits J.*, Sur le groupe des automorphismes d'un arbre. Essays Topol. and Relat. Topics, Berlin et al., 1970, 188—211 (РЖМат, 1971, 1A200)
918. *Tobin S.*, On groups with exponent four. Proc. Roy. Irish. Acad., 1975, *A75*, № 2, 115—120 (РЖМат, 1976, 2A262)
919. *Tomkinson M. J.*, Sylowizers in locally finite groups. Proc. Amer. Math. Soc., 1974, *46*, № 2, 195—198 (РЖМат, 1975, 8A280)
920. *Tretkoff C.*, Completeness of the automorphism groups of metabelian just-infinite groups. J. London Math. Soc., 1976, *14*, № 3, 459—462 (РЖМат, 1977, 9A267)

921. *Thetkoff M.*, The residual finiteness of certain amalgamated free products. Math. Z., 1973, *132*, № 2, 179—182 (РЖМат, 1974, 1A226)
922. —, A topological proof of the residual finiteness of certain amalgamated free products. Communs Pure and Appl. Math., 1973, *26*, № 5-6, 855—859 (РЖМат, 1974, 11A270)
923. —, Covering space proofs in combinatorial group theory. Communs Algebra, 1975, *3*, № 5, 429—457 (РЖМат, 1976, 2A254)
924. *Trotter H. F.*, Torsion-free metabelian groups with infinite cyclic quotient groups. Lect. Notes Math., 1974, *372*, 655—666 (РЖМат, 1975, 6A316)
925. *Truffault B.*, Centralisateurs des éléments d'ordre fini dans les groupes de Greendlinger. Math. Z., 1974, *136*, № 1, 7—11 (РЖМат, 1974, 12A175)
926. —, Centralisateurs des éléments dans les groupes de Greendlinger. C. r.
927. —, Note sur un théorème de Lipschutz. Arch. Math., 1974, *25*, № 1, 1—2 (РЖМат, 1974, 12A177)
928. *Valiev M. K.*, Universal group with twenty-one defining relations. Discrete Math., 1977, *17*, № 2, 207—213 (РЖМат, 1977, 12A215)
929. *Vaughan-Lee M. R.*, Uncountably many varieties of groups. Bull. London Math. Soc., 1970, *2*, № 6, 280—286 (РЖМат, 1971, 7A234)
930. —, Generating groups of nilpotent varieties. Bull. Austral. Math. Soc., 1970, *3*, № 2, 145—154 (РЖМат, 1971, 6A210)
931. —, On the laws of some varieties of groups. J. Austral. Math. Soc., 1970, *11*, № 3, 353—356 (РЖМат, 1971, 2A186)
932. —, Abelian by nilpotent varieties. Quart. J. Math., 1970, *21*, № 82, 193—202 (РЖМат, 1971, 2A184)
933. —, On product varieties of groups. Bull. Austral. Math. Soc., 1971, *5*, № 2, 239—240 (РЖМат, 1972, 2A284)
934. *Vermani L. R.*, The exact sequence of Hochshild — Serre in the cohomology of groups. J. London Math. Soc., 1976, *13*, № 2, 291—297 (РЖМат, 1977, 1A368)
935. *Wamsley J. W.*, Computation in nilpotent groups (theory). Lect. Notes Math., 1974, *372*, 691—700 (РЖМат, 1975, 6A323)
936. *Waldinger H. V.*, The Lower central series of groups of a special class. J. Algebra, 1970, *14*, № 2, 229—244 (РЖМат, 1971, 4A193)
937. —, Two theorems in the commutator calculus. Trans. Amer. Math. Soc., 1972, *167*, May, 389—397 (РЖМат, 1973, 2A200)
938. —, Addendum to «The lower central series of groups of a special class». J. Algebra, 1973, *25*, № 1, 172—175 (РЖМат, 1973, 10A209)
939. —, *Gaglione A. M.*, On nilpotent products of cyclic groups — reexamined by the commutator calculus. Can. J. Math., 1975, *27*, № 6, 1185—1210 (РЖМат, 1976, 12A278)
940. *Ward M.*, Bases for polynilpotent groups. Proc. London Math. Soc., 1972, *24*, № 3, 409—431 (РЖМат, 1972, 11A147)
941. —, The third term of the lower central series of a free group a subgroup of the second. J. Austral. Math. Soc., 1973, *16*, № 1, 18—23 (РЖМат, 1974, 5A245)
942. *Warfield R. B.*, Nilpotent groups. Lect. Notes Math., 1976, *513*, 115 pp. (РЖМат, 1976, 12A286)
943. *Watkins M. E.*, The state of the GRP problem. Recent Adv. Graph. Theory Proc. Symp., Praque 1974. Praha, Academia, 1975, 517—522 (РЖМат, 1976, 11B506)
944. —, Graphical regular representations of free products of groups. J. Combin. Theory, 1976, *B21*, № 1, 47—56 (РЖМат, 1977, 4A218)
945. *Wehrfritz B. A. F.*, Groups of automorphisms of soluble groups. Proc. London Math. Soc., 1970, *20*, № 1, 101—122 (РЖМат, 1970, 8A184)
946. —, On locally finite groups with min-*p*. J. London Math. Soc., 1971, *3*, № 1, 121—128 (РЖМат, 1972, 2A306)
947. —, Sylow subgroups of locally finite groups with min-*p*. J. London Math. Soc., 1969, *1*, № 3, 421—427 (РЖМат, 1972, 1A352)

948. —, A note on residual properties of nilpotent groups. J. London Math. Soc., 1972, *5*, № 1, 1—7 (РЖМат, 1972, 12A221)
949. —, Conjugacy separating representations of free groups. Proc. Amer. Math. Soc., 1973, *40*, № 1, 52—56 (РЖМат, 1974, 5A260)
950. —, Two examples of soluble groups that are not conjugacy separable. J. London Math. Soc., 1973, *7*, 312—316 (РЖМат, 1974, 5A261)
951. —, Divisible 2-subgroups of locally finite groups. Quart. J. Math., 1974, *25*, № 99, 285—301 (РЖМат, 1975, 9A189)
952. —, Some remarks on Sylow theory in locally finite groups with min-*p*. Communs Algebra, 1975, *3*, № 1, 47—57 (РЖМат, 1976, 4A199)
953. —, On locally supersoluble groups. J. Algebra, 1976, *43*, № 2, 665—669 (РЖМат, 1977, 8A255)
954. —, A nother example of a soluble group that is not conjugacy separable. J. London Math. Soc., 1976, *14*, № 2, 380—382 (РЖМат, 1977, 8A263)
955. *Weichsel P. M.*, Varieties described by verbal subgroups. Lect. Notes Math., 1974, *372*, 705—708 (РЖМат, 1975, 6A302)
956. —, On Engel-like congruences. Compos. math., 1974, *29*, № 1, 67—73 (РЖМат, 1975, 4A260)
957. *Weinbaum C. M.*, On relators and diagrams for groups with one defining relation. III. J. Math., 1972, *16*, № 2, 308—322 (РЖМат, 1973, 1A203)
958. *Weiss E.*, Cohomology of groups. New York, Acad. Press, 1969, X, 274 pp. (РЖМат, 1971, 10A190K)
959. *Wells C.*, Automorphisms of groups extensions. Trans. Amer. Math. Soc., 1971, *155*, № 1, 189—194 (РЖМат, 1972, 1A651)
960. *Wicks M. J.*, A general solution of binary homogeneous equations over free groups. Pacif. J. Math., 1972, *41*, № 2, 543—561 (РЖМат, 1973, 2A201)
961. —, The symmetries of classes of elements in a free group of rank two. Math. Ann., 1974, *212*, № 1, 21—44 (РЖМат, 1975, 6A309)
962. —, A relation in free products. Lect. Notes Math., 1974, *372*, 709—716 (РЖМат, 1975, 6A307)
963. *Wiegold J.*, Some groups with nontrivial multiplicators. Math. Z., 1971, *120*, № 4, 307—308 (РЖМат, 1972, 1A650)
964. —, Pseudonilpotent groups. J. Austral. Math. Soc., 1973, *18*, № 4, 468—469 (РЖМат, 1975, 6A326)
965. —, Free groups are residually alternating of even degree. Arch. Math., 1977, *28*, № 4, 337—339 (РЖМат, 1977, 12A232)
966. *Williams J. S.*, Nielsen equivalence of presentations of some solvable groups. Math. Z., 1974, *137*, № 4, 351—362 (РЖМат, 1975, 3A296)
967. *Wilson J. S.*, On nilpotent groups of automorphisms with fixedpoint-free action. Arch Math., 1972, *23*, № 3, 232—235 (РЖМат, 1973, 2A210)
968. —, On groups satisfying Min-*p*. Proc. London Math. Soc., 1973, *26*, № 2, 226—248 (РЖМат, 1973, 8A203)
969. —, On generalized soluble groups. Lect. Notes Math., 1974, *372*, 719—729 (РЖМат, 1975, 6A325)
970. —, On outer-commutator words. Can. J. Math., 1974, *26*, № 3, 608—620 (РЖМат, 1975, 1A283)
971. —, A note on locally finite varieties. Bull. Austral. Math. Soc., 1976, *14*, № 1, 63—70 (РЖМат, 1976, 12A276)
972. —, Locally soluble groups satisfying the minimal condition for normal subgroups. Lect. Notes Math., 1977, *573*, 130—142
973. —, On periodic generalized nilpotent groups. Bull. London Math. Soc., 1977, *9*, № 1, 81—85 (РЖМат, 1977, 11A262)
974. *Woeppel J. J.*, Join-irreducible Cross product varieties of groups. Trans. Amer. Math. Soc., 1974, *200*, 141—148 (РЖМат, 1975, 6A304)
975. —, Critical groups having central monoliths of a nilpotent by Abelian product variety of groups. Amer. Math. Soc., 1977, *225*, 155—161 (РЖМат, 1977, 10A137)
976. Word Problem. Decision problems and Burnside problem in group theory. Eds Boone W. W., Cannonito F. B., Lyndon R. C. (Stud. Logic and Fo-

undat Math. Vol. 71). Amsterdam — London, North — Holland Publ. Co., 1973. XII, 646 pp. (РЖМат, 1974, 5А264К)

977. *Zacher G.*, Determination of locally finite groups with duals. J. Algebra, 1971, *18*, № 3, 426—431 (РЖМат, 1972, 4А270)

978. *Zappa G.*, Su alcune varietà generate da gruppi supersolubili. Matematiche, 1970 (1971), *25*, № 2, 182—191 (РЖМат, 1972, 3А179)

979. —, Sulla varieta generata da certi gruppi finiti a nilpotente. Matematiche, 1971, *26*, № 2, 201—205 (РЖМат, 1973, 3А446)

980. —, Su certe varieta generate de gruppi risolubili. Symp. math. Ist. naz. alta mat. Vol. 17, London — New York, 1975, 201—205

981. *Ziegler M.*, Algebraisch abgeschlossene gruppen. Preprint, Techn. Univ. Berlin, 1976

982. —, Gruppen mit vorgeschreibenem Wortproblem. Math. Ann., 1976, *219*, № 1, 43—51 (РЖМат, 1976, 6А253)

983. *Zieschang H.*, Über die Nielsensche Kürzungsmethode in freien Produkten mit Amalgam. Invent. Math., 1970, *10*, № 1, 4—37 (РЖМат, 1971, 2А182)

984. —, Generators of the free product with amalgamation of two infinite cyclic groups. Math. Ann., 1977, *227*, № 3, 195—221 (РЖМат, 1977, 11А259)