В. Т. Марков, А. В. Михалёв, Л. А. Скорняков, А. А. Туганбаев, Кольца эндоморфизмов модулей и структуры подмодулей, *Итоги науки и техн. Сер. Алгебра. Топол. Геом.*, 1983, том 21, 183–254

УДК 512.552;
512.553;
512.56

КОЛЬЦА ЭНДОМОРФИЗМОВ МОДУЛЕЙ И СТРУКТУРЫ ПОДМОДУЛЕЙ

В. Т. Марков, А. В. Михалев, Л. А. Скорняков, А. А. Туганбаев

Настоящий обзор составлен по материалам реферативного журнала «Математика» за 1973—1982 гг. и является продолжением аналогичного обзора А. В. Михалева [89]. Он тесно примыкает к обзорам по теории колец [119, 4, 17, 18, 3], теории модулей [120, 121, 90, 91, 122, 79] и теории абелевых групп [93, 95, 96]. Отметим, что авторы не преследовали целей полноты изложения результатов, касающихся абелевых групп.

За этот период различные разделы теории колец, связанные с кольцами эндоморфизмов модулей и структурами подмодулей, были отражены в обширной монографической литературе. В первую очередь отметим книги по теории колец: Л. А. Бокуть [16]; Ю. Д. Дрозд, В. В. Кириченко [43]; переводы книг Каша [55] и Фейса [158]; Кон [65] и [252]; Андерсон и Фуллер [184]; Беренс [212]; Коззенс и Фейс [577]; Шарп и Вамош [609]. Далее, кольца частных систематически изучаются в книгах Штенштрема [623] и Ламбека [453]. Вопросы, относящиеся к линейным группам над кольцами, затронуты в книгах Д. А. Супруненко [127], Верфритца [661], Ю. И. Мерзлякова [87], Макдональда [503] и двух сборников переводов статей [1, 52], а также в последнем обзоре [49] А. Е. Залесского, помещенного в этом томе. Полугруппы эндоморфизмов рассматриваются в книге Петрича [562].

Если не оговорено противное, то всюду далее основное кольцо обозначается через R, все рассматриваемые кольца предполагаются ассоциативными и имеющими единицу, а модули — левыми и унитарными. Слово «идеал» всегда означает двусторонний идеал. Как и в предыдущих обзорах, широко используются следующие обозначения: $M_n(R)$ — кольцо $(n\times n)$-матриц над R, R-Mod — категория всех левых R-модулей;

$J(R)$ — радикал Джекобсона кольца R;

ΠM_α ($\sqcup M_\alpha$) — прямое произведение (прямая сумма) модулей M_α;

$\mathrm{Soc}\, M$ — цоколь модуля M;

$Z(M)$ — сингулярный подмодуль модуля M;

$E(M)$ — инъективная оболочка модуля M;

$\mathrm{End}_R(M)$ — кольцо эндоморфизмов R-модуля M (иногда $\mathrm{End}\, M$);

$L_R(M)$ — структура подмодулей R-модуля M (иногда $L(M)$);

$\mathrm{Aut}_R(M)$ — группа автоморфизмов R-модуля M (иногда $\mathrm{Aut}\, M$);

$|X|$ — мощность множества X;

$\mathbf{Z}$, $\mathbf{Q}$, $\mathbf{R}$ — кольца целых, рациональных и действительных чисел, соответственно.

§ 1. Кольца эндоморфизмов различных классов модулей

В ряде статей с различных точек зрения рассматриваются эндоморфизмы векторных пространств над телами.

Стюарт [625] описал структуру идеалов алгебры Ли линейных преобразований бесконечномерного векторного пространства. В. П. Солтан [125] привел необходимые и достаточные условия того, что два линейных оператора в конечномерном комплексном пространстве имеют одни и те же инвариантные подпространства. Густафсон [337] передоказал с помощью теории модулей над коммутативными артиновыми кольцами неравенство Шура $\dim_F(R) \leqslant g(n) = [n^2/4]+1$ для размерности максимальной коммутативной подалгебры R в алгебре $\mathrm{End}_F(V)$ линейных преобразований n-мерного векторного пространства V над полем F. Там же изучается строение таких подалгебр R размерности $g(n)$. В этом случае алгебра R локальна, $J^2(R)=0$ и $R/J(R) \cong F$. Новотны [540] описывает перестановочные линейные операторы в конечномерных векторных пространствах. Курка [452] отметил, что кольцо эндоморфизмов счетномерного векторного пространства является эквационально компактным модулем над собой с двумя свободными образующими. Хак [341] применяет теорию колец эндоморфизмов векторных пространств и соответствующие слабые топологии для изучения однородных компонент цоколя кольца. Доулингс [269] исследует множества идемпотентов, которые порождают полугруппу сингулярных эндоморфизмов конечномерного векторного пространства. Хансен и Робинсон [351] рассматривают такой линейный оператор f действительных векторных пространств E, V с внутренним произведением, что $E = \mathrm{Ker}(f) \oplus \mathrm{Ker}(f)^\perp$, $F = fE \oplus (fE)^\perp$. Э. А. Бабаев и А. А. Махмудов [6] изучают вопрос о строгости изоморфизма между полугрудами пар линейных отображений векторных пространств. Л. Г. Мустафаев [97, 98] исследует свойства мультипликативной полугруппы

$S(X)$ кольца $K(X)$ всех линейных непрерывных преобразований нормированного пространства X размерности, большей чем 1, над полем действительных или комплексных чисел. В частности, он доказал, что подполугруппа $H(X)$ полугруппы $S(X)$, состоящая из всех преобразований, переводящих X в свои одномерные подпространства, и нулевого преобразования, является вполне простой, причем полугруппы $H(X)$ и $S(X)$ определяют пространство X с точностью до топологического изоморфизма. Махала [486] доказал, что каждое обобщенное полулинейное преобразование векторного пространства индуцирует гомоморфизм соответствующего проективного пространства и каждый гомоморфизм проективного пространства может быть индуцирован обобщенным полулинейным преобразованием. Он же обобщил этот результат в [488]. В. М. Усенко [153] рассматривает полугруппы полулинейных преобразований. В [534] отмечено, что структура левых аннуляторов кольца эндоморфизмов векторного пространства является подструктурой структуры его левых идеалов.

Полное кольцо матриц над R можно рассматривать как кольцо эндоморфизмов свободного R-модуля. В связи с этим отметим некоторые результаты о кольцах матриц, интересные с этой точки зрения. Ряд свойств левых идеалов кольца R_n установил Стоун [627]. В частности, для локального кольца R оказалось, что все максимальные левые идеалы кольца R_n сопряжены. Гарднер [318] отметил, что кольцо матриц наследует свойство T-нильпотентности. Напомним, что кольцо R с инволюцией называется бэровским $*$-кольцом, если для любого подмножества $A \subseteq R$ имеем $Ann_R(A) = Re$, где $e = e^2 = e^*$. Хандельман [345] исследовал, когда это свойство наследуется кольцом матриц. В случае коммутативности кольца R это имеет место тогда и только тогда, когда R — полунаследственный порядок в самоинъективном кольце, $M = M^*$ для любого максимального идеала из R и инволюция, естественным образом возникающая на поле R/M, положительна. Некоторые условия (в терминах кольца эндоморфизмов), обеспечивающие свободу модуля, приведены в [422].

В следующих работах затронуты кольца эндоморфизмов проективных и близких к ним модулей.

Миллер [512] изучает свойства конечно порожденного проективного модуля P_A над кольцом A и его кольца эндоморфизмов B. Модуль P называется инъектором, совершенным инъектором, проектором, совершенным проектором, флетъектором, если соответственно функтор ${}_BP\otimes_A(—)$ сохраняет инъективные модули, инъективные оболочки, проективные модули, проективные накрытия, плоские модули. Приводятся характеризации указанных классов модулей. Например, P_A — флетъектор тогда и только тогда, когда модуль ${}_BP$ — плоский. Ю. А. Дрозд [282] исследует такие свойства E кольца R, что кольцо R обладает свойством E тогда и только тогда, когда этим свойством обладают все кольца End (P) для любого конечно порожденного проективного R-модуля P, являющегося прямой суммой не более чем N неразложимых модулей для некоторого фиксированного числа N. Нита [537] рассматривает некоторые свойства кольца R, переносящиеся на кольца эндоморфизмов проективных образующих. Хилл [378] доказал, что кольцо эндоморфизмов конечно порожденного проективного левого модуля, в котором все подмодули проективны, является наследственным слева кольцом. Алмквист [178, 179] изучает свойства эндоморфизмов конечно порожденных проективных модулей над коммутативными кольцами. Пусть F — конечно порожденный свободный R-модуль, $\{N_i\}$ — система его конечно порожденных подмодулей, D — подкольцо в $\mathrm{End}_R(F)$, состоящее из эндоморфизмов, переводящих каждый из модулей N_i в себя. М. Я. Финкельштейн [159] доказал, что если кольцо R совершенно (справа или слева) или полупримарно, то кольцо D обладает тем же свойством.

Пусть D — неразложимый проективный A-модуль, где A — конечномерная алгебра над полем, $M \in L(D)$. Брандт [225] рассматривает взаимоотношение следующих свойств: (1) включение $M \to D$ индуцирует изоморфизм $\mathrm{End}(M) \cong \mathrm{Hom}(M, D)$; (2) M — характеристический подмодуль; (3) M — вполне инвариантный подмодуль.

Эллигер [287] установил, что если M — квазипроективный модуль, каждый ненулевой подмодуль которого обладает максимальным подмодулем, то аналогичным свойством обладает кольцо $\mathrm{End}(M)$ как левый модуль над собой. Тивари и Кумар [636] показали, что кольцо $\mathrm{End}(M)/J(\mathrm{End}(M))$ регулярно, если M — псевдопроективный модуль, удовлетворяющий некоторым дополнительным ограничениям (модуль M называется псевдопроективным, если для любых эпиморфизмов $g, h: M \to \bar{M}$ найдется такой гомоморфизм $f: M \to M$, что $g = hf$). Фуджита [308] при выполнении некоторых дополнительных требований находит условия для конечномерного рефлексивного модуля M над круллевым порядком R в полупростом артиновом кольце, влекущие неравенство $\mathrm{gl.dim}(\mathrm{End}_R(M)) \leqslant 2$. Конечномерный модуль T над конечномерной алгеброй A называется наклоняющим модулем, если: 1) $\mathrm{proj.dim}(T) \leqslant 1$; 2) $\mathrm{Ext}(T, T) = 0$; 3) $T\text{-}\mathrm{codim}(A_A) \leqslant 1$. Хаппель и Рингель [352] изучают алгебры вида $\mathrm{End}(T)$, где T — наклоняющий модуль над конечномерной наследственной алгеброй A. Модуль M называется d-непрерывным, если: 1) для любого $A \in L(M)$ верно, что $M = M_1 \oplus M_2$, где $M_1 \subseteq A$ и $A \cap M_2$ — малый подмодуль в M_2; 2) если фактормодуль M/N изоморфен прямому слагаемому модуля M, то N — прямое слагаемое модуля M. Мохаммед и Сингх [516] установили следующие свойства кольца эндоморфизмов E d-непрерывного модуля M: 1) $E/J(E)$ — регулярное кольцо;

2) $J(E)=\{f\in E \mid f(M)$ — малый подмодуль в $M\}$; 3) в кольце E идемпотенты можно поднимать по модулю радикала $J(E)$; 4) если модуль M неразложим, то кольцо E локально. Сюда примыкает также работа [515].

Ряд работ посвящен кольцам эндоморфизмов инъективных и близких к ним модулей.

Ниши [535] описал строение кольца эндоморфизмов неразложимого инъективного модуля над прюферовой областью и определил его центр. Миллер и Тёрнидж [514] выяснили, когда кольцо эндоморфизмов инъективного кообразующего является полунаследственным справа кольцом, а также кольцом, в котором все главные правые идеалы проективны. Хансен [350] описал строение колец эндоморфизмов инъективных модулей над полупримарным кольцом R с условием $\mathrm{gl.dim}(R/J^2(R))<\infty$. Онодера [548] доказал, что если $_RM$ — инъективный проективный модуль с существенным конечно порожденным цоколем и каждый его простой фактормодуль изоморфен подмодулю из M, то кольцо $\mathrm{End}_R(M)$ является инъективным кообразующим как модуль над собой. Модуль M называется линейно компактным, если в нем разрешима любая конечно разрешимая система конгруэнций $x\equiv x_\alpha(\mathrm{mod}(M_\alpha))$, где $\{M_\alpha\}$ — семейство подмодулей модуля M. Кольцо R называется левым кольцом Мориты, если модуль $_RR$ и все инъективные оболочки простых левых R-модулей линейно компактны. Онодера [551] установил, что если R — левое кольцо Мориты, то все кольца эндоморфизмов инъективных левых R-модулей с существенным конечно порожденным цоколем являются правыми кольцами Мориты. Там же показано, что если кольцо R линейно компактно слева, M — линейно компактный инъективный модуль с существенным конечно порожденным цоколем, то M — линейно компактный кообразующий категории правых $\mathrm{End}_R(M)$-модулей. О кольцах эндоморфизмов линейно компактных модулей см. также [549].

Харада и Ишии [356] нашли достаточные условия левой артиновости кольца эндоморфизмов нётерова квазиинъективного правого модуля. Они же исследовали кольца эндоморфизмов квазиинъективных объектов абелевых категорий. Эллигер [287] доказал, что кольцо эндоморфизмов квазиинъективного полуартинова модуля является полунётеровым справа кольцом. Деспанде [272] установил, что если M — квазиинъективный модуль с существенным цоколем над полулокальным кольцом R, то: 1) $\bigcap\limits_{n=1}^{\infty} J^n(\mathrm{End}(M))=0$; 2) если, к тому же, M — инъективный артинов кообразующий, то кольцо $\mathrm{End}(M)$ полно в топологии, определяемой степенями $J(\mathrm{End}(M))$. Кольца эндоморфизмов квазиинъективных модулей затрагивал Асхан [172]. Модуль M называется непрерывным, если каждый его подмодуль является существенным подмодулем некоторого прямого слагаемого модуля M и любой подмодуль модуля M, изоморфный прямому слагаемому модуля M, сам является прямым слагаемым. Свойства кольца эндоморфизмов непрерывного модуля, аналогичные свойствам кольца эндоморфизмов квазиинъективного модуля, указал Бишо [217]. Деспанде и Феллер [273] доказали, что если рациональное пополнение нётерова модуля M содержит квазиинъективную оболочку модуля M, то $J^n M=0$, где $J=J(\mathrm{End}(E(M)))$. Муссон [524] касался свойств колец эндоморфизмов инъективных оболочек конечно порожденных модулей над групповыми кольцами полициклических групп. С. Т. Главацкий ([25], с. 163; [27], с. 36) привел ряд результатов о кольцах эндоморфизмов топологических инъективных модулей. Кольца эндоморфизмов квазифробениусовых модулей затрагивали Хаугер и Циммерман [360].

Пусть ${}_R M$ — модуль, у которого размерность Голди конечна и равна n, $N(M)$ — идеал кольца $\mathrm{End}_R(M)$, образованный всеми f, у которых ядра являются существенными подмодулями, $D=\mathrm{End}(M)/N(M)$. Шок [611] доказал: 1) кольцо D вкладывается во вполне приводимое кольцо размерности Голди n; 2) цепочка правых (левых) аннуляторов в кольце D состоит не более чем из n членов; 3) все нильподкольца кольца D нильпотентны и их индекс нильпотентности не превосходит $n+1$.

Голдсмит [322] охарактеризовал кольца эндоморфизмов редуцированных модулей без кручения над коммутативными полными кольцами дискретного нормирования. Нита [336] затрагивает кольца эндоморфизмов модулей над кольцами, у которых каждый простой левый модуль изоморфен левому идеалу. Фаркаш и Снайдер [297] показали, что любая конечномерная алгебра с делением над полем F характеристики ноль изоморфна кольцу эндоморфизмов некоторого простого модуля над алгеброй Вейля $A(F)$. Йондруп [420] доказал, что регулярность коммутативного кольца R равносильна тому, что все R-модули с локальными кольцами эндоморфизмов просты.

Махала [480] исследует связь между свойствами структур главных левых идеалов колец эндоморфизмов некоторых однородных вполне приводимых модулей и автоморфизмами этих колец. Он же [481] изучает свойства эндоморфизмов аддитивной группы кольца эндоморфизмов вполне приводимого модуля. К. В. Агапитов [2] выяснил строение кольца биэндоморфизмов точного примарного модуля над ограниченным наследственным нётеровым первичным кольцом. Циммерман — Хьюзген [684] исследует вопрос, когда функтор $\mathrm{Hom}_R(M, -)$ переводит инъективные оболочки R-модулей в инъективные оболочки $\mathrm{End}(M)$-модулей. Е. Ш. Керер [58] изучает эндоморфизмы конечно порожденных модулей над областями главных идеалов.

Укажем некоторые из работ, посвященных кольцам эндоморфизмов абелевых групп.

Абелева группа G называется эндожесткой, если для любого $h \in \mathrm{End}(G)$ найдется такое целое число n, что $h(g)=ng$ для всех $g \in G$. Шелах [610] при предположении, что $2^{\aleph_0}<2^{\aleph_1}$, доказал существование эндожесткой сильно $\aleph_1$-свободной абелевой группы мощности $\aleph_1$.

П. А. Крылов [72] описал строение кольца эндоморфизмов неразложимой абелевой группы без кручения, у которой все p-базисные подгруппы цикличны. С. Ф. Кожухов [64] охарактеризовал абелевы группы без кручения конечного ранга с кольцами эндоморфизмов, являющимися подкольцами поля рациональных чисел. Там же описаны абелевы группы G без кручения конечного ранга, у которых каждый нетождественный автоморфизм регулярен и $pG=G$ хотя бы для одного простого числа p.

Хубер и Уорфилд [381] рассматривают ядра и коядра гомоморфизмов $A^X \to A^Y$, где A — редуцированная абелева группа без кручения конечного ранга, особо выделяя случай, когда кольцо $\mathrm{End}(A)$ наследственно. Кольца эндоморфизмов и квазиэндоморфизмов абелевых групп без кручения изучали Корнелиус [256] и Леувен [465]. Свойства колец эндоморфизмов сепарабельных абелевых групп без кручения исследовали Уэбб [659, 660] и Баззони и Метелли [205]. Бреннер [226] использует свойства разложения некоторых малых диаграмм модулей для изучения кольца эндоморфизмов абелевой группы без кручения. Кольца эндоморфизмов счетных абелевых групп без кручения затрагиваются, в частности, в обзоре Орсатти [554].

И. Х. Беккер и С. К. Россошек [10] исследуют абелевы группы без кручения A, которые с помощью действия своего фиксированного эндоморфизма превращаются в периодический модуль над кольцом $Z[x]$. Арнольд и Лэди [193] для случая, когда A — абелева группа без кручения конечного ранга, выясняют, когда кольцо $\mathrm{End}(A)$ является областью главных правых идеалов или наследственным справа кольцом, а также обладает тем свойством, что $BA \neq A$ для любого правого идеала B из $\mathrm{End}(A)$.

Кольца эндоморфизмов примарных периодических абелевых групп исследовали Монк [517], Корнер [257], Хаузен и Джонсон [372], Ричман и Уокер [582]. Кольца эндоморфизмов сервантных подгрупп вполне разложимых абелевых групп без кручения конечного ранга изучает Арнольд [191]. Ряд результатов о кольцах эндоморфизмов абелевых групп без кручения приведен П. А. Крыловым [75].

Шульц [607] получил ряд следствий из существования изоморфизма кольца и кольца эндоморфизмов его аддитивной группы. Топологические аспекты колец эндоморфизмов абелевых групп рассматривались в работах [276, 274, 277, 423, 194, 346, 430].

А. Г. Григорян [36] изучал кольца эндоморфизмов модулей над малыми преаддитивными категориями. Бергман [215] исследовал действие на модуле булева кольца с помощью идемпотентных эндоморфизмов модуля. Карлсон [243] изучает конечно порожденные модули над групповой алгеброй конечной p-группы с коэффициентами из поля F характеристики p, у которых кольца F-эндоморфизмов изоморфны прямой сумме одномерного тривиального FG-модуля и некоторого свободного модуля.

§ 2. Свойства отдельных эндоморфизмов

Саббах [593] доказал, что каждый сюрьективный или инъективный эндоморфизм конечно представимого левого модуля над совершенным справа кольцом является автоморфизмом. Кокс и Раш [259] установили, что трансфинитная нильпотентность первичного радикала коммутативного кольца R равносильна тому, что все сюрьективные эндоморфизмы любых плоских R-модулей конечного локального ранга являются автоморфизмами, и привели пример плоского модуля конечного внешнего ранга, обладающего неинъективным сюрьективным эндоморфизмом. Стефенсон [624] доказал, что если M-модуль с дистрибутивной структурой подмодулей и каждый ненулевой подфактор модуля M обладает максимальным (минимальным) подмодулем, то любой сюрьективный (инъективный) эндоморфизм модуля M является автоморфизмом. Армендариц, Фишер и Снайдер [190] рассматривают вопрос, когда инъективные или сюрьективные эндоморфизмы конечно порожденных модулей являются автоморфизмами, передоказывая при этом известные результаты и приводя примеры.

Такеути [634] доказал, что любой эндоморфизм неразложимого модуля, обладающего артиновым проективным накрытием, является либо автоморфизмом, либо нильпотентным эндоморфизмом. Шарп [608] исследует свойства модулей над коммутативным нётеровым кольцом R, являющихся конечными прямыми суммами модулей, у которых умножение на любой элемент кольца R является либо нильпотентным, либо сюрьективным эндоморфизмом. Бальцержик [199] вычисляет следы p-тых внешних степеней суммы двух эндоморфизмов конечно порожденных проективных модулей над коммутативным кольцом. Дэвисон [266] называет гомоморфизм $f: M \to N$ модулей над коммутативным кольцом обратно дистрибутивным, если $f^{-1}(A+B)=f^{-1}(A)+f^{-1}(B)$ для всех A, $B \in L(N)$. Он также доказывает, что свойство обратной дистрибутивности локально, и выясняет, какие ограничения на кольцевое расширение $A \subseteq B$ коммутативных колец накладывает обратная дистрибутивность вложения.

Модули, у которых все эндоморфизмы подмодулей продолжаются на весь модуль, изучал В. Е. Говоров [28] и А. А. Туганбаев [130, 131, 132, 136, 140, 144, 145, 147, 149, 150, 151, 152]. Он же [131, 135] исследовал модули, в которых все автоморфизмы подмодулей продолжаются до автоморфизмов (эндоморфизмов) самого модуля, а также модули, у которых все эндоморфизмы фактормодулей поднимаются на весь модуль [133, 134, 136, 137, 141, 142]. Модули, у которых все идемпотентные эндоморфизмы подмодулей продолжаются до эндоморфизмов самого модуля, рассматривали Джереми [418], Гоэл и Джейн [320] и Ахсан [173].

А. П. Мишина [92] описала абелевы группы, у которых все эндоморфизмы (автоморфизмы) подгрупп продолжаются до эндоморфизмов (автоморфизмов) самой группы. Она же [94] описала абелевы группы со свойством подъема всех эндоморфизмов (автоморфизмов) факторгрупп на саму группу. Ю. М. Фирсов [160] сформулировал на матричном языке условия продолжения автоморфизма (эндоморфизма) подгруппы свободной абелевой группы до автоморфизма (эндоморфизма) всей группы. Михель [511] рассматривает системы инвариантов для нильпотентных эндоморфизмов конечно порожденных свободных абелевых групп.

§ 3. Кольцевые свойства колец эндоморфизмов

В данном параграфе предполагается, что эндоморфизмы действуют на левых модулях справа, а на правых модулях, когда они встречаются, — слева. Начнем с работ, в которых описаны свойства основного кольца R и R-модуля M, связанные, в первую очередь, с первичностью и полупервичностью кольца $\mathrm{End}_R(M)$. Для абелевой группы G эти свойства исследовал П. А. Крылов [74]. Пусть V — делимая оболочка группы G без кручения, $K(V) = \mathrm{End}_{\mathbf{Q}}(V)$, $\mathscr{E}(G)$ — кольцо квазиэндоморфизмов группы G, т. е. делимая оболочка подгруппы $\mathrm{End}\ (G)$ в $K(V)$. Доказана эквивалентность следующих свойств: 1) $\mathscr{E}(G)$ — тело; 2) G — сильно неразложимая группа, совпадающая со своим псевдоцоколем (т. е. сервантной подгруппой, порожденной всеми вполне инвариантными сервантными подгруппами). Доказана также эквивалентность следующих условий: 1) $\mathscr{E}(G)$ — простое кольцо; 2) $\mathrm{End}_{\mathbf{Z}}(G)$ — первичное кольцо; 3) группа G квазиизоморфна прямой сумме сильно неразложимых попарно квазиизоморфных групп, совпадающих со своими псевдоцоколями. Аналогичный результат связывает полупервичность кольца $\mathrm{End}_{\mathbf{Z}}(G)$ с классической полупростой кольца $\mathscr{E}(G)$: каждое из этих условий эквивалентно совпадению группы G со своим псевдоцоколем. Он же [69] привел достаточное условие полупростоты кольца $\mathrm{End}\ (G)$ для случая, когда G совпадает со своим псевдоцоколем. Хатчинсон и Зельманович [393] отметили, что если

R — существенная подпрямая сумма первичных колец R_α, т. е. R — существенный подмодуль в $\prod_\alpha R_\alpha$ и M — модуль без кручения над R, то $\mathrm{End}_R(M)$ — существенная подпрямая сумма первичных колец. Реско [578], рассматривая вопрос о примитивности тензорного произведения примитивной алгебры A над коммутативной областью целостности K на плоскую K-алгебру B, доказал, что если существует такой простой точный A-модуль U, что алгебра $\mathrm{End}_A(U)\underset{K}{\otimes}B$ примитивна, то и алгебра $A\underset{K}{\otimes}B$ примитивна. Фейс [293] показал, что кольцо $\mathrm{End}_R(E)$ является телом для любого неразложимого инъективного модуля E в том и только в том случае, когда любой конеприводимый левый идеал кольца R является критическим. Здесь же отметим работу [600].

Перейдем к результатам, касающимся выполнения различных условий конечности в кольцах эндоморфизмов. Арнольд и Лэди [193] нашли условия, при которых кольцо эндоморфизмов абелевой группы без кручения конечного ранга является кольцом главных правых идеалов без делителей нуля, соответственно, наследственным кольцом, кольцом, над которым каждый проективный модуль свободен. Хилл [378] показал, что если любой подмодуль конечно порожденного проективного R-модуля P проективен, то $\mathrm{End}\,P$ — наследственное слева кольцо. Гупта и Варадараджан [336] установили правую нётеровость кольца эндоморфизмов квазиинъективного артинова модуля. Харада и Ишии [356] указали некоторые достаточные условия левой артиновости кольца эндоморфизмов квазиинъективного нётерова модуля, а Рангасвами [574] — то же для артинова модуля. Голди и Смолл [321] показали, что если R — нётерово слева кольцо и M — конечно порожденный R-модуль, то кольцо $T=\begin{pmatrix}\mathrm{End}\,M & 0\\ M & R\end{pmatrix}$ — левое кольцо Голди, и все нильподкольца кольца $\mathrm{End}\,M$ нильпотентны. Фишер [300] и Гордон [327] доказали нильпотентность нильподколец кольца эндоморфизмов артинова модуля, а также модуля, имеющего конечную размерность Крулля. Аналогичный результат для рационального пополнения нётерова модуля получен в [273]. Смало [616] показал, что если M — модуль конечной длины и n — максимальное число изоморфных между собой факторов его композиционного ряда, то $J(\mathrm{End}\,M)^n=0$.

Вопрос об алгебраичности тел эндоморфизмов простых модулей, на который указала Смит [617], исследовал Ирвинг [395, 396, 397]. Он называет алгебру A над полем k удовлетворяющей теореме Гильберта о нулях, если тело эндоморфизмов любого простого A-модуля алгебраично над k. Среди прочих результатов отметим построение примеров алгебр и полугрупп, имеющих подэкспоненциальный, но не степенной **рост** размерности подпространств, порожденных словами от образующих не более чем заданной длины, а также нётеровых примитивных алгебр, не удовлетворяющих теореме Гильберта о нулях. С другой стороны, Кошон [245] доказал, что если R — фильтрованная алгебра над полем k, причем $R_0=k$, и $\operatorname{gr} R$ — конечно порожденная коммутативная k-алгебра, то $\operatorname{End} M \underset{k}{\otimes} k'$ — алгебраическая k'-алгебра для любого расширения k' поля k и любого модуля M конечной длины.

Керр [436] привел пример коммутативного кольца Голди, кольцо матриц над которым уже не является кольцом Голди, а Гордон и Робсон [329] отметили существование примера критического левого идеала L в нётеровом первичном кольце R такого, что кольцо $\operatorname{End}_R(L)$ не имеет левой размерности Крулля. Джатегаонкар [410] построил пример артинова (нётерова первичного) кольца R, содержащего такой левый идеал L, что кольцо $\operatorname{End}_R(L)$ не артиново (не нётерово) ни слева, ни справа.

Ософская [555] приводит оценки для слабой глобальной размерности колец эндоморфизмов свободных модулей. Смало [615] показал, что если R — артинова алгебра с радикалом J и $J^n=0$, но $J^{n-1}\neq 0$, то $\operatorname{gl.dim}\left(\operatorname{End}_R\left(\bigoplus_{i=0}^{n} A/J^i\right)\right)\leqslant n$, причем эта оценка неулучшаема. Глобальную размерность некоторых колец эндоморфизмов рефлексивных модулей исследовал Роггенкамп]586].

Сальче и Менегаццо [594] описали абелевы группы, кольца эндоморфизмов которых линейно компактны в конечной топологии. Настасеску [525] доказал полуартиновость кольца эндоморфизмов конечно порожденного полуартинова квазипроективного модуля. Некоторые условия конечности для колец эндоморфизмов квазипроективных и квазиинъективных модулей встречаются у Эллигера [286, 287].

Рангасвами [572] нашел необходимое условие самоинъективности слева кольца эндоморфизмов абелевой группы. А. В. Иванов [51] указал необходимые и достаточные условия самоинъективности слева и самоинъективности справа этого кольца, а также выполнения в нем аннуляторного условия. Например, кольцо $\operatorname{End}_Z(G)$ самоинъективно справа тогда и только тогда, когда $G=D\oplus A$, где D — делимая группа, A — редуцированная вполне инвариантная сервантная подгруппа в $\prod_{p\in\pi} T_p$, где π — множество всех простых чисел, а T_p — прямая сумма изоморфных циклических p-групп, причем при $D\neq 0$, A — периодическая группа. Ряд результатов о самоинъективности колец эндоморфизмов различных классов R-модулей и ее связи со свойствами самого кольца R и категории R-Mod получили Г. М. Бродский [20], Г. М. Бродский и А. Г. Григорян [22]. Обобщение многих результатов на модули над малыми категориями содержится в работах А. Г. Григоряна [35, 36]. Гудёрл и Бойль [326] использовали кольца эндоморфизмов несингулярных инъективных модулей для изучения строения самоинъективных регулярных колец.

Г. М. Бродский и А. Г. Григорян ([25], 2, с. 18) изучали кольца эндоморфизмов методами теории кручений. Среди полученных результатов: коммутативное кольцо R полупросто и артиново (регулярно и полуартиново) тогда и только тогда, когда кольцо эндоморфизмов любого инъективного R-модуля регулярно (удовлетворяет условию: правый аннулятор любого собственного конечно порожденного левого идеала содержит ненулевой идемпотент). Эрлих [285] показал, что регулярное кольцо $S=\operatorname{End} M$ является обратимо регулярным, т. е. для любого $a\in S$ существует обратимый элемент $u\in S$ такой, что $aua=a$, тогда и только тогда, когда в модуле M дополнения изоморфных прямых слагаемых изоморфны. Найден также класс модулей, для которых обратимая регулярность кольца эндоморфизмов эквивалентна его регулярности и конечности в смысле Неймана (т. е. из $xy=1$ следует $yx=1$ для $x, y\in S$). Условие конечности в смысле Неймана в кольцах эндоморфизмов рассматривал также Петерсон [560].

Армендариц [189] доказал, что если R — коммутативное кольцо или регулярное V-кольцо, а M — модуль с артиновыми первичными факторами (т. е. M/PM — артинов модуль для любого первичного идеала P кольца R), то кольцо $S=\operatorname{End}_R(M)$ сильно π-регулярно (т. е. для любого $a\in S$ существует такое целое $n\geqslant 1$, что $a^n\in a^{n+1}S$). Джереми [417, 418] указал ряд условий, при которых кольцо эндоморфизмов модуля порождено своими идемпотентами. Бэровские кольца эндоморфизмов модулей изучал Кхури [440, 442, 443]. Например, если M — несингулярный модуль и $\operatorname{Hom}_R(M, U)\neq 0$ для любого ненулевого подмодуля $U\subseteq M$, то кольцо $\operatorname{End}_R(M)$ является бэровским тогда и только тогда, когда любое дополнение в M — прямое слагаемое. Никольсон [528] доказал, что кольцо эндоморфизмов регулярного модуля над I_0-кольцом является полупростым I_0-кольцом (кольцо R называется I_0-кольцом, если любой односторонний идеал, не лежащий в $J(R)$, содержит ненулевой идемпотент, модуль M называется регулярным, если для любого $x\in M$ существует гомоморфизм $\alpha: M\to R$ такой, что $x=\alpha(x)x$).

Метелли и Сальче [510] охарактеризовали в терминах минимальных идемпотентов и топологии, порожденной их аннуляторами, кольца эндоморфизмов абелевых групп без кручения, удовлетворяющих двум условиям: любые две сервантные подгруппы ранга 1 изоморфны, и любое конечное подмножество содержится в прямом слагаемом, разлагающемся в прямую сумму групп ранга 1. В [685] показано, что если M — алгебраически компактный модуль и $S=\operatorname{End} M$, то $S/J(S)$ — самоинъективное справа регулярное кольцо. Вагонер [653] переносит свойство кольца быть кообразующим, а Берджесс и Рафаэль [232] — свойства ортогональной полноты и полноты кольца на кольцо эндоморфизмов проективного модуля P конечного типа (Вагонер дополнительно требует, чтобы все простые эпиморфные образы модуля P вкладывались в P). Хирано [380] показал, что конечно порожденный модуль M является V-модулем (т. е. каждый подмодуль в M — пересечение максимальных подмодулей) тогда и только тогда, когда M — самообразующий и $\operatorname{End} M$ является V-кольцом. Кастанья [244] отметил, что любой эндоморфизм абелевой p-группы, являющейся счетной прямой суммой периодически полных групп, представляется в виде суммы двух автоморфизмов.

Г. М. Бродский [19, 21] показал, что ${}_RR$ — кообразующий (R — квазифробениусово кольцо) тогда и только тогда, когда для любого свободного модуля M (любого проективного образующего любого инъективного кообразующего M) в кольце $\operatorname{End}_R(M)$ выполняется аннуляторное условие $l(r(J))=J$ для любого конечно порожденного левого идеала J ($l(r(J))=J$ и $r(l(I))=I$ для любых конечно порожденных правого идеала I и левого идеала J. Чаттерс и Кхури [248] использовали аналогичный подход для характеризации несингулярных cs-колец (т. е. колец, в которых каждый дополняемый левый идеал является прямым слагаемым). Грин [332] установил, что если U является p-подгруппой конечной группы G, и представление Y группы G, индуцированное тривиальным представлением группы U, имеет фробениусову алгебру в качестве кольца эндоморфизмов, то $\operatorname{Soc} Y$ и $Y/J(Y)$ — простые модули. Китамура [447] отметил, что если $B\subset A$ — расширение колец, причем ${}_BA$ и A_B — конечно порожденные проективные модули и M_A — образующий, являющийся конечно порожденным проективным A-модулем, то A — фробениусово (квазифробениусово, левое квазифробениусово) расширение кольца B тогда и только тогда, когда расширение $\operatorname{End}_B(M)\supset\operatorname{End}_A(M)$ обладает соответствующим свойством.

Циммерман [683] установил полупримарность кольца $\operatorname{End} M$ в том случае, когда счетная прямая сумма копий конечно порожденного модуля M выделяется прямым слагаемым из их прямого произведения.

Гордон и Грин [328], развивая теорию представлений нётеровых колец, аналогичную теории представлений артиновых колец, называют модуль M строго неразложимым, если он нётеров, и $K\dim M/(A+B)=K\dim M$ для любых ненулевых подмодулей A, B модуля M с нулевым пересечением, и α-неразложимым, если он строго неразложим, $K\dim M=\alpha$ и M — модуль Макколея, т. е. $K\dim N=\alpha$ для любого ненулевого подмодуля $N\subseteq M$ (здесь $K\dim M$ обозначает размерность Крулля модуля M). Доказано, что кольцо эндоморфизмов α-неразложимого модуля обладает многими свойствами коммутативных примарных колец.

Флёри [301] и Харада [355] указали ряд условий, при которых кольцо эндоморфизмов пустотелого модуля локально (модуль называется пустотелым, если все его собственные подмодули малы). Например, это верно, если основное кольцо совершенно слева или справа (Харада). А. Г. Завадский и В. В. Кириченко [47] описали нётеровы кольца R, для которых $\mathrm{End}_R(M)$ — кольцо дискретного нормирования для любого неразложимого модуля M без кручения в смысле Басса. П. А. Крылов [73] исследовал кольца эндоморфизмов сервантных подгрупп группы целых p-адических чисел. В частности, он показал, что если такая подгруппа A совпадает со своим псевдоцоколем, то $\mathrm{End}_{\mathbf{Z}}(A)$ — кольцо дискретного нормирования. Хаузен [364] отметила, что абелева p-группа A при ($p\geqslant 5$) имеет (единственную) максимальную вполне инвариантную подгруппу тогда и только тогда, когда кольцо $\mathrm{End}_{\mathbf{Z}}(A)$ имеет (единственный) минимальный ненулевой идеал. Шорс и Льюис [612] доказали, что кольцо эндоморфизмов цепного модуля M является кольцом нормирования, если M — точный модуль над областью целостности (в общем случае это не так). Макино [491] указал необходимые и достаточные условия (в терминах подфакторов неразложимых прямых слагаемых модуля M над обобщенно однорядным кольцом) того, что кольцо $\mathrm{End}\, M$ обобщенно однорядно. Вамош [642] называет модуль T тестовым, если для любого ненулевого R-модуля M, $\mathrm{Hom}_R(M, T)\neq 0$, а кольцо R называет TC-кольцом, если каждый тестовый R-модуль является кообразующим. Доказано, что если M — простой модуль над TC-кольцом R, то $\mathrm{End}_R(E(M))$ — локальное кольцо, конечно порожденные односторонние идеалы которого свободны как модули над ним.

Хаугер [359] указал условия совершенности справа кольца эндоморфизмов конечно порожденного самопроективного модуля. Ру [591] называет кольцо R кольцом Накаямы, если каждый конечно порожденный R-модуль разлагается в прямую сумму локальных модулей (т. е. модулей, содержащих наибольший собственный подмодуль), и доказывает, что если P — минимальный кообразующий над кольцом Накаямы R, то $\mathrm{End}_R(R)$ — полусовершенное цепное справа кольцо.

Кольцо R называется qc-кольцом, если любой циклический R-модуль квазиинъективен. Ахсан [172] показал, что если R является qc-кольцом, то $\mathrm{End}_R(M)$ является qc-кольцом для циклического и полусовершенным кольцом для конечно порожденного проективного модуля M. Пусть $\sigma[M]$ — полная подкатегория в категории R-Mod, порожденная всеми подфакторами прямых сумм копий R-модуля M. Модуль M называется σ-полусовершенным, если любой фактормодуль модуля M обладает проективным накрытием в $\sigma[M]$. Висбауер [670] доказал эквивалентность σ-полусовершенности модуля M и полусовершенности кольца $\operatorname{End} M$. Он же [671] исследовал кольцо эндоморфизмов инъективной оболочки модуля M в категории $\sigma[M]$ и указал, в частности, достаточные условия его регулярности и классической полупростоты. Рангасвами [574] отметил, что если M — квазипроективный кообразующий и $\operatorname{End} M$ — совершенное кольцо, то M — конечно порожденный проективный модуль.

В ряде работ рассматривались коммутативные кольца эндоморфизмов. Вопрос о коммутативности кольца эндоморфизмов смешанных абелевых групп исследовали Шульц [606] и Лоувер [459]. Критерии коммутативности колец эндоморфизмов и квазиэндоморфизмов абелевых групп без кручения указали Леувен [463], Т. М. Флешер ([26], с. 109) и В. Х. Фарукшин [154]. Последний изучал также кольца эндоморфизмов и квазиэндоморфизмов модулей без кручения конечного ранга над локализациями $\mathbf{Z}_p$, указал достаточные условия включения $\operatorname{End}_{\mathbf{Z}_p}(M)\subseteq\mathbf{Q}$ ([25], ч. 1, с. 164), необходимое и достаточное условие совпадения $\mathscr{E}(M)=\mathbf{Q}$ [26, с. 107] для редуцированного неразложимого модуля M (где $\mathscr{E}(M)$ — кольцо квазиэндоморфизмов), в ряде случаев описал тензорное произведение p-адического пополнения кольца $\operatorname{End}_{\mathbf{Z}_p}(M)$ на $\mathbf{Q}$ ([27], с. 137). Близкие вопросы рассматривали ранее С. Ф. Кожухов [64] и Батлер [234]. Фаччини [289] для некоторого класса колец R указал критерии коммутативности кольца $\operatorname{End}_R(R_D/R)$, где R_D — инъективная оболочка R относительно кручения Диксона.

Бенабдаллах и Бирц [214] построили пример суперразложимой (т. е. не имеющей неразложимых ненулевых прямых слагаемых) группы G без кручения такой, что $\operatorname{End}_{\mathbf{Z}}(G)$ — коммутативное кольцо, аддитивная группа которого изоморфна группе G, а К. И. Бейдар [7] — пример коммутативного полупервичного кольца R и точного конечно представимого R-модуля M такого, что $\operatorname{End}_R(M)$ — коммутативное кольцо, но M не изоморфен никакому идеалу кольца R. Кокс [258], напротив, привел некоторые достаточные условия наличия такого изоморфизма, а также независимо получил один результат Аламелю [174, 175] о коммутативности кольца эндоморфизмов идеала. Фукс [307] доказал, что для любого измеримого кардинала $\mathfrak{m}$ существует абелева группа A мощности $\mathfrak{m}$ такая, что $\operatorname{End}_{\mathbf{Z}}(A)\cong\mathbf{Z}$. Сюда же относятся и некоторые замечания из [462].

Е. А. Дементьева и Л. Е. Загорин ([25], ч. 2, с. 42) исследовали Z-подалгебры некоторого подкольца в $\operatorname{End}_R(M)$, где Z — центр локального кольца R, а M — свободный R-модуль. Джозеф [421] показал, что если R — алгебра с фильтрацией над полем k и $\operatorname{gr} R$ — коммутативная конечно порожденная k-алгебра, то размерность коммутативных подалгебр в кольце эндоморфизмов конечно порожденного R-модуля M не превосходит размерности Крулля модуля M.

Паско [559] получил частичное обращение известной теоремы Прочези, доказав, что если P — проективный модуль над первичным нётеровым PI-кольцом R, причем $\mathrm{End}_R(P)$ является PI-кольцом, то P — конечно порожденный модуль. Кроме того, для коммутативного нётерова (дедекиндова) кольца R найдены критерии того, что $\mathrm{End}_R(M)$ является PI-кольцом, если M — инъективный (периодический) R-модуль. К. И. Бейдар ([27], с. 18), отвечая на вопрос Бергмана, показал, что если M — конечно порожденный R-модуль и R — нётерова коммутативная алгебра над полем k, то кольцо $\mathrm{End}_R(M)$ изоморфно подкольцу кольца матриц конечного порядка над некоторым полем $K\supseteq k$.

Арибо [188] явно указал максимальный идеал кольца эндоморфизмов линейного пространства над телом, содержащий все эндоморфизмы конечного ранга. Ауслендер [196] исследовал локально матричные центральные сепарабельные алгебры. Харт [358] показал, что если G — делимая абелева p-группа, H — произвольная абелева p-группа и кольца эндоморфизмов групп G и H как объектов факторкатегории категории p-групп по классу Серра, образованному ограниченными p-группами, изоморфны, то группы G и H изоморфны как объекты указанной факторкатегории. Связь между свойством сокращения модуля M и стабильным рангом кольца $\mathrm{End}\,M$ исследовал Уорфилд [657], между нормами и конормами на периодически полной абелевой группе и односторонними идеалами ее кольца эндоморфизмов — Либерт [475]. Джиннах [419] установил, что при некоторых дополнительных условиях проективность R-модуля $\mathrm{End}_R(M)$ влечет проективность модуля M (R — коммутативное нётерово кольцо). Рефлексивные модули M над локальной нормальной областью R, для которых $\mathrm{End}_R(M)$ — проективный R-модуль, исследовал Трегер [639].

Макссон и Смит [496] изучали почтикольцо $C(R, M)$ таких отображений $f: M\to M$, что $f(\alpha v)=\alpha f(v)$ для любых $\alpha\in R$ и $v\in M$. Описаны кольца R такие, что для любого модуля M $C(R, M)$ — кольцо (оно совпадает в этом случае с $\mathrm{End}_R(M)$). Почтикольца, порожденные эндоморфизмами некоторой неабелевой группы, исследовал К. К. Каарли [54].

§ 4. Радикалы колец эндоморфизмов

Начнем с работ, в которых исследовалось строение радикала Джекобсона (и некоторых других радикалов) колец эндоморфизмов абелевых групп. П. А. Крылов описал строение радикала Джекобсона кольца эндоморфизмов для различных классов абелевых групп без кручения [67, 68, 71], а также строение факторкольца $\mathrm{End}_Z(G)/J(\mathrm{End}_Z(G))$. Более давние результаты о кольцах эндоморфизмов абелевых групп без кручения отражены в обзорной статье Орсатти [553]. Хаузен [366, 367] описала $J(\mathrm{End}_Z(G))$ для вполне проективной примарной группы G и для вполне проективной редуцированной группы G. Хаузен и Джонсон [371] решили аналогичный вопрос для достаточно проективной группы (т. е. группы, любое счетное подмножество которой содержится во вполне проективном прямом слагаемом). Хаузен [369] охарактеризовала сумму $N(\mathrm{End}_Z(G))$ всех нильпотентных идеалов кольца $\mathrm{End}_Z(G)$ как множество таких эндоморфизмов φ, что существует цепочка вполне инвариантных подгрупп $G=G_0\supset G_1\ldots\supset G_{m+1}=0$ такая, что $G_i\varphi\subseteq G_{i+1}$ при $i=0, \ldots, m$. П. А. Крылов [68] описал ниль-радикал кольца $\mathrm{End}_Z(G)$ для достаточно широкого класса абелевых групп G без кручения (включающего все группы конечного ранга), а в [70] указал критерий нильпотентности $J(\mathrm{End}_Z(G))$ для сепарабельной группы G без кручения. Хаузен и Джонсон [370] доказали эквивалентность следующих свойств p-примарной группы G: 1) для любого элемента $a\in G$ существует целое n такое, что $aJ(\mathrm{End}_Z(G))^n=0$; 2) существует целое m такое, что p^mG — делимая группа. К этой работе примыкает статья Хаузен [368], в которой доказано, что идеал J кольца $\mathrm{End}_Z(G)$ квазирегулярен тогда и только тогда, когда индуцируемое им подкольцо кольца $\mathrm{End}_Z(G[p])$ оказывается нилькольцом (здесь G — вполне проективная p-группа, $G[p]$ — ее цоколь). Радикалы колец эндоморфизмов абелевых групп встречаются также в [462].

Либерт [472] описал $J(\mathrm{End}\,M)$ для прямой суммы M циклических модулей над областью главных идеалов. Такеути [633] показал, что если M — прямой псевдоинъективный модуль, то $J(\mathrm{End}\,M)$ совпадает с множеством эндоморфизмов, имеющих существенное ядро (модуль M называется прямым, если любой его подмодуль существенен в некотором прямом слагаемом). Ряд результатов о различных радикалах колец эндоморфизмов проективных модулей получил Ягерман [405]. Мотозе [521] доказал, что если квазипроективный модуль P удовлетворяет условию обрыва убывающих цепочек малых подмодулей (возрастающих цепочек существенных подмодулей), то $J(\mathrm{End}\,P)$ является T-нильпотентным справа (слева) идеалом. Ягерман [403] и Сэнде [599] рассматривают связь между радикалами колец, участвующих в ситуации Мориты.

§ 5. Кольца частных колец эндоморфизмов и порядки в кольцах эндоморфизмов

В данном параграфе отражены работы, в которых изучаются кольца частных колец эндоморфизмов и порядки в некоторых кольцах эндоморфизмов. Гордон и Грин [328] показали, что если кольцо R — конечно порожденный модуль над своим центром, то модуль Макколея M строго неразложим тогда и только тогда, когда $\mathrm{End}_R(M)$ — левый порядок в артиновой локальной алгебре. Пусть M — $E(R)$-полупростой образующий в R-Mod. Идзава [402] приводит условия, при которых полное кольцо частных кольца $\mathrm{End}\, M$ является, соответственно, полусовершенным самоинъективным, квазифробениусовым, регулярным, классически полупростым. Хатчинсон [389] показал, что левое полное кольцо частных кольца R изоморфно прямому произведению колец линейных преобразований векторных пространств над телами (в дальнейшем для краткости кольца линейных преобразований будем называть FL-кольцами) тогда и только тогда, когда $Z_l(R)=0$ и решетка замкнутых левых идеалов кольца R атомна. Хатчинсон и Зельманович [392] рассмотрели ситуацию Мориты (R, M, N, S) с точным модулем M_S и условием невырожденности: из $[N, m]=0$ для $m\in M$ следует, что $m=0$. Оказалось, что левое полное кольцо частных кольца S является прямым произведением FL-колец, если и только если модуль M несингулярен, и решетка его замкнутых R-подмодулей атомна. Указаны также критерии классической полупростоты кольца S.

П. А. Крылов ([27], с. 82) показал, что если M — образующий категории R-Mod, то кольцо $\mathrm{End}_R(M)$ — левый порядок в классически полупростом кольце тогда и только тогда, когда R — левый порядок в классически полупростом кольце, и M — конечномерный модуль без кручения в смысле Басса; при этом оказывается, что $\mathrm{End}_R(M)$ — левый порядок в $\mathrm{End}_R(E(M))$.

Каннингэм, Раттер и Тернидж [262] показали, что если P — конечно порожденный проективный модуль и $S=\mathrm{End}_R(P)$, то существует соответствие $\bar{t}\mapsto t$ между кручениями $\bar{t}$ и t в категориях S-Mod и R-Mod, соответственно, и при этом $Q_{\bar{t}}(S)\cong P\otimes Q_t(R)$, где $Q_t(R)$ — кольцо частных относительно кручения t. В [469] при некоторых условиях на ситуацию Мориты (R, M, N, S) установлен изоморфизм $Q_{\bar{\sigma}}(S)\cong$ $\cong \mathrm{End}_R(\overline{M}_\sigma, \overline{M}_\sigma)$, где σ — кручение в категории R-Mod, $\bar{\sigma}$ — соответствующее ему кручение в S-Mod, и $\overline{M}_\sigma$ обозначает σ-инъективную оболочку модуля M. Локализации кольца эндоморфизмов объекта абелевой категории с прямыми пределами рассматривал Ульмер [640].

Блэр [219] показал, что если P — конечно порожденный проективный модуль над коммутативным кольцом R, то кольцо $\mathrm{End}_R(P)$ имеет классическое двустороннее кольцо частных, которое можно получить обращением регулярных элементов кольца R, действующих как умножения на модуле P. Джатегаонкар [410] передоказывает и уточняет известную теорему Зельмановича: пусть R — левый (двусторонний, ограниченный) порядок в классически полупростом кольце, M — конечномерный R-модуль без кручения в смысле Басса. Тогда кольцо $\mathrm{End}_R(E(M))$ классически полупросто, и $\mathrm{End}_R(M)$ — левый (двусторонний, ограниченный) порядок в кольце $\mathrm{End}_R(E(M))$. Близкие вопросы для полного кольца частных исследовал Кхури [444]. Масайке [494, 495], используя теорию кручений, нашел необходимые и достаточные условия того, что кольцо эндоморфизмов модуля является максимальным порядком. Некоторые достаточные условия этого получил ранее Коззенс [260].

В ряде работ исследовались кольца Джонсона, т. е. кольца, левые полные кольца частных которых являются FL-кольцами. Так, в уже упоминавшейся работе Хатчинсона [389] доказано, что R — кольцо Джонсона в том и только в том случае, когда $Z_l(R)=0$, решетка замкнутых левых идеалов кольца R атомна, и в любых двух атомах этой решетки найдутся изоморфные ненулевые подмодули. Удри [382] охарактеризовал кольца Джонсона как несингулярные кольца, примарные как модуль над собой. Другое описание колец Джонсона дал О'Мира [542], он же доказал [544], что если FL-кольцо Q — полное левое кольцо частных кольца R, то R_R — существенный подмодуль в Q_R. Роуен [592] охарактеризовал первичные кольца Джонсона как кольца, имеющие такой главный левый идеал V, что $V/r(V)$ — область Оре, а Мюллер [522] исследовал их с точки зрения ситуаций Мориты.

Известная проблема Фейса об описании классических порядков в FL-кольцах была решена независимо Удри [383] и О'Мирой [522]. Последний показал также, что если V — линейное пространство над телом D, то все правые порядки в кольце $\mathrm{End}_D(V)$ первичны тогда и только тогда, когда $\dim_D V \leqslant S/S_0$ [543]. Ханнах [348] показал, что первичная групповая алгебра либо является кольцом Джонсона, либо её полное левое кольцо частных — простое кольцо, не конечное в смысле Неймана.

Блэр [218] привел пример конечно порожденного модуля над коммутативным кольцом, кольцо эндоморфизмов которого не удовлетворяет левому условию Оре. Чаттерс [247] показал, что кольцо матриц порядка 2 над нётеровым слева кольцом, имеющим левое классическое кольцо частных, может уже не иметь левого классического кольца частных. Штенштрем [622] полностью описал полное кольцо частных кольца треугольных матриц специального вида.

§ 6. Представление колец кольцами эндоморфизмов

Рангасвами описал бэровские регулярные кольца, изоморфные полным кольцам эндоморфизмов абелевых групп [571]. Батлер [235] указал представление конечномерной $\mathbf{Q}$-алгебры в виде алгебры квазиэндоморфизмов редуцированного $\mathbf{Z}_p$-модуля. Абстрактную характеризацию колец эндоморфизмов редуцированных модулей без кручения над полным кольцом дискретного нормирования дал Либерт [470, 471]. Он также получил описание колец эндоморфизмов свободных модулей над областью главных идеалов [473], включающее некоторые топологические условия, и показал [474], что структура всех левых идеалов кольца эндоморфизмов полного редуцированного модуля без кручения M над полным кольцом дискретного нормирования изоморфна структуре всех идеалов структуры полных подмодулей в M. Имеются также двойственные результаты для делимых периодических модулей. Описание кольца эндоморфизмов неразложимого инъективного модуля в терминах топологии, заданной степенями ассоциированного с этим модулем простого идеала, дал Ниши [535]. Представления колец в виде колец эндоморфизмов модулей над некоторыми кольцами изучили также Сю [672] и Гёбель [319].

Зельманович [679], обобщая теорему Фейса—Утуми, доказал, что если R — левый порядок в простом артиновом кольце Q, то существуют матричные единицы $e_{ij}\in Q$ и элемент $r\in D$ такие, что $rRr\subseteq\Sigma De_{ij}$ и $\Sigma rDe_{ij}\subseteq R$ (где D — пересечение централизатора C элементов e_{ij} с R). При этом, если R — подпрямо неразложимый, наследственный или максимальный порядок, то существует порядок C' в C, наследующий соответствующее свойство порядка R и такой, что порядок R эквивалентен порядку $\Sigma C'e_{ij}$.

Куеббеманн [570] показал, что для любого тела D характеристики 0, конечномерного над своим центром k, существует такой простой модуль V над алгеброй Вейля $A(k)$, что $\operatorname{End}_{A(k)}(V)\cong D$. Фейс [292] исследовал вопрос об изоморфизме простого кольца кольцу эндоморфизмов конечно порожденного проективного модуля над простым кольцом без делителей нуля. Боушелл и Шульц [224] изучали такие кольца R, что их регулярные представления в кольцах эндоморфизмов их аддитивных групп оказываются изоморфизмами.

Грэйвс и Молнар [330] для любой алгебры инцидентности A над локально конечным частично упорядоченным множеством P построили пучок топологических групп над P такой, что A изоморфна кольцу эндоморфизмов этого пучка. Максвелл [497] рассматривал представления алгебр с инволюцией в кольцах эндоморфизмов эрмитовых пространств.

Ряд работ содержит различные обобщения теоремы плотности Джекобсона. Модуль M называется полупервичным (первичным), если для любого $0\neq m\in M$ (любых ненулевых $m_1, m_2\in M$) существует гомоморфизм $f\in\operatorname{Hom}_R(M, R)$ такой, что $(mf)\,m\neq 0$ ($(m_1f)\,m_2\neq 0$). Зельманович [678] получил обобщение теоремы плотности на кольца, обладающие точным конечномерным полупервичным модулем. Именно, пусть $\{V_i, i\in I\}$ —

семейство правых линейных пространств над телами Δ_i, $i \in I$, $V = \prod_{i \in I} V_i$, $\Delta = \prod_{i \in I} \Delta_i$, тогда $\mathrm{End}_\Delta(V) \cong \prod_{i \in I} \mathrm{End}_{\Delta_i}(V_i)$.

Размерность подмодуля U в Δ-модуле V определяется равенством $\dim_\Delta U = \max_{i \in I} \dim_{\Delta_i} \pi_i(U)$, где $\pi_i : V \to V_i$ — естественная проекция. Автор называет подкольцо R кольца $\mathrm{End}_\Delta(V)$ плотным, если для любого $\tau \in \mathrm{End}_\Delta(V)$ и для любого подмодуля $U \subset V$ такого, что $\dim_\Delta U < \infty$, существуют такие r, $s \in R$, что $\tau r \tau = s$, $rV \subseteq U$ и $r|U$ — автоморфизм Δ-модуля U. Доказана эквивалентность следующих условий: 1) R — (полу) первичное кольцо, $Z_l(R) = 0$ и R имеет точный конечномерный левый идеал; 2) R имеет точный несингулярный конечномерный (полу) первичный модуль; 3) существуют пространства $V_1, \ldots$ $\ldots, V_n$ над телами $\Delta_1 \ldots \Delta_n$ такие, что R плотно в $\mathrm{End}_\Delta(V)$ (причем $n = 1$).

Другой аналог теоремы плотности исследуется Зельмановичем в [680, 681, 682]. Определены слабо примитивные (слева) кольца, как кольца, имеющие точный модуль M, который вкладывается в любой свой ненулевой подмодуль, но не вкладывается ни в какой свой собственный фактормодуль. Доказана эквивалентность следующих условий: 1) R — слабо примитивное кольцо; 2) существует тело Δ и правое Δ-пространство V, являющееся левым R-модулем и содержащее такой точный R-подмодуль M, что $M\Delta = V$ и для любых $m_1, \ldots, m_t \in M$, линейно независимых над Δ, и любого эндоморфизма $\tau \in \mathrm{End}_\Delta(V)$ существуют $r, s \in R$ такие, что $r\tau(m_i) = sm_i$ и $0 \neq rm_i \in m_i\Delta$ для всех $r = 1, \ldots, t$. К этой серии работ примыкает и заметка [532].

Для любого модуля M пусть $\mathrm{Bic}(M) = \mathrm{End}_S(M)$, где $S = \mathrm{End}_R(M)$, и $\varphi_M : R \to \mathrm{Bic}(M)$ — естественный гомоморфизм. Ламбек [454] называет инъективный модуль I приятным, если любой I-полупростой фактормодуль кольца частных $Q_I(R)$ кольца R относительно модуля I является I-делимым модулем. Он доказывает, что $Q_I(R)$ в этом случае является полным подкольцом кольца $\mathrm{Bic}(I)$ в конечной топологии. Другое обобщение теоремы плотности, принадлежащее Ламбеку [455], переносит ее на модули. Для любого модуля A пусть $S(A) = \mathrm{Hom}_S(\mathrm{Hom}_R(A, M), M)$, где M — фиксированный R-модуль и $S = \mathrm{End}_R(M)$. Если модуль M вполне приводим, то образ естественного гомоморфизма $A \to S(A)$ плотен в $S(A)$ в конечной топологии. Там же содержится следующий результат: пусть $R \to T$ — эпиморфизм колец, M — инъективный T-модуль, причем связанный с ним как с R-модулем функтор локализации Q_M в R-Mod точен справа. Тогда для любого R-модуля A модуль $Q_M(A)$ плотен в $S(A)$ в конечной топологии и $S(A)$ — пополнение $Q_M(A)$ в M-адической топологии.

Обобщение теоремы плотности на случай произвольного конечного числа попарно неизоморфных неразложимых модулей получил Лоуренс [458]. Блэнд и Райли [220] указали такую топологию на втором централизаторе t-кокритического модуля M, что если M — циклический квазипроективный модуль, то подкольцо $\varphi_M(R)$ оказывается плотным подкольцом в $\mathrm{Bic}(M)$ относительно этой топологии (модуль M называется t-кокритическим для некоторого кручения t, если он t-полупрост, а все его истинные фактормодули t-периодичны).

Некоторые обобщения теоремы плотности получили также Марубаяси [493], Кезлан [437] и Бани [200]. Фуллер [309] установил связь между теоремой плотности Джекобсона и эквивалентностями некоторых подкатегорий категории модулей. Онодера [550] и Суидлер [630] доказали утверждения, в некотором смысле двойственные к теореме плотности.

Ряд свойств вторых централизаторов примарных модулей над ограниченным наследственным нётеровым первичным кольцом установил К. В. Агапитов ([25], ч. 2, с. 157). Идзава [401] показал, что второй централизатор конечно копорожденного инъективного конечно порожденного проективного модуля над нётеровым кольцом — примарное QF-3-кольцо.

Судзуки [629] анализирует выполнение второго централизаторного условия (т. е. условия, что φ_M — изоморфизм) для точного модуля над артиновым кольцом. Модуль M называется сбалансированным, если гомоморфизм φ_M сюръективен. Макино [490] приводит ряд утверждений, эквивалентных тому, что прямая сумма фиксированных цепных модулей — сбалансированный модуль. Изучению сбалансированных модулей посвящены также работы [206, 207].

Длаб и Рингель [278, 279] рассматривали сбалансированные кольца (т. е. кольца, над которыми все левые и все правые модули сбалансированы). Они показали, в частности, что локальное кольцо R с коммутативным телом вычетов $\Delta=R/J(R)$ сбалансировано тогда и только тогда, когда либо R — артиново однорядное кольцо, либо $J(R)^2=0$ и $\dim_\Delta J(R)=2$. Хаугер и Циммерман [361] указали ряд условий, при которых кольцо оказывается сбалансированным с одной стороны. Сингх и Бег [613] описали строение непервичных колец R таких, что каждое собственное факторкольцо кольца R сбалансировано слева.

Говорят, что модуль M (кольцо R) удовлетворяет условию F_h, если $\mathrm{Hom}_R({}_BB_B, {}_RM_S)\cong{}_SM_S$, где $B=\mathrm{Bic}(M)$, $S=\mathrm{End}_R(M)$ (если все точные R-модули удовлетворяют условию F_h). В [400] исследуются модули, удовлетворяющие условию F_h, приведены примеры, показывающие его отличие от условия сбалансированности. Кольца, удовлетворяющие условию F_h, изучали Татикава и Иванага [631].

§ 7. Определяемость модулей их кольцами эндоморфизмов

Остановимся сначала на цикле работ, в которых эта задача рассматривалась для абелевых групп. В [267] приведено упрощенное доказательство определяемости прямой суммы ограниченной p-группы и делимой p-группы своим кольцом эндоморфизмов. С. Я. Гриншпон [37] получил условия (в предположении справедливости обобщенной гипотезы континуума), при которых из изоморфизма групп эндоморфизмов p-групп вытекает их изоморфизм. А. М. Себельдин [113, 115] рассматривает полные прямые суммы абелевых групп без кручения ранга 1 с изоморфными группами или кольцами эндоморфизмов. Харт [358] аналог этой задачи для p-групп рассматривает в факторкатегории по классу ограниченных групп. Хауптфляйш [362] показал, что для однородных сепарабельных групп без кручения одного типа каждый изоморфизм их колец эндоморфизмов индуцируется изоморфизмом этих групп. П. А. Крылов и А. М. Себельдин [76] (исправление РЖМат, 1975, 4А, с. 36) доказали, что редуцированная алгебраически компактная абелева группа без кручения определяется своим кольцом эндоморфизмов в классе всех абелевых групп без кручения тогда и только тогда, когда она почти делима. В [116] А. М. Себельдин свел вопрос об определяемости абелевой группы без кручения своим кольцом эндоморфизмов в классе всех абелевых групп к этому же вопросу в классе всех абелевых групп без кручения (приведено необходимое условие для определяемости, которое оказывается и достаточным для однородно разложимой группы в классе сепарабельных групп без кручения). В [117] им показано, что нередуцированная абелева группа без кручения определяется своей группой эндоморфизмов тогда и только тогда, когда она определяется своей группой эндоморфизмов в классе всех абелевых групп без кручения и ее редуцированная часть не разлагается в прямую сумму двух вполне характеристических подгрупп, одна из которых — ненулевая алгебраически компактная группа. Мэй и Тубасси [499] выяснили свойства абелевых групп с неизоморфными периодическими частями, но с изоморфными кольцами эндоморфизмов. В [500] они для смешанных абелевых групп ранга без кручения 1 привели достаточные условия, при которых из изоморфизма колец эндоморфизмов следует изоморфизм самих групп (в общем случае возможно, что это не так). В [498] Мэй решает эту задачу для непериодической абелевой группы с большой делимой подгруппой. Вопросы определяемости вполне разложимой абелевой группы без кручения ее кольцом эндоморфизмов затронуты Л. И. Власовой [24].

Редуцированные периодические абелевы группы с антиизоморфными кольцами эндоморфизмов исследовал Десте [275].

Вопросы определяемости модулей над полными кольцами дискретного нормирования идемпотентными эндоморфизмами рассматривали Стрингол [628] и А. Г. Солонина [123].

Айзекс [398] опубликовал статью методического характера об автоморфизмах матричных алгебр над коммутативным кольцом. Роберт [584], исходя из общих свойств функтора Hom, уточнил в случае примарных однорядных колец классические результаты об изоморфизмах колец эндоморфизмов и структуре подмодулей. Вопрос о том, когда каждый автоморфизм алгебры матриц над коммутативным кольцом является внутренним, затронут Йокоямой в [677]. Ковач [449] отметил, что всякий R-гомоморфизм из R_n в себя (R — коммутативное кольцо) является ограничением внутреннего автоморфизма кольца матриц S_n для некоторого коммутативного кольца S, содержащего кольцо R. Махала [482] показал, что каждый автоморфизм структуры левых аннуляторов идеалов линейных преобразований ограниченного ранга индуцируется автоморфизмом кольца эндоморфизмов векторного пространства.

Описание автоморфизмов кольца треугольных эндоморфизмов векторных пространств счетной размерности приведено в [167]. Ленцинг [583] сформулировал следующий результат:

1) если P_R, Q_S — образующие, $\varphi : \mathrm{End}_R P \to \mathrm{End}_S Q$ — изоморфизм, то φ индуцируется эквивалентностью $\Phi : \text{Mod-}R \to \text{Mod-}S$ тогда и только тогда, когда $\varphi(\mathrm{End}_R{}^0 P) = \mathrm{End}_S{}^0 Q$, где $\mathrm{End}_R{}^0 P$ — кольцо эндоморфизмов конечного ранга; 2) всякий изоморфизм $\psi : \mathrm{End}_R{}^0 P \to \mathrm{End}_S{}^0 Q$ индуцируется категорной эквивалентностью Φ и расширяется единственным образом до изоморфизма $\varphi : \mathrm{End}_R P \to \mathrm{End}_S Q$; 3) если P_R, Q_S — проективные модули бесконечного ранга, то всякий изоморфизм $\varphi : \mathrm{End}_R P \to \mathrm{End}_S Q$ индуцируется категорной эквивалентностью и $\varphi(\mathrm{End}_R{}^0 P) = \mathrm{End}_S{}^0 Q$. Если P — проективный модуль, не являющийся конечно порожденным и содержащий унимодулярный элемент, подкольцо Σ кольца $\mathrm{End}_R P$ содержит все эндоморфизмы «конечного ранга», группа Пикара $\mathrm{Pic}\, R$ тривиальна, φ — автоморфизм кольца Σ, то Макдональд [502] привел доказательство того, что φ индуцируется полулинейным преобразованием (этот результат близок к аналогичным результатам об изоморфизмах колец эндоморфизмов А. В. Михалева, Л. М. Глускина, Стефенсона (РЖМат, 1967, 6А165, 9А162; 1968, 1А298; 1970, 12А196; 1971, 12А343).

§ 8. Модули как модули над своими кольцами эндоморфизмов

Под эндосвойством модуля будем понимать его свойство как модуля над кольцом его эндоморфизмов. Например, эндопроективный модуль — это модуль, проективный над своим кольцом эндоморфизмов. В этом смысле используются термины эндоинъективность, эндоплоскостность, эндоинъективная оболочка, эндопроективная размерность и т. п.

Арнольд и др. [195] установили эквивалентность следующих свойств редуцированной абелевой группы A без кручения конечного ранга с кольцом эндоморфизмов E: (1) A — эндопроективна; (2) A — эндоквазипроективна; (3) для любого простого числа p группа $Q_p \otimes A$, где Q_p — группа всех рациональных чисел со знаменателем, не делящимся на p, является проективным циклическим $(Q_p \otimes E)$-модулем; (4) для любого $n>0$ существуют $f \in \mathrm{Hom}_E(A, E)$, $g \in \mathrm{Hom}_E(E, A)$ и $m>0$ такие, что НОД$(m, n)=1$ и $fg=m1_A$; (5) если C — центр кольца E, то $\mathrm{Hom}_Z(C, A)=\mathrm{Hom}_C(C, A)$ и $A \cong I \oplus K$, где I — идеал в C, являющийся точным проективным C-модулем, а K — некоторый C-модуль. Отмечено, что каждая эндопроективная группа A как $(\mathrm{End}\, A)$-модуль порождается двумя элементами и что эндопроективность сохраняется при переходе к почти (но не квази!) изоморфной группе. Онодера [552] установил, что эндоплоскостность R-модуля M равносильна инъективности $(\mathrm{End}\, M)$-модуля $\mathrm{Hom}_R(M, Q)$ для любого инъективного кообразующего R-модуля Q.

И. В. Бобылев [13, 15] доказал, что для любого $n \leqslant \infty$ существует счетная редуцированная абелева группа эндопроективной размерности n. Этим решается задача Дугласа и Фарахата [КЭ: 60]. Тот же результат опубликовал позднее Ангад-Гаур [185]. Частичное решение задачи Дугласа и Фарахата предложили Ричман и Уокер [581]. Кроме того, была вычислена эндопроективная размерность неразложимых инъективных модулей над регулярными нётеровыми коммутативными областями и инъективных модулей над регулярными нётеровыми коммутативными областями и инъективных модулей специального вида над кольцами Горенштейна [15] и абелевых групп с периодической частью, имеющей кручение [581]. И. В. Бобылев [14] показал также, что эндопроективная размерность периодической абелевой группы не превосходит 1 и обращается в нуль, если для каждого простого числа p порядки элементов p-примарной компоненты ограничены в совокупности (ср. [М65: 205], [КЭ: 61]). Обзор результатов об эндопроективной размерности абелевых групп опубликовал Фарахат [295].

Фукс [306] доказал, что периодическая абелева группа эндоквазипроективна тогда и только тогда, когда p-компонента этой группы для любого простого числа p либо имеет ограниченные в совокупности порядки элементов, либо обладает базисной подгруппой, порядки элементов которой в совокупности не ограничены. Сюда же относятся работы Винсонхалера и Уиклеса [646, 647]. Во второй из этих работ показано, что любая эндоквазипроективная абелева группа без кручения конечного ранга квазиизоморфна аддитивной группе модуля над прямой суммой дедекиндовых областей, содержащего основное кольцо в качестве прямого слагаемого. Из результатов первой отметим: сильно неразложимая абелева группа A конечного ранга эндоквазипроективна тогда и только тогда, когда A/P^kA — циклический ($\mathrm{End}A$)-модуль для любого первичного идеала P кольца $\mathrm{End}\,A$. Там же на языке типов охарактеризованы эндоквазипроективные эндонеразложимые прямые суммы абелевых групп без кручения ранга 1.

Ричман и Уокер [580] доказали, что эндоинъективный модуль A над коммутативной областью главных идеалов R имеет вид $A = \prod\limits_p A_p \oplus D$, где D — делимый R-модуль конечного ранга, а A_p — конечные прямые суммы циклических модулей над p-адическими пополнениями кольца R, причем выполнено одно из следующих условий: 1) $D=0$ и A_p периодичны для всех p; 2) D — периодический или без кручения, $A_p=0$ почти для всех p и все A_p периодичны; 3) R — полное кольцо дискретного нормирования и D — без кручения. Пул и Рейд [569] установили эндоквазиинъективность делимой абелевой группы и прямой суммы циклических p-групп. Описание эндоинъективной оболочки $\hat{A}$ абелевой группы A при тех или иных ограничениях на A предложили Винсонхалер и Уиклес [648, 668, 649]. В частности, если A — абелева группа без кручения конечного ранга, то $\hat{A}$ разлагается в прямую сумму модулей, дуальных правым идеалам кольца квазиэндоморфизмов группы A.

В. С. Пятков [109] доказал, что к числу эндодистрибутивных абелевых групп принадлежат однородно сепарабельные и алгебраически компактные группы. Он также предложил полное описание абелевых групп, структура вполне инвариантных подгрупп которых обладает дополнениями. А. А. Туганбаев [27] отметил, что ($\mathrm{End}_R M$)-подмодули любого неразложимого инъективного R-модуля M образует цепь в том и только в том случае, когда структура левых идеалов кольца R дистрибутивна.

Рейд [575] начал систематическое изучение эндоконечно порожденных абелевых групп. Им доказано, что абелева группа A, для которой ($Q \otimes \mathrm{End}\,A$)-модуль $Q \otimes A$ неприводим, эндоконечно порождена тогда и только тогда, когда A имеет конечный ранг и индекс любой из ее вполне инвариантных подгрупп конечен. Группа без кручения конечного ранга изоморфна аддитивной группе дробных идеалов некоторого подкольца поля алгебраических чисел в том и только том случае, когда A эндоконечно порождена, а ($Q \otimes \mathrm{End}\,A$)-модуль $Q \otimes A$ неприводим. Описано строение эндоконечно порожденных абелевых групп, у которых нильрадикал кольца эндоморфизмов обращается в нуль. Есть и другие результаты. Оксфорд и Уолс [556] доказали, что периодическая абелева группа эндоциклична в том и только том случае, когда она разлагается в конечную прямую сумму примарных циклических p-групп и групп типа q^∞, причем все p и q, участвующие в разложении, различны. Описаны также эндоциклические сепарабельные группы без кручения.

Как следствие более общих результатов Каш и Парейгис [426] установили следующие факты о $E-R$-бимодуле M, где $E=\operatorname{End} M_R$: 1) Если M_R — инъективный кообразующий, то для любого $a \in M$ модули ${}_E Ea$ и $(aR)_R$ просты одновременно; 2) Если $f \in E$, то модули Ef и fM просты одновременно; 3) Если M_R — кообразующий, то ${}_E Ea$, где $a \in M$, прост тогда и только тогда, когда $(aR)_R$ прост и лежит в некотором инъективном подмодуле модуля M_R.

С. К. Росошек [112] отметил, что прямая корректность модуля M (т. е. если M и какой-то модуль N изоморфны прямым слагаемым друг друга, то $M \cong N$) равносильна прямой корректности как модуля $(\operatorname{End} M)_{\operatorname{End} M}$, так и модуля ${}_{\operatorname{End} M}\operatorname{End} M$.

Исследовались абелевы группы, все эндоморфные образы которых вполне характеристичны [460]. Гальперин и Розенталь [344] предложили другое доказательство теоремы Бернсайда: если конечномерное линейное пространство над алгебраически замкнутым полем является неприводимым модулем над некоторой алгеброй своих линейных преобразований, то эта алгебра содержит все линейные преобразования пространства.

Теперь остановимся на работах, где кольца характеризуются эндосвойствами модулей над ними. И. В. Бобылев [14] и Снайдер [619] доказали, что кольцо однорядно тогда и только тогда, когда все левые и все правые модули над ним эндопроективны. И. В. Бобылев исследовал также кольца, над которыми эндопроективны все квазиинъективные модули. В другой работе он [15] рассмотрел глобальную эндопроективную размерность кольца. В частности, оказалось, что для счетных и коммутативных колец обращение этой размерности в нуль влечет однорядность кольца. Камилло и Фуллер [241] доказали, что псевдофробениусовы кольца характеризуются эндоплоскостностью всех точных квазиинъективных модулей. Заметим, что всякий точный образующий модуль эндопроективен. Десал и Никольсон [271] начали изучение эндопримитивных слева колец, т. е. колец, обладающих точным эндопростым квазиинъективным левым модулем. Этот класс колец оказался замкнутым относительно эквивалентности в смысле Мориты. Установлен ряд кольцевых свойств этого класса. В частности, с ним связан радикал, лежащий между радикалами Джекобсона и Левицкого. Исследовались коммутативные кольца с эндопроективными идеалами [595, 596], но полученные здесь результаты специфичны для коммутативной алгебры. Снайдер [618] доказал, что из эндоконечности всех простых модулей над групповой алгеброй группы G вытекает, что G содержит абелеву группу конечного индекса (ср. [296]). Грюсо [335] рассматривал категорию $\mathfrak{K}$ когерентных функторов из категории $\mathfrak{M}$ конечно представимых R-модулей в категорию абелевых групп. В частности, он установил, что каждый объект из $\mathfrak{K}$ содержит простой подобъект, если каждый модуль M из $\mathfrak{M}$ имеет конечную длину как $\operatorname{End} M$-модуль.

Сандомирский [598], Гупта и Варадарьян [336] рассматривали $\operatorname{End} A$-модуль $H=\operatorname{Hom}_R(A, B)$. Из результатов Сандомирского отметим: модуль H артинов (нётеров) тогда и только тогда, когда B удовлетворяет условию минимальности (максимальности) для всех таких подмодулей C, что $TC=C$, где T — идеал следа модуля A. Хабаз и Тубасси [438, 439] исследовали $(\operatorname{End} T)$-модуль $\operatorname{Ext}(A, T)$, где A и T — абелевы группы. В частности, в предположении периодичности группы T получен ряд результатов о наименьшем натуральном числе n таком, что всякое конечное подмножество из $\operatorname{Ext}(A, T)$ лежит в n-порожденном подмодуле. Фадин [290] доказал, что $(\operatorname{End} T)$-модуль $\operatorname{Ext}(T, A)$, где T и A — абелевы группы, проективен тогда и только тогда, когда A — редуцированная, а T — редуцированная периодическая. К этому же кругу вопросов относятся работы [450, 243].

§ 9. Кольца эндоморфизмов и разложения модулей в прямые суммы

Будем говорить, что подмодуль A модуля M обладает свойством замены относительно прямого разложения $M=\coprod_a D_a$, если равенство $M=A\oplus B$ влечет существование таких подмодулей $D_a'\subseteq D_a$, что $M=A\oplus(\coprod_a D_a')$. Подмодуль A модуля M обладает свойством (конечной) замены в M, если он обладает свойством (конечной) замены относительно любого (конечного) прямого разложения модуля M. Модуль A обладает свойством (конечной) замены, если он обладает свойством (конечной) замены в любом содержащем его модуле. Уорфилд [656] доказал, что модуль M обладает свойством конечной замены тогда и только тогда, когда $\operatorname{End}(M)$ обладает свойством замены. Там же показано, что достаточным условием того, чтобы модуль M обладал свойством конечной замены, является следующее условие на кольцо $E=\operatorname{End} M$: $(\forall f'\in E\ \exists f=f^2\in E\ (Ef'+J(E)=Ef+J(E)))$. Монк [518] показал, что свойство конечной замены модуля M равносильно тому, что для любого $f\in\operatorname{End}(M)$ найдутся такие h, $g\in\operatorname{End} M$, что $hfh=h$, $g(1-f)(1-hf)=1-hf$, и привел пример полупримитивного кольца со свойством замены, не являющегося регулярным. Это показывает, что приведенное выше достаточное условие Уорфилда не является необходимым. Николсон [530] доказал, что свойство конечной замены модуля M равносильно тому, что в кольце $\operatorname{End} M$ идемпотенты можно поднимать по модулю любого левого (правого) идеала.

Модуль с локальным кольцом эндоморфизмов называется вполне неразложимым. Проективный модуль, все фактормодули которого имеют проективные накрытия, называются полусовершенным. Ямагата [673] установил эквивалентность следующих условий для проективного модуля M, являющегося прямой суммой вполне неразложенных модулей: 1) M — полусовершенный модуль; 2) модуль M обладает свойством конечной замены; 3) каждое прямое слагаемое модуля M обладает в любом содержащем его модуле свойством замены относительно прямых разложений, состоящих из двух прямых слагаемых; 4) $J(\mathrm{End}(M)) = \{f \in \mathrm{End}(M) \mid f(M) \subseteq J(R)M\}$. Ямагата [674] доказал также, что если M — прямая сумма неразложимых инъективных модулей, то равносильны условия: 1) M обладает свойством замены; 2) M обладает свойством конечной замены; 3) $J(\mathrm{End}\,M) = \{f \in \mathrm{End}\,M \mid \mathrm{Ker} f\}$ — существенный подмодуль модуля M.

В этой же работе приведен пример неквазиинъективного модуля, удовлетворяющего вышеуказанным условиям.

Уокер и Уорфилд [654] доказали вариант теоремы Крулля—Ремака—Шмидта для аддитивных категорий и рассматривали изоморфные продолжения для прямых сумм вполне неразложимых объектов. Исследованию прямых слагаемых прямых сумм вполне неразложимых модулей посвящены также работы [353, 354, 424, 425, 254, 399, 208, 209, 468].

Модуль A обладает свойством сокращения (степенного сокращения), если для любого прямого разложения $A \oplus B \cong A \oplus C$ верно, что $B \cong C$ ($B^n \cong C^n$ для некоторого натурального числа n). Гудерл [324] указал достаточные условия для степенного сокращения, зависящие только от $\mathrm{End}\,A$. Фукс [305] привел достаточные условия для выполнения свойства сокращения для модуля M, у которого все ненулевые эндоморфизмы являются мономорфизмами. Эванс [288] доказал, что любой конечно порожденный модуль над коммутативным нётеровым локальным кольцом сокращаем.

Арнольд, Хантер и Ричман [192] исследуют прямые суммы модулей, у которых кольца эндоморфизмов являются кольцами главных идеалов, и приводят приложения к прямым суммам нормированных групп и к абелевым группам без кручения. Некоторые условия (сформулированные в терминах модуля эндоморфизмов модуля частных), при которых чистый подмодуль выделяется прямым слагаемым, приведены в [465]. Ленцинг [467] доказал, что если M — конечно порожденный модуль и прямая сумма счетного числа копий модуля M выделяется прямым слагаемым из прямого произведения счетного числа копий модуля M, то $\mathrm{End}(M)$ — полупримарное кольцо с условием максимальности для левых аннуляторов.

§ 10. Эквивалентность и двойственность

В ряде работ были предприняты попытки получить обобщения теорем Мориты об эквивалентностях категорий модулей.

Като [427], Мюллер [522], Като и Отаке [429] исследовали эквивалентности Мориты подкатегорий категории модулей, индуцированные контекстом Мориты. Фуллер [309] установил связи между эквивалентностями подкатегорий модулей и теоремой плотности. Этот подход развивался Адзумайей [197] и Сато [602, 603, 604]. Парейгис [558] получил аналоги теорем Мориты для моноидальных категорий.

Пусть U — прямая сумма всех конечно порожденных R-модулей и $E=\{\varphi\in\mathrm{End}_R U \mid \varphi$ аннулирует почти все слагаемые модуля $U\}$. Это кольцо E называется функториальным кольцом кольца R. Эквивалентность колец в смысле Мориты равносильна изоморфности их функториальных колец. Фуллер и Хуллингер [317] отметили, что кольцо R нётерово тогда и только тогда, когда кольцо E когерентно.

Хатчинсон и Тёрнидж [391] рассматривают условия на контекст Мориты, при которых возникает эквивалентность Мориты колец частных основных колец.

Классы колец, в которых из эквивалентности Мориты следует их изоморфизм, изучает Бонами [222]. Чиба [249] отметил, что если R — полулокальное кольцо, $J(R)$ — локально нильпотентный идеал и кольца многочленов $R[x]$ и $S[x]$ эквивалентны в смысле Мориты, то кольца R и S также эквивалентны в смысле Мориты.

Расширился список свойств колец, сохраняющихся при эквивалентности Мориты: сбалансированность слева (Длаб и Рингель [278]); регулярность факторкольца $R/J(R)$ и возможность подъема идемпотентов по модулю $J(R)$ (Никольсон [529]), доминантность справа (Кавада [432, 433]). И. З. Голубчик и В. Т. Марков [29] доказали инвариантность относительно эквивалентностей Мориты левой локализационной размерности. Икехата [394] рассматривает классы расширений колец, инвариантных относительно эквивалентностей Мориты (такими будут, в частности, симметрические расширения, QF-расширения, сепарабельные расширения). Ряд общих свойств стабильно эквивалентных колец приведен в [384].

Длаб и Рингель [280] отмечают, что ручные наследственные полупримарные кольца оказываются эквивалентными в смысле Мориты произведению тензорного кольца и конечного числа колец треугольных матриц специального вида. Стаффорд [620] отмечает, что известный пример простого нётерова кольца, не являющегося областью и содержащего лишь тривиальные идемпотенты, построенный А. Е. Залесским и О. М. Нерославским [50], оказывается кольцом, которое не эквивалентно в смысле Мориты области целостности. В [621] им показано, что простое нётерово кольцо конечной глобальной размерности и размерности Крулля единица эквивалентно в смысле Мориты области целостности. Видеманн [669] изучает кольца, эквивалентные порядкам Басса. Эквивалентности колец инцидентности затронуты Начевым [99].

И. Н. Балаба ([27], с. 10] получила градуированный вариант теоремы Мориты (т. е. критерий эквивалентности категорий градуированных модулей над градуированными кольцами). А. В. Жожикашвили [46] показал, что эквивалентность категорий аффинных модулей влечет изоморфизм основных колец. Такеути [632] получил аналог теоремы Мориты для категорий комодулей.

В ряде работ стал широко применяться контекст Мориты Так, Сандс, Никольсон, Ягерман и Уоттерс [599, 406, 404, 531] исследуют нормальные радикалы колец. А. Г. Григорян [27] описал сингулярный идеал кольца обобщенных матриц, ассоциированного с контекстом Мориты. Ханнула [349] использует контекст Мориты для построения примеров квазифробениусовых колец. А. И. Кашу [56, 57] изучает связи между кручениями и предкручениями колец, входящих в контекст Мориты. Хатчинсон [390] рассматривает свойства контекста Мориты, получающегося из данного контекста с помощью пополнения Ламбека.

Значительное число работ посвящено изучению двойственности Мориты колец. Ру [588] привел условия на идемпотенты e и f, при которых бимодуль ${}_{fRf}R_{eRe}$ определяет двойственность. В [589] он дал достаточные условия на артиново кольцо иметь самодвойственность, а в [590] охарактеризовал кольца эндоморфизмов инъективных неразложимых модулей над некоторыми локальными нётеровыми кольцами.

Вамош [643] рассматривает следующий вопрос: если $R \subseteq T$ и T (соответственно, R) обладает двойственностью Мориты, то при каких условиях на расширение кольцо R (соответственно, T) также обладает двойственностью. Положительные ответы на оба вопроса получены им, если модуль ${}_RT$ либо конечно порожден, либо линейно компактен в дискретной топологии. В этой же работе даны новые примеры коммутативных колец с двойственностью.

Если R — полулокальное кольцо и T — кольцо эндоморфизмов минимального кообразующего в R-Mod, то Вамош [644] доказал, что категория артиновых левых R-модулей дуальна категории нётеровых правых T-модулей. Сато [601] рассматривает двойственности периодических модулей над одномерным кольцом Горенштейна, являющимся QF-3-кольцом.

Макдональд [479] показал, что двойственность между подкатегориями, замкнутыми относительно подмодулей, фактормодулей и конечных прямых сумм, в R-Mod и Mod-S представима (т. е. индуцируется бимодулем) тогда и только тогда, когда все модули в обеих подкатегориях линейно компактны. Ань [186] отметил, что нётеровы сильно линейно компактные кольца с двойственностью Мориты обладают и аналогом двойственности Понтрягина. Лемонье [466] показал, что условие AB5* позволяет ослабить обычные условия для существования двойственности Мориты.

Миллер и Тернидж [513] выясняют, когда кольцо эндоморфизмов конечно порожденного проективного модуля имеет двойственность с кольцом эндоморфизмов некоторого инъективного модуля. Кернер [435] анализирует полусовершенные кольца, имеющие двойственность с кольцами эндоморфизмов инъективных кообразующих. Сюда примыкает работа Кавады [431]. Связи между двойственностью Мориты и нётеровостью кольца эндоморфизмов анализируются Джатегаонкаром [411].

Цикл работ Като [428], Отаке [541] и доклад Ламбека [456] посвящены установлению двойственностей между локализациями и колокализациями. Теорема Матлиса о том, что если P — ненулевой простой идеал коммутативного кольца R, то пополнение локализации $\hat{R}_P$ по нему обладает двойственностью Мориты и изоморфно кольцу $\mathrm{End}\,(E(R/P))$, обобщается в работе Апхэм [641] на полупервичные идеалы вполне ограниченных нётеровых колец. Вопросы двойственности для локализаций универсальных обертывающих нильпотентных алгебр Ли и групповых алгебр конечно порожденных групп затронуты Алевом [177].

Мюллер [523] охарактеризовал самодуальные кольца конечного типа, Фуллер и Хаак [315] затронули вопросы двойственности для артиновых колец, колчаны которых являются деревьями, Хаак [338] показал, что широкий класс рядных колец обладает двойственностью Мориты, а в [339] он отметил, что кольцо инцидентности конечного предупорядоченного множества над телом обладает самодвойственностью. Фуллер и Хаак [316] выяснили условия на конечную полугруппу G, при которых имеет место двойственность между полугрупповыми кольцами RG и SG над двойственными кольцами R и S.

Ямагата [675] обобщает теоремы о двойственности Мориты на случай аддитивных функторов со значениями в абелевых группах. В [676] он рассматривает расширения над артиновыми кольцами с самодвойственностью. В [448] Китамура изучает квазифробениусовы расширения с двойственностью Мориты.

§ 11. Автоморфизмы модулей, линейные группы над кольцами

Вместе с каждым R-модулем M естественно возникает группа $\mathrm{Aut}_R M$ всех его автоморфизмов. Если M — свободный модуль ранга n, то мы, естественно, получаем полную линейную группу $GL_n(R)$ над кольцом R, что объясняет связи материала этого раздела с теорией линейных групп. Хаузен [365] показывает, как по группе автоморфизмов редуцированной абелевой p-группы эффективно определить ее ульмовские инварианты. А. Г. Солонина [124] доказала, что если $p \geqslant 5$, то для редуцированных p-адических модулей с непериодическими базисными подмодулями из изоморфизма их групп автоморфизмов следует существование полулинейного изоморфизма между ними. Сюда примыкает ее доклад ([26], с. 96) о связях групп автоморфизмов модуля и его базисного подмодуля над кольцом дискретного нормирования. Другой доклад А. Г. Солониной ([25], с. 186) посвящен вопросам определяемости p-адических модулей в различных классах модулей своими группами автоморфизмов.

Ряд известных теорем о линейных группах (о финитной аппроксимируемости, об энгелевой структуре, о подгруппе Фраттини) переносится Верфритцем в [662, 663, 664] на группы автоморфизмов конечно порожденных модулей над конечно порожденными коммутативными кольцами. Сюда примыкает статья Хаузен [363]. На группу автоморфизмов конечномерного в смысле Голди модуля Санчес [597] распространяет ряд фактов о линейных группах. Верфритц [665] изучает группы полулинейных автоморфизмов конечно порожденных модулей.

Автоморфизмам линейных групп над кольцами посвящена обширная литература (см., например, [1, 48, 49, 52, 82, 84, 85, 86, 87, 127, 503, 546, 661]). Мы коснемся здесь лишь автоморфизмов полной линейной группы $GL_n(R)$ над кольцом R.

В цикле работ (Помфре и Макдональд [565], В. С. Дроботенко, Э. С. Дроботенко и Е. Я. Погориляк [39, 40, 106], Хан [342], Г. А. Носков [100], Макдональд [504], В. Я. Блощицын [12]), завершившим статьей Уотерхауза [658], была доказана стандартность автоморфизмов группы $GL_n(R)$ при $n \geqslant 3$, если $1/2 \in R$. В. М. Петечук ([101, 102], [27], с. 101) доказал, что над коммутативным кольцом это верно всегда при $n \geqslant 4$. В [103] В. М. Петечук для группы $GL_3(R)$, где R — коммутативное локальное кольцо и $R/J(R) \cong \mathbf{Z}_2$, нашел нестандартные автоморфизмы.

О'Мира [546, 547] развил общую теорию изоморфизмов линейных групп, богатых трансвекциями, в частности, над телами. Сюда примыкает статья Ю. В. Сосновского [126]. Автоморфизмы группы $GL_n(R)$ над некоммутативным полулокальным кольцом рассматривают В. С. Дроботенко и Е. Я. Погориляк [41].

И. З. Голубчик и А. В. Михалев [27, 33] показали, что над произвольным ассоциативным кольцом R с $1/2 \in R$ каждый автоморфизм группы $GL_n(R)$ при $n \geqslant 3$ стандартен на подгруппе, порожденной элементарными и диагональными матрицами. Этот результат может быть получен и с помощью метода специализации йордановых систем Е. И. Зельманова. Как показывает пример В. Н. Герасимова, на всю группу $GL_n(R)$ результат в общем случае не может быть перенесен. И. З. Голубчик и А. В. Михалев [32] приводят достаточные условия (в частности, если R—PI-кольцо и $1/2 \in R$), при которых каждый автоморфизм стандартен на всей группе $GL_n(R)$.

Хан [343] предлагает описание автоморфизмов линейных групп над кольцами с телами частных или над полупростыми артиновыми кольцами с помощью эквивалентностей категорий модулей.

А. А. Пащевский ([25], т. 1, с. 124) приводит достаточные условия стандартности автоморфизмов сетевых подгрупп линейных групп над локальной областью целостности.

Цикл работ был посвящен особому случаю, когда $n=2$. Ю. И. Мерзляков [83] описал автоморфизмы двумерных конгруэнцгрупп над областью целостности. Работа Далла [284] посвящена автоморфизмам двумерных линейных групп над коммутативными областями целостности. В. С. Дроботенко и Е. Я. Погориляк [42, 104, 105] описали автоморфизмы группы $GL_2(R)$ над некоторыми классами локальных колец R (в ряде случаев ими был дан критерий существования нестандартных автоморфизмов). Макдональд [505, 506] описывает автоморфизмы группы $GL_2(R)$ над коммутативным кольцом, в котором «много обратимых элементов» (например, если $1/2 \in R$ и R/J ($R \ncong \mathbf{Z}_3$). Сюда примыкает работа Рена [576].

Ряд свойств группы $GL_2(R)$ над булевым кольцом R привел Розенстейн [587]. Берлинь [216] отметил, что если группа $GL_n(R)$ над бесконечным булевым кольцом R $\aleph_0$-категорична, то кольцо R $\aleph_0$-категорично.

Хирано [379] отметил условия на кольцо, при которых каждый инъективный (сюръективный) эндоморфизм любого конечно порожденного модуля является изоморфизмом. Продолжение до автоморфизма вполне разложимого модуля автоморфизмов квазиразложений над дедекиндовой областью рассматривает С. Ф. Кожухов [26]. Т. М. Флешер ([25], т. 1, с. 167) изучает абелевы группы без кручения конечного ранга, в которых всякий эндоморфный образ вполне характеристичен. Ловер [459] доказал существование для любого $n>0$ абелевой группы без кручения ранга $8n$ с некоммутативным кольцом эндоморфизмов ранга $4n$, в которой всякий эндоморфный образ вполне характеристичен.

Кастанья [244] рассматривает эндоморфизмы прямой суммы абелевых групп, являющиеся суммой двух автоморфизмов. А. М. Себельдин [114] для вполне разложимой абелевой группы без кручения дает критерий равенства каждого эндоморфизма сумме конечного числа автоморфизмов. В. Х. Фахрушин [155, 156] доказал, что если счетная редуцированная обобщенно примарная абелева группа имеет конечный ранг, то ее кольцо эндоморфизмов аддитивно порождается группой автоморфизмов. Условия на счетно порожденный редуцированный модуль над полным кольцом дискретного нормирования, при которых каждый эндоморфизм есть сумма двух эндоморфизмов, приведены А. Г. Солониной ([27], с. 125). Абелевы группы без ненулевых нильпотентных эндоморфизмов изучает С. Ф. Кожухов [62]. Монк [517] доказал существование p-группы G при $p \neq 2$ и широкой подгруппы G_1 в ней, для которых кольцо $\mathrm{End}\, G$ порождается группой $\mathrm{Aut}\, G$, но это уже не так для G_1.

П. А. Крылов [26] рассматривает абелевы группы, все топологические изоморфизмы колец эндоморфизмов которых в конечной топологии индуцируются групповыми изоморфизмами. О. В. Мельников [80, 81] изучает вопрос о компактности групп автоморфизмов локально компактных абелевых групп. Сюда примыкает и статья Плаумана [564].

Подмодули эрмитова модуля, инвариантные относительно действия унитарной группы, анализирует А. Э. Иозапавичюс [53].

В книге Верфритца [666] отражен материал о строении моноида эндоморфизмов нётерова модуля над коммутивным кольцом. И. С. Понизовский [568] изучает неприводимые матричные полугруппы. Сайзер [614] дает необходимые и достаточные условия приводимости к треугольному виду полугруппы матриц над телом (в частности, это так, если подгруппа состоит из идемпотентных матриц). Полугруппу эндоморфизмов конечной абелевой группы рассматривает Раплоне [557]. Инверсные полугруппы локальных автоморфизмов абелевых групп изучает А. Л. Либих [78]. П. Пуусемп [108] рассматривает вопросы определяемости периодических и ограниченных абелевых групп полугруппами эндоморфизмов. В. Г. Фаянс [157] эффективно строит группу частных полугруппы неособенных матриц с неотрицательными элементами из линейно упорядоченного тела и описывает ее автоморфизмы. Конгруэнции и инверсные подполугруппы полугруппы линейных преобразований векторного пространства над телом изучают Т. Н. Шаронова [162, 163, 164] и Л. Б. Шнеперман [166].

Вопросы представимости линейных полугрупп и групп над коммутативным кольцом в виде булевой степени затронуты Буррисом и Вернером [233].

Если G — периодическая абелева группа, H — произвольная абелева группа, $S(G)$ — полугруппа изоморфных отображений между подгруппами в G, то $S(G) \cong S(H)$ тогда и только тогда, когда $G \cong H$ (Кирквуд [446]). Э. А. Бабаев [5] показал, что пару линейных пространств над телом можно охарактеризовать полугрудой линейных отображений. И. Х. Беккер [9] выделил классы модулей, определяющихся своими аффинными группами.

В [8] И. Х. Беккер для абелевых групп без кручения с периодическими группами автоморфизмов приводит когомологическую характеризацию конечных групп автоморфизмов, а в ([25], т. 2, с. 11) им дана когомологическая характеризация абелевых групп без кручения с периодическими группами автоморфизмов.

С. Ф. Кожухов [61] охарактеризовал абелевы группы без кручения конечного ранга с циклическими группами автоморфизмов, в [63] — абелевы группы без кручения с конечными группами автоморфизмов. А. З. Шляфер [165] описал конечные группы автоморфизмов модулей над порядками полей алгебраических чисел, а в ([27], с. 151] выяснил, какие конечные группы возникают в качестве групп автоморфизмов точных модулей на абелевой группе без кручения. Моргадо [520] отмечает свойства группы автоморфизмов конечной абелевой p-группы.

Работа А. А. Суслина [128] посвящена выяснению строения специальной и линейной групп над кольцами многочленов. Сюда примыкают работа Форста [651] и статья Архера и Харта [187].

Обобщенные групповые тождества в классических линейных группах над телами рассматривают И. З. Голубчик и А. В. Михалев [30, 31]. Г. М. Томанов [129] исследует этот вопрос в алгебраических группах.

Отметим, что книга Ньюмена [527] посвящена теории канонических форм матриц над кольцами главных идеалов, а книга Кона [251) — подобию матриц над телами.

§ 12. Структура подмодулей модуля

Хатчинсон [385, 386] доказал, что класс структур, вложимых в структуры подмодулей модуля над коммутативным кольцом с ненулевой единицей определяется хорновскими формулами и, следовательно, является квазимногообразием. Он же [387] отметил, что структура вложима в структуру подмодулей некоторого модуля над кольцом R тогда и только тогда, когда ее двойственная структура вложима в структуру подмодулей модуля над кольцом, противоположным кольцу R.

А. А. Кравченко [66] установил, что минимальная порождающая система структуры всех подпространств конечномерного векторного пространства над конечным полем из q элементов состоит не более чем из $\max(q+3,8)$ элементов, причем эта оценка не зависит от размерности пространства. Свойства структуры подпространств конечномерного векторного пространства, инвариантных относительно данного линейного оператора, рассматривали Дедденс и Филмор [270], а также Конвэй и Халмош [255]. Пусть (V, G) — представление группы G в векторном пространстве V над полем, $L(V, G)$ — структура всех G-инвариантных подпространств из V. С. М. Вовси [652] доказал, что: (1) для любого частично упорядоченного множества T существует такое представление (V, G), что $L(V, G)\cong$ $\cong 2^T$); (2) для любой конечной дистрибутивной структуры D существует такое конечномерное представление (V, G), что $L(V, G) \cong D$.

Представлениям структур структурами подпространств векторных пространств посвящены работы [281, 561]. Пусть $E(V)$ — полная структура радиально замкнутых сбалансированных выпуклых подмножеств векторного пространства V. В [302] показано, что свойство элемента A структуры $E(V)$ быть подпространством в V равносильно тому, что A имеет дополнение, причем одномерность пространства A эквивалентна атомности (как элемента структуры $E(V)$) пересечения любых двух ненулевых элементов, строго меньших A.

Кхури [440, 441] рассматривает связь между свойствами структуры подмодулей модуля и его кольца эндоморфизмов. Проблему слов в некоторых многообразиях структур подмодулей исследуют Херман [373], а также Херман и Хун [376]. Они же [377] изучают каркасы некоторых специальных структур подмодулей для таких модулей как Q^n, Z^n, $C^n(P_k)$. Хатчинсон и Седли [388] получили классификацию структурных многообразий вида $HL(R)$, где $HL(R)$ — многообразие модулярных структур, порожденное классом структур подмодулей всех R-модулей. Логические аспекты изучения класса структур подмодулей всех левых R-модулей рассматривают Маккаи и Макнулти [492]. Пусть A, B — модули. Робер [585] показал, что модуль A является B-проективным модулем тогда и только тогда, когда $\mathrm{Hom}(A, -)$ — структурный гомоморфизм из структуры $L(B)$ в структуру подгрупп из $\mathrm{Hom}(A, B)$. Пусть F — аддитивная топология на кольце A, M — A-модуль,

$$D_F(M) = \{N \in L(M) \mid N = \{m \in M \mid (N : m) \in F\}\}.$$

Настасеску [526] изучает свойства структуры $D_F(M)$, рассматривая, в частности, случаи, когда $D_F(M)$ — дистрибутивная или нётерова структура. Структуру G-допустимых подмодулей модуля M, где G — группа автоморифзмов, рассматривал Бэр [198].

Свойства структуры вполне инвариантных подгрупп абелевой группы исследуют С. Я. Гриншпон [38], Мур и Хьюит [519], Мадер [489]. Калугареану [237], рассматривая свойства псевдодополнений в модулярных структурах, высказал ряд замечаний о структуре подгрупп абелевой группы. Пусть A — абелева группа, $D(A)$ — подструктура структуры $L(A)$, образованная всеми такими N, что хотя бы одна из группы N, A/N конечно порождена. Фалтингс [294] изучает такие абелевы группы A, для которых найдется такая абелева группа B, что структуры $D(A)$ и $D(B)$ антиизоморфны. Н. П. Белякова [11] изучает структуру f-допустимых подгрупп абелевой группы A, где $f \in \mathrm{Aut}(A)$, $f^2 = 1$.

Пусть R — нелокальная коммутативная область главных идеалов с полем частных K, $T = K/R$, E — R-модуль,

$$D(E) = \mathrm{Hom}(E, T),\ M \in L(E),\ M^0 = \{f \in D(E) \mid f(M) = 0\}.$$

Ханна и Якуб [34] доказали, что отображение $M \to M^0$ является антиизоморфизмом структуры $L(E)$ на структуру $L(D(E))$ тогда и только тогда, когда E — модуль конечной длины. Николя [533] исследует модули над дедекиндовыми кольцами с условием максимальности для n-порожденных подмодулей. Курзио [263] описал модули над коммутативными областями главных идеалов, у которых каждый собственный подмодуль лежит в максимальном подмодуле. Пусть M — нётеров модуль над коммутативным кольцом, $h(M)$ — верхняя грань порядковых типов цепей циклических подмодулей модуля M упорядоченных по обратному включению. Родес [579] доказывает существование цепи порядкового типа $h(M)$, получает неравенство $h(M) \leqslant \leqslant \omega |\mathrm{Ass}(M)|$ и характеризует такие модули M, что $h(M/N) \leqslant \omega$ для всех $N \in L(M)$.

И. М. Гоян [34] вводит и изучает аналоги изолированных компонент для подмодулей модуля над любым кольцом, которые используются для уточнения теоремы единственности примарных разложений. Грин [331] получил в терминах специально введенной категории троек критерии разложимости в прямую сумму вершины коуниверсального квадрата модулей. Г. М. Бродский [27, с. 20] привел один результат, касающийся индуцируемости изоморфизма структур подмодулей M, N некоторой эквивалентностью категорий $\mathrm{Gen}(M)$, $\mathrm{Gen}(N)$. Структуру вполне инвариантных подмодулей конечно порожденного модуля над дедекиндовой областью описал В. С. Пятков [109].

Г. Ч. Куринной [77] доказал, что если R — вполне примарное однорядное кольцо, представимое в виде прямой суммы максимального идеала и некоторого подкольца, M — свободный модуль ранга $\geqslant 3$, то структура $L(M)$ изометрически вложима в модулярную структуру с дополнениями и определяет кольцо R. Херманн и Хун [375] задают такие равенства $F(n)$, что для каждого модуля M, содержащего R^3 в качестве подмодуля, они выполняются тогда и только тогда, когда $n = \mathrm{char}(R)$. Уэллер [667] рассматривают взаимосвязь между теоретико-структурными свойствами $L(R^3)$ и арифметическими свойствами соответствующих им колец.

Гросс [333, 334] находит условия, при которых структурный изоморфизм двух подструктур векторного пространства с кососимметрическим скалярным произведением индуцируется изометрией. Условия индуцированности изометриями изоморфизмов структур тех или иных подпространств со скалярным произведениями приводят также Бани [201], Хаапсало [340], Макасей и Мухли [501]. Пусть E — векторное пространство над полем, обладающее невырожденной эрмитовой формой, F — структура всех ортогонально замкнутых подпространств. Келлер [434] доказал, что модулярность структуры F равносильна конечномерности пространства E. Штелтинг [626] описывает множество подмодулей ранга 1 проективного метрического модуля ранга 3.

Фриз [303] показал, что структура всех подпространств n-мерного векторного пространства над полем Z/pZ ($n \geqslant 4$, p — простое число) проективна в классе всех модулярных структур. В [464] определяется проективное замыкание любой n-мерной ($n \geqslant 2$) аффинной структуры и доказывается его существование и единственность.

В проективной геометрии хорошо известна теорема Штаудта: всякое взаимно однозначное отображение проективной прямой на себя, сохраняющее гармонические четверки и оставляющее на месте точки 0, 1, ∞, является тождественным. Этот результат допускает естественную формулировку на языке теории тел. Возможности обобщения этой теоремы на случай модулей над кольцами изучались в работах [476, 477, 478, 605, 204, 506, 451, 409].

Обобщая результат Л. А. Скорнякова [118], Махала [483, 484] доказывает, что каждое проективное отображение относительно допустимого модуля индуцируется полулинейным преобразованием. Он же продолжает исследование этого вопроса в [487].

§ 13. Дистрибутивные модули и кольца

Модуль M называется дистрибутивным (цепным), если структура $L(M)$ дистрибутивна (является цепью). Дистрибутивное справа и слева (цепное справа и слева) кольцо называется арифметическим, если структура его (двусторонних) идеалов дистрибутивна.

А. В. Михалев [88] отметил один класс колец, являющихся арифметическими. Ли Синмин [461] привел пример локального арифметического кольца, в котором идеалы не образуют цепь. Об арифметических кольцах см. также [213].

Менцель [508] (рассматривая на самом деле абелевы группы с операторами) доказал, что дистрибутивность модуля M равносильна каждому из следующих условий: (1) $\mathrm{Hom}(A/ /A(\cap B), B/(A\cap B))=0$ для любых A, B, $\in L(M)$; (2) для любых не совпадающих модулей A, $B \in L(M)$ верно, что модули $A/(A\cap B)$, $B/(A\cap B)$ не изоморфны. Камилло [240] отметил, что в условии (2) можно ограничиться тем случаем, когда $A/(A\cap B)$, $B/(A\cap B)$ — простые модули. В другой своей работе [509] Менцель показал, что дистрибутивность модуля ${}_RM$ равносильна тому, что $(Ra+Rb)/(Ra\cap Rb)$ — циклический модуль с образующим $(Ra\cap Rb)+a+b$ для любых элементов a, $b\in M$.

Если A, B — подмножества модуля ${}_RM$, то через $(B:A)$ обозначим множество $\{r\in R \mid ra\in B,\ \forall a\in A\}$. Кольцо называется инвариантным слева, если все его левые идеалы являются идеалами. Стефенсон [624] доказал, что дистрибутивность модуля ${}_RM$ равносильна равенству $R=(Ra:b)+(Rb:a)$ для любых элементов a, $b\in M$. Там же он установил следующие свойства дистрибутивного модуля ${}_RM$ с кольцом эндоморфизмов E: (1) все максимальные (минимальные) подмодули модуля M вполне инвариантны; (2) для любого модуля N, гомоморфизма $f: N \to M$ и произвольных A, $B \in L(M)$ верно равенство $f^{-1}(A+B) = f^{-1}(A) + f^{-1}(B)$; (3) для любого модуля N, гомоморфизма $f: M \to N$ и произвольных A, $B \in L(M)$ верно равенство $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$; (4) для любого модуля N, гомоморфизмов f, $g: N \to M$ и произвольного $X \in L(N)$ верны равенства $N = g^{-1}(fN) + f^{-1}(gN)$, $X = (X \cap g^{-1}(fX)) + (X \cap f^{-1}(gX))$; (5) для любого модуля N, гомоморфизмов f, $g: M \to N$ и произвольного $X \in L(N)$ верны равенства $0 = g(\operatorname{Ker} f) \cap f(\operatorname{Ker} g)$, $X = (X + gf^{-1}(X)) \cap (X + fg^{-1}(X))$; (6) если $f \in E$, $A \in L(M)$, то $A = A \cap f^{-1}(A) + f(A \cap f^{-1}(A)) = (A + fA) \cap f^{-1}(A + fA)$; (7) если $f \in E$, $A \in L(M)$, причем $f^n A \subseteq \sum_{i=0}^{n} f^i A$ для некоторого $n \geqslant 1$, то $fA \subseteq A$; (8) если каждый ненулевой подфактор модуля M обладает максимальным (минимальным) подмодулем, то все подмодули модуля M вполне инвариантны. В этой же работе описаны дистрибутивные слева кольца, являющиеся либо полусовершенными, либо совершенными справа или слева кольцами, а также доказано, что дистрибутивные слева нётеровы слева кольца инвариантны слева.

А. А. Туганбаев [139] показал, что левая дистрибутивность нётерова слева кольца R равносильна тому, что кольцо R инвариантно слева и выполнено одно из следующих условий: (1) $R = (A:B) + (B:A)$ для любых левых идеалов A, B; (2) $B = (B:A)A$ для любых левых идеалов A, B, где $B \subseteq A$. Там же доказано: 1) если R — нётерово справа и слева кольцо, то (правая и левая) дистрибутивность кольца R равносильна тому, что R — конечное прямое произведение цепных артиновых колец и инвариантных наследственных нётеровых областей; 2) дистрибутивное слева полупервичное левое или правое кольцо Голди разлагается в конечное прямое произведение областей; 3) левая дистрибутивность левого кольца Безу равносильна тому, что все его максимальные левые идеалы являются идеалами; 4) полулокальное кольцо R дистрибутивно слева тогда и только тогда, когда R — левое кольцо Безу, а $R/J(R)$ — конечное прямое произведение тел. А. А. Туганбаев [139, 148] получил также полное описание нётеровых слева дистрибутивных колец, обобщающее результаты Камилло [240]. Он же [146] доказал, что для дистрибутивного слева кольца R равносильны следующие условия: (1) R — несингулярное слева кольцо, удовлетворяющее условию максимальности либо для левых аннуляторов, либо для прямых сумм левых идеалов; (2) R — конечное прямое произведение правых областей Оре. Кроме того, отмечено, что все подмодули конечно порожденного дистрибутивного модуля над инвариантным слева кольцом вполне инвариантны, что обобщает результат Стефенсона [624] для коммутативного случая. А. А. Туганбаев [138] доказал: 1) если $R/J(R)$ — конечное прямое произведение тел, то дистрибутивность модуля ${}_RM$ равносильна тому, что M — модуль Безу; 2) дистрибутивность модуля M над совершенным слева самобазисным кольцом равносильна тому, что все подмодули модуля M цикличны; 3) для любого кольца R существует такая мощность $t(R)$, которая ограничивает мощности всех дистрибутивных R-модулей; 4) дистрибутивный модуль над полуцепным слева кольцом является прямой суммой равномерных модулей; 5) дистрибутивный модуль над нётеровым слева полуцепным справа и слева кольцом является полуцепным модулем; 6) дистрибутивный модуль над полулокальным кольцом является модулем Безу; 1) если кольцо R коммутативно, то разложимость всех его инъективных модулей в прямую сумму дистрибутивных модулей равносильна тому, что R — конечное прямое произведение коммутативных однорядных колец и дедекиндовых областей; 8) если все максимальные левые идеалы кольца R являются идеалами, то любой левый R-модуль Безу является дистрибутивным модулем (последнее обобщает результат Албу и Настасеску [176] для коммутативного случая).

Различные характеризации колец, над которыми каждый модуль является прямой суммой дистрибутивных модулей, получили А. А. Туганбаев [138] и Фуллер [314]. Сюда же относятся работы [310, 311, 312, 313 и 253]. Вамош [145] установил цикличность конечно порожденного дистрибутивного артинова модуля (см. также [138]).

Шорес и Льюис [612] доказали, что кольцо $\mathrm{End}(M)$, где M — дистрибутивный модуль над коммутативным кольцом, является обратным пределом коммутативных дистрибутивных колец и, в частности, коммутативно. Албу и Настасеску [176] обобщили на случай модулей результат Йенсена [413] для колец, доказав, что дистрибутивность модуля A над коммутативным кольцом R равносильна тому, что A_M — цепной R_M-модуль для любого максимального идеала M кольца R. Там же они доказали, что тензорное произведение дистрибутивных модулей над коммутативным кольцом является дистрибутивным модулем и что $\mathrm{End}_R(A) \cong R/\mathrm{Ann}_R(A)$, если A — конечно порожденный дистрибутивный модуль над коммутативным кольцом R. В. Б. Репницкий [111] описал конечно порожденные дистрибутивные модули над коммутативными ласкеровыми кольцами, неразложимые дистрибутивные модули над коммутативными нётеровыми кольцами, доказал, что кольцо эндоморфизмов дистрибутивного модуля над коммутативным нётеровым кольцом является коммутативным дистрибутивным кольцом. А. А. Туганбаев [139, 143], обобщая результаты Албу и Настасеску [176] для коммутативного случая, установил эквивалентность следующих свойств модуля M над инвариантным справа кольцом R: (1) M — дистрибутивный модуль; (2) $R=(A:B)+(B:A)$ для любых конечно порожденных $A, B \in L(M)$; (3) $B=(B:A)A$ для любого конечно порожденного $A \in L(M)$ и произвольного $B \in L(A)$; (4) $((B+C):A)=(B:A)+(C:A)$ для любых $A, B, C \in L(M)$, где B, C — конечно порождены; (5) $(A:(B \cap C))=(A:B)+(A:C)$ для любых $A, B, C \in L(M)$, где B, C — конечно порождены.

Из результатов Уорфилда [655] следует, что дистрибутивность кольца равносильна тому, что каждый его конечно представимый модуль является прямым слагаемым прямой суммы циклических модулей.

Назовем кольцо R локально цепным слева, если для любого его максимального левого идеала M верно, что M — идеал, левое кольцо частных по Габриэлю R_M существует и является цепным слева кольцом. А. А. Туганбаев ([143], [27], с. 134) доказал, что если либо кольцо R удовлетворяет условию максимальности для левых аннуляторов, либо все нильпотентные элементы кольца R центральны, то левая дистрибутивность кольца R равносильна свойству быть локально цепным слева кольцом. Это обобщает аналогичные результаты Брунгса [228] для областей и нётеровых слева колец и Лациса [457] для инвариантных слева колец специального вида.

А. А. Туганбаев [143] доказал следующие свойства дистрибутивного R-модуля M: 1) любой существенно замкнутый подмодуль модуля M вполне инвариантен; 2) если $R \to T$ — эпиморфизм колец, превращающий кольцо T в плоский правый R-модуль, то ${}_T(T \otimes_R M)$ — дистрибутивный модуль. Там же доказано, что: 1) левая дистрибутивность нётерова слева полупервичного кольца равносильна тому, что кольцо является конечным прямым произведением инвариантных слева наследственных слева областей; 2) левая полунаследственность инвариантного слева редуцированного кольца равносильна тому, что оно дистрибутивно слева и является левым порядком в регулярном кольце. А. А. Туганбаев ([26], с. 102) получил следующие результаты: (1) кольцо R является дистрибутивным слева нётеровым (справа и слева) кольцом тогда и только тогда, когда R — конечное прямое произведение цепных слева артиновых колец и инвариантных наследственных нётеровых областей; (2) дистрибутивное справа нётерово слева кольцо является конечным прямым произведением цепных справа артиновых колец и областей.

Ачкар [171] доказал, что левая дистрибутивность кольца многочленов $R[x]$ равносильна тому, что R — коммутативное регулярное кольцо. При предположении коммутативности кольца R, аналогичный результат получил ранее Камилло [239]. Он же отметил в [238], что полунаследственность коммутативного кольца R равносильна тому, что R — дистрибутивное кольцо и для любого элемента $a \in R$ идеал $aR+\mathrm{Ann}(a)$ содержит регулярный элемент. Йенсен [413] доказал, что для коммутативного кольца R неравенство w. gl. dim $(R) \leqslant 1$ (т. е. все подмодули плоских модулей являются плоскими) равносильно тому, что R — дистрибутивное полупервичное кольцо. А. А. Туганбаев ([27], с. 134) показал, что аналогичный результат верен, если коммутативность кольца заменить на его инвариантность. Там же отмечено, что все главные левые идеалы дистрибутивного слева несингулярного слева кольца являются плоскими. А. А. Туганбаев ([25], с. 159) показал, что дистрибутивное слева несингулярное слева полулокальное кольцо является конечным прямым произведением правых областей Безу.

А. А. Туганбаев ([27], с. 133) получил следующее описание дистрибутивных групповых колец FG с коммутативным кольцом коэффициентов F: дистрибутивность кольца FG равносильна выполнению одного из следующих трех условий: (1) F — регулярное кольцо, G — абелева группа, у которой порядки элементов обратимы в кольце F, $r_0(G) \leqslant 1$ (где $r_0(G)$ — ранг без кручения); (2) F — дистрибутивное кольцо, G — периодическая абелева группа, причем для любого максимального идеала M кольца F такого, что char $(F/M) = p > 0$, кольцо частных F_M является полем и $r_p(G) \leqslant 1$; (3) F — дистрибутивная алгебра над полем рациональных чисел Q и для любого нечетного числа n, являющегося порядком элемента из G, кольцо $F \otimes_Q H(n)$ — дистрибутивно, где $H(n)$ — алгебра кватернионов над полем деления круга $Q(\varepsilon_n)$.

Коммутативные дистрибутивные полугрупповые кольца коммутативных полугрупп, вложимых в группы, описали Харди и Шорес [357]. Коммутативные дистрибутивные полугрупповые кольца исследовались также в [250]. Цепные справа полугрупповые кольца описал И. Б. Кожухов [59]. Он же [60] получил некоторые результаты о дистрибутивных полугрупповых кольцах.

Беренс [210, 211] исследовал кольца, обладающие точным дистрибутивным модулем. Дистрибутивным модулям и кольцам посвящена глава 9 его книги [212]. Камилло и Зельманович [242] отметили, что если модуль дистрибутивен, то $d(A+B) = d(A) + d(B) - d(A \cap B)$ для любых его подмодулей A, B, где $d(X)$ — размерность Голди модуля X. Дистрибутивные модули затрагиваются в работах [298, 299, 315, 338, 650].

Модуль M называется мультипликационным, если для любого его подмодуля N найдется такой идеал A, что $N = AM$. Барнард [203] доказал, что модуль над коммутативным кольцом является дистрибутивным тогда и только тогда, когда все его конечно порожденные подмодули являются мультипликационными. О мультипликационных модулях см. также [182, 183, 407].

А. А. Туганбаев ([25], с. 159) показал, что левая дистрибутивность нётерова слева кольца R равносильна тому, что каждый левый идеал кольца R является произведением первичных двусторонних идеалов. Аналогичный результат для нётеровых слева областей получил Брунгс [228]. Дистрибутивные кольца рассматривались также в работах [412, 168, 169, 170, 227].

Условия дистрибутивности некоторых структур подпространств векторного пространства изучали Ким и Руш [445], Херман [374]. Е. М. Вечтомов ([27], с. 28) выяснил, когда кольцо непрерывных функций со значением в непрерывном теле является дистрибутивным кольцом.

Н. И. Дубровин [45] построил пример цепного кольца с односторонними делителями нуля. Там же исследовались цепные кольца R, у которых $J(R)$ — единственный (ненулевой) первичный или вполне первичный идеал. Он же [44] построил пример простой радикальной цепной области (без единицы). О цепных модулях и кольцах см. также [23, 39, 60, 612, 223, 229, 230, 231, 566, 567, 637, 638].

ЛИТЕРАТУРА

1. Автоморфизмы классических групп. Сб. пер. с англ. и франц. М., Мир, 1976, 264 с. (РЖМат, 1977, 4А230К)
2. *Агапитов К. В.*, Эпиморфизмы обобщенных однорядных колец и вторые централизаторы периодических модулей над ограниченными наследственными нётеровыми первичными кольцами. Абелевы группы и модули. Томск, 1981, 3—19 (РЖМат, 1982, 7А255)
3. *Андрунакиевич В. А., Арнаутов В. А., Гоян И. М., Рябухин Ю. М.*, Ассоциативные кольца. Итоги науки и техн. ВИНИТИ. Сер. Алгебра. Топол. Геометрия, 1978, *16*, 91—190 (РЖМат, 1979, 2А213)
4. —, —, *Рябухин Ю. М.*, Кольца. В сб. «Алгебра. Топология. Геометрия, 1965 (Итоги науки. ВИНИТИ АН СССР)». М., 1967, 133—180 (РЖМат, 1967, 10А198)
5. *Бабаев Э. А.*, Полугруды полулинейных отображений. Изв. АН АзССР. Сер. физ.-техн. и мат. н. 1979, № 5, 7—12 (РЖМат, 1980, 9А179)
6. —, *Махмудов А. А.*, Об изоморфизмах полугруд линейных отображений линейного пространства. Ин-т мат. и мех. АН АзССР. Баку, 1981. 33 с., библиогр. 7 назв. (Рукопись деп. в ВИНИТИ 8 окт. 1981 г., № 4712—81 Деп) (РЖМат, 1982, 1А180 Деп)
7. *Бейдар К. И.*, О модулях над коммутативными полупервичными кольцами. Мат. заметки, 1980, *29*, № 1, 15—18 (РЖМат, 1981, 4А375)
8. *Беккер И. Х.*, Абелевы группы без кручения с периодическими группами автоморфизмов и первые группы когомологий. Редкол. Сиб. мат. ж. СО АН СССР. Новосибирск, 1981, 28 с., библиогр. 8 назв. (Рукопись деп. в ВИНИТИ 4 дек. 1981 г., № 5656—81 Деп) (РЖМат, 1981, 4А208)
9. —, Об аффинных группах модулей. Материалы 7 регион. конф. по мат. и мех., Томск, 17—19 нояб., 1981. Секц. алгебры. Томск, 1981, 2—3. Библ. 1 назв. (Рукопись деп. в ВИНИТИ 16 марта 1982 г., № 1197—82 Деп) (РЖМат, 1982, 8А272 Деп)
10. —, *Россошек С. К.*, Полиномиальная расщепляемость и слабо жесткие системы абелевых групп без кручения. Абелевы группы и модули. Томск, 1979, 3—13 (РЖМат, 1980, 3А110)
11. *Белякова Н. П.*, Об изоморфизмах структур α-допустимых подгрупп абе-

левых групп без кручения. Изв. высш. учеб. заведений. Математика, 1973, № 10, 3—13 (РЖМат, 1974, 7А315)
12. *Блощицын В. Я.*, Автоморфизмы общей линейной группы над коммутативным кольцом, не порождаемым делителями нуля. Алгебра и логика (Новосибирск), 1978, *17*, № 6, 639—642 (РЖМат, 1979, 11А203)
13. *Бобылев И. В.*, Проективная размерность абелевой группы над кольцом своих эндоморфизмов. Успехи мат. наук, 1973, *28*, № 2, 229—230 (РЖМат, 1973, 8А331)
14. —, Кольца, над которыми каждый модуль эндопроективен. Успехи мат. наук, 1974, *29*, № 3, 182 (РЖМат, 1974, 11А446)
15. —, Эндопроективная размерность модулей. Сиб. мат. ж., 1975, *16*, № 4, 663—683 (РЖМат, 1976, 1А426)
16. *Бокуть Л. А.*, Ассоциативные кольца. I (Кольцевые конструкции); II (категории модулей, вложения в тела). Новосибирск, 1977, 1981
17. —, *Жевлаков К. А., Кузьмин Е. Н.*, Теория колец. В сб. «Алгебра. Топология. Геометрия. (Итоги науки. ВИНИТИ АН СССР)». М., 1970, 9—56 (РЖМат, 1970, 7А242)
18. —, *Кузьмин Е. Н., Ширшов А. И.*, Кольца. (Ин-т АН СССР. Сиб. отд. мат. Препринт). Новосибирск, 1973, 45 с. (РЖМат, 1974, 6А325)
19. *Бродский Г. М.*, О кручениях в модулях. Мат. заметки, 1973, *14*, № 4, 527—534 (РЖМат, 1974, 3А210)
20. —, Кольца эндоморфизмов свободных модулей. Мат. сб. 1974, *94*, № 2, 226—242 (РЖМат, 1974, 10А271)
21. —, Аннуляторные условия в кольцах эндоморфизмов модулей. Мат. заметки, 1974, *16*, № 6, 933—942 (РЖМат, 1975, 7А377)
22. —, *Григорян А. Г.*, О кольцах эндоморфизмов модулей. Докл. АН АрмССР, 1979, *69*, № 1, 15—18 (РЖМат, 1980, 5А242)
23. *Вишнякова Н. И., Кладов Г. К.*, Модули ранга 1 над обобщенным кольцом нормирования. В сб. «Вычисл. мат. и вычисл. техн.» Вып. 5. Харьков, 1974, 135—137 (РЖМат, 1975, 7А566)
24. *Власова Л. И.*, Об определяемости групп группами гомоморфизмов. Вестн. МГУ. Мат., мех., 1979, № 5, 52—55 (РЖМат, 1980, 3А112)
25. XVI Всесоюзная алгебраическая конференция, 22—25 сентября 1981 г. Тезисы докладов. (ЛОМИ АН СССР, ЛГУ, МГУ). Л., 1981, ч. 1, 192 с., ч. 2, 208 с. (РЖМат, 1982, 2А165К)
26. IV Всесоюзный симпозиум по теории колец, алгебр и модулей (Ин-т мат. с вычисл. центром АН МолдССР). Кишинев, 1980, 128 с (РЖМат, 1981, 1А248К)
27. V Всесоюзный симпозиум по теории колец, алгебр и модулей. Новосибирск, 21—23 сент. 1982 г. Тез. сообщ. Новосибирск. Ин-т мат. 1982, 156 с. (РЖМат, 1983, 4А133К)
28. *Говоров В. Е.*, Малоинъективные модули. Алгебра и логика. Семинар, 1963, *2*, № 6, 21—50 (РЖМат, 1965, 4А227)
29. *Голубчик И. З., Марков В. Т.*, Локализационная размерность *PI*-колец. Тр. сем. им. И. Г. Петровского, 1981, № 6, 39—46 (РЖМат, 1981, 11А257)
30. —, *Михалёв А. В.*, Обобщенные групповые тождества в классических группах. Успехи мат. наук, 1980, *35*, № 6, 155—156 (РЖМат, 1981, 4А186)
31. —, —, Обобщенные групповые тождества в классических группах. Зап. науч. семинаров Ленингр. отд. Мат. ин-та АН СССР, 1982, *114*, 96—119 (РЖМат, 1982, 9А220)
32. —, —, Эпиморфизмы проективных групп над ассоциативными кольцами. Алгебра. Сб. работ, посвящ. 90-летию со дня рождения О. Ю. Шмидта. М., 1982, 34—45 (РЖМат, 1983, 4А306)
33. —, —, Изоморфизмы полной линейной группы над ассоциативным кольцом. Вестн. Моск. ун-та. Мат., мех., 1983, № 3, 61—72
34. *Гоян И. М.*, Изолированные компоненты модулей. Мат. исслед. (Кишинев), 1979, № 49, 54—60 (РЖМат, 1979, 8А265)

35. *Григорян А. Г.*, Кольца эндоморфизмов модулей над малыми предаддитивными категориями. Докл. АН АрмССР, 1978, *67*, № 4, 216—220 (РЖМат, 1979, 8А277)
36. —, Кольца эндоморфизмов модулей над малыми предаддитивными категориями. Мат. исслед. (Кишинев), 1981, № 62, 38—56 (РЖМат, 1981, 7А254)
37. *Гриншпон С. Я.*, Примарные абелевы группы с изоморфными группами эндоморфизмов. Мат. заметки, 1973, *14*, № 5, 733—740 (РЖМат, 1974, 6А225)
38. —, О строении вполне характеристических подгрупп абелевых групп без кручения. Абелевы группы и модули. Томск, 1981, 56—92 (РЖМат, 1982, 7А174)
39. *Дроботенко В. С., Дроботенко Э. С.*, Автоморфизмы полной линейной группы над коммутативным вполне примарным кольцом. В сб. «Материалы 1-й обл. конф. молодых ученых Закарпатья, посвящ. 50-летию образования СССР. Секц. мат. н.», Ужгород. ун-т, Ужгород, 1972, 130—138 (РЖМат, 1974, 11А313)
40. —, —, *Погориляк Е. Я.*, Автоморфизмы линейных групп над коммутативными кольцами с условием минимальности. Успехи мат. наук, 1973, *28*, № 6, 205—206 (РЖМат, 1974, 7А327)
41. —, *Погориляк Е. Я.*, Автоморфизмы полной линейной группы над некоммутативным полулокальным кольцом. Успехи мат. наук, 1977, *32*, № 3, 157—158 (РЖМат, 1977, 12А228)
42. —, —, Автоморфизмы общей и специальной двумерных линейных групп над локальными кольцами. Ужгород ун-т. Ужгород, 1981, 31с., библиогр. 16 назв. (Рукопись деп. в ВИНИТИ 8 июня 1981 г., № 2740 Деп) (РЖМат, 1981, 10А231)
43. *Дрозд Ю. А., Кириченко В. В.*, Конечномерные алгебры. Учеб. пособие для студ. мех.-мат. фак. ун-тов. Киев, Вища школа, 1980, 190 с. (РЖМат, 1981, 1А252)
44. *Дубровин Н. И.*, Цепные области. Вестн. МГУ. Мат. мех., 1980, № 2, 51—54 (РЖМат, 1980, 7А216)
45. —, О цепных кольцах. Успехи мат. наук, 1982, *37*, № 4, 139—140 (РЖМат, 1982, 12А252)
46. *Жотикашвили А. В.*, Об эквивалентности категорий аффинных модулей. Мат. заметки. 1978, *24*, № 4, 475—486 (РЖМат, 1979, 4А320)
47. *Завадский А. Г., Кириченко В. В.*, Модули без кручения над первичными кольцами. Зап. науч. семинаров Ленингр. отд. Мат. ин-та АН СССР, 1976, *57*, 100—116 (РЖМат, 1976, 8А363)
48. *Залесский А. Е.*, Линейные группы. Успехи мат. н., 1981, *36*, № 5, 57—107 (РЖМат, 1982, 2А222)
49. —, Линейные группы. Итоги науки и техн. ВИНИТИ. Алгебра. Топол. Геометрия, 1983, *22*, 135—182
50. —, *Нерославский О. М.*, Существуют простые нётеровы кольца с делителями нуля, но без идемпотентов. Commun. Algebra, 1977, *5*, № 3, 231—244 (РЖМат, 1978, 2А215)
51. *Иванов А. В.*, Абелевы группы с самоинъективными кольцами эндоморфизмов и кольцами эндоморфизмов с аннуляторным условием. Абелевы группы и модули. Томск, 1981, 93—109 (РЖМат, 1982, 7А171)
52. —, Изоморфизмы классических групп над целостными кольцами. Пер. с англ. М., Мир, 1980, 272 с. (РЖМат, 1981, 1А226К)
53. *Иозапавичюс А. Э.*, Инвариантные подмодули эрмитова модуля. Успехи мат. наук. 1975, *30*, № 6, 171—172 (РЖМат, 1976, 6А301)
54. *Каарли К.*, О почти кольцах, порожденных эндоморфизмами некоторых групп. Уч. зап. Тартус. ун-та, 1978, № 464/22, 3—12 (РЖМат, 1979, 1А337)
55. *Каш Ф.*, Модули и кольца. М., Мир, 1981, 368 с. (РЖМат, 1982, 3А247К)

56. *Кашу А. И.* Морита-контексты и кручения модулей. Мат. заметки, 1980, *28*, № 4, 491—499 (РЖМат, 1981, 2А263)
57. —, Джансовы и идеальные кручения в Морита-контекстах. Мат. исслед. (Кишинев), 1981, № 62, 65—75 (РЖМат, 1981, 7А256)
58. *Керер Е. Ш.*, О кольце эндоморфизмов конечно порожденного модуля над кольцом главных идеалов. Вестн. Харьков ун-та, 1975, № 119, мат. и мех., вып. 40, 67—75 (РЖМат, 1975, 12А415)
59. *Кожухов И. Б.*, Цепные полугрупповые кольца. Успехи мат. наук, 1974, *29*, № 1, 169—170 (РЖМат, 1974, 6А345)
60. —, Цепные полугрупповые кольца и их обобщения. Моск. ин-т электрон. техн. М., 1978, 38с., библиогр. 24 назв. (Рукопись деп. в ВИНИТИ 25 мая 1979 г., № 1862—79 Деп) (РЖМат, 1979, 9А245 ДЕП)
61. *Кожухов С. Ф.*, Абелевы группы без кручения конечного ранга с циклическими группами автоморфизмов. Томск. ун-т. Томск, 1977, 25 с., библ. 9 назв. (Рукопись деп. в ВИНИТИ 26 авг. 1977 г., № 3464—77 ДЕП) (РЖМат, 1977, 12А186)
62. —, Абелевы группы без нильпотентных эндоморфизмов. Абелевы группы и модули. Томск, 1979, 87—94 (РЖМат, 1980, 2А184)
63. —, Абелевы группы без кручения с конечными группами автоморфизмов. Редкол. Сиб. мат. ж. СО АН СССР. Новосибирск, 1980, 19 с., библ. 7 назв. (Рукопись деп. в ВИНИТИ 24 ноября 1980 г., № 4930—80 Деп.) (РЖМат, 1981, 3А176)
64. —, Регулярно полные абелевы группы. Изв. вузов. Мат., 1980, № 12, 14—19 (РЖМат, 1981, 5А158)
65. *Кон П.*, Свободные кольца и их связи. Пер. с англ., М., Мир, 1975, 422с. (РЖМат, 1976, 5А259)
66. *Кравченко А. А.*, О минимальном числе образующих структуры подпространств конечномерного линейного пространства. Зап. науч. семинаров. Ленингр. отд. Мат. ин-та АН СССР, 1982, *114*, 148—149 (РЖМат, 1982, 9А297)
67. *Крылов П. А.*, Радикалы колец эндоморфизмов абелевых групп без кручения конечного ранга. В сб. «Материалы 4-й Науч. конф. по мат. и мех. Т. 1». Томск, Томск. ун-т, 1974, 116—117 (РЖМат, 1974, 11А304)
68. —, Радикалы колец эндоморфизмов абелевых групп без кручения. Мат. сб., 1974, *95*, № 2, 214—228 (РЖМат, 1975, 4А288)
69. —, О полупростоте колец эндоморфизмов абелевых групп без кручения. Группы и модули, Томск, 1976, 23—27
70. —, Радикалы колец эндоморфизмов сепарабельных абелевых групп без кручения. Группы и модули, Томск, 1976, 27—34
71. —, Суммы автоморфизмов абелевых групп и радикал Джекобсона кольца эндоморфизмов. Изв. высш. учеб. заведений. Мат., 1976, № 4, 56—66 (РЖМат, 1976, 11А227)
72. —, Абелевы группы без кручения с циклическими p-базисными подгруппами. Мат. заметки, 1976, *20*, № 6, 805—813 (РЖМат, 1977, 4А156)
73. —, О сервантных подгруппах группы целых p-адических чисел. Абелевы группы и модули. Томск, 1979, 122—126 (РЖМат, 1980, 2А181)
74. —, Абелевы группы без кручения и их кольца эндоморфизмов. Изв. вузов. Мат., 1979, № 11, 26—33 (РЖМат, 1980, 6А219)
75. —, Об абелевых группах без кручения. Материалы 7 Регион. конф. по мат. и мех., Томск, 17—19 нояб., 1981. Секц. алгебры. Томск, 1981, 21—34. Библиогр. 4 назв. (Рукопись деп. в ВИНИТИ 16 марта 1982 г., № 1197—82 Деп.) (РЖМат, 1982, 8А160 ДЕП)
76. —, *Себельдин А. М.*, Об определяемости абелевой группы без кручения своим кольцом эндоморфизмов. В сб. «Материалы 4-й Науч. конф. по мат. и мех. Т. 1». Томск, Томск. ун-т, 1974, 117 (РЖМат, 1974, 10А199) (Испр. к реф. РЖМат, 1975, № 4, с. 36)
77. *Куринной Г. Ч.*, О структуре подмодулей модуля с тремя свободными образующими над вполне примарным однорядным кольцом. Докл. АН УССР, 1977, *А*, № 6, 491—492 (РЖМат, 1978, 3А200)

78. *Либих А. Л.*, Инверсные полугруппы локальных автоморфизмов абелевых групп. В сб. «Исслед. по алгебре». Вып. 3. Саратов, Саратов. ун-т, 1973, 25—33 (РЖМат, 1974, 8А208)
79. *Марков В. Т., Михалев А. В., Скорняков Л. А., Туганбаев А. А.*, Модули. Итоги науки и техн. ВИНИТИ. Алгебра. Топол. Геометрия, 1981, *19*, 31—134 (РЖМат, 1982, 3А253)
80. *Мельников О. В.*, Группы автоморфизмов компактных вполне несвязных абелевых групп. Докл. АН БССР, 1972, *16*, № 9, 777—780 (РЖМат, 1973, 2А225)
81. —, Группы автоморфизмов компактных вполне несвязных абелевых групп. Докл. АН БССР, 1975, *19*, № 2, 101—104 (РЖМат, 1975, 7А335)
82. *Мерзляков Ю. И.*, Линейные группы. В сб. «Алгебра. Топология. Геометрия. 1970. (Итоги науки. ВИНИТИ. АН СССР)». М., 1971, 75—110 (РЖМат, 1972, 3А203)
83. —, Автоморфизмы двумерных конгруэнцгрупп. Алгебра и логика, 1973, *12*, № 4, 468—477 (РЖМат, 1974, 6А294)
84. —, Обзор новейших результатов об автоморфизмах классических групп. В сб. «Автоморфизмы классических групп», М., Мир, 1976, 250—259 (РЖМат, 1977, 4А230)
85. —, Линейные группы. Итоги науки и техн. ВИНИТИ. Сер. Алгебра. Топол. Геометрия, 1978, *16*, 35—89 (РЖМат, 1979, 2А165)
86. —, Теория изоморфизмов классических групп в 1976—1980 годах. Дополнение 1. Изоморфизмы классических групп над целостными кольцами. М., Мир, 1980, 252—258 (РЖМат, 1981, 2А209)
87. —, Рациональные группы. М., Наука, 1980, 464 с. (РЖМат, 1981, 4А396)
88. *Михалев А. В.*, Специальные структурные пространства колец. Докл. АН СССР, 1963, *150*, № 7, 259—261 (РЖМат, 1964, 9А224)
89. —, Кольца эндоморфизмов модулей и структуры подмодулей. В сб. «Алгебра. Топология. Геометрия (Итоги науки. ВИНИТИ АН СССР)». М., 1974, *12*, 51—76 (РЖМат, 1975, 6А408)
90. —, *Скорняков Л. А.*, Модули. В сб. «Алгебра. Топология. Геометрия. (Итоги науки. ВИНИТИ АН СССР)». 1968. М., 1970, 57—100 (РЖМат, 1970, 11А207)
91. —, — (ред.), Модули. АН СССР. Сиб. отд. Ин-т математики. Препринт. Новосибирск, 1973, 44с, 48с., 30с., 88с. (РЖМат, 1973, 10А249К—10А252К)
92. *Мишина А. П.*, Об автоморфизмах и эндоморфизмах абелевых групп. Вестн. Моск. ун-та Матем. механ., 1962, № 4, 39—43 (РЖМат, 1963, 2А183)
93. —, Абелевы группы. В сб. «Алгебра. Топология. Геометрия. 1965 (Итоги науки. ВИНИТИ АН СССР)». М., 1967, 9—44 (РЖМат, 1967, 10А146)
94. —, Об автоморфизмах и эндоморфизмах абелевых групп. Вестн. Моск. ун-та. Мат., мех., 1972, № 1, 62—66 (РЖМат, 1972, 5А163)
95. —, Абелевы группы. В сб. «Алгебра. Топология. Геометрия. Т. 10. (Итоги науки. ВИНИТИ АН СССР)». М., 1972, 5—45 (РЖМат, 1973, 2А172)
96. —, Абелевы группы. Итоги науки и техн. ВИНИТИ. Алгебра. Топол. Геометрия, 1979, *17*, 6—63 (РЖМат, 1980, 3А105)
97. *Мустафаев Л. Г.*, Полугруппы линейных непрерывных преобразований. I. Спец. вопр. алгебры и топол. Баку, 1980, 56—60 (РЖМат, 1981, 3А156)
98. —, Полугруппы линейных непрерывных преобразований. II. Спец. вопр. алгебры и топол. Баку, 1980, 61—65 (РЖМат, 1981, 3А157)
99. *Начев Н. А.*, О кольцах инцидентности. Вестн. Моск. ун-та Мат., мех., 1977, № 1, 36—42 (РЖМат, 1977, 11А296)
100. *Носков Г. А.*, Автоморфизмы группы $GL_n(\mathfrak{o})$ при $\dim \mathrm{Max}(\mathfrak{o}) \leqslant n\text{-}2$. Мат. заметки, 1975, *17*, № 2, 285—291 (РЖМат, 1975, 6А335)
101. *Петечук В. М.*, Автоморфизмы группы SL_n, GL_n над некоторыми ло-

кальными кольцами. Мат. заметки, 1980, *28*, № 2, 187—204 (РЖМат, 1980, 12А218)
102. —, Автоморфизмы матричных групп над коммутативными кольцами. Мат. сб. 1982, *117*, № 4, 534—547 (РЖМат, 1982, 8А206)
103. —, Автоморфизмы групп $SL_3(K)$, $GL_3(K)$. Мат. заметки, 1982, *31*, № 5, 657—668 (РЖМат, 1982, 9А164)
104. *Погориляк Е. Я.*, Автоморфизмы группы матриц второго порядка над коммутативным локальным кольцом. Мат. сборник. Киев, Наук. думка, 1976, 76—80 (РЖМат, 1977, 2А281)
105. —, *Дроботенко В. С.*, Нестандартные автоморфизмы групп $GL_2(K)$ над локальным кольцом K. В сб. «Тр. XXVIII Науч. конф. проф.-преподав. состава Ужгород. ун-та. Секц. мат. н.» Ужгород. ун-т. Ужгород, 1974, 201—206, библ. 2 назв. (Рукопись деп. в ВИНИТИ 11 февр. 1975 г., № 314—75 Деп.) (РЖМат, 1975, 6А336)
106. —, —, *Дроботенко Э. С.*, Автоморфизмы полной линейной группы над коммутативным полулокальным кольцом. Тр. XXVIII Науч. конф. проф.-преподават. состава Ужгород. ун-та. Секц. мат. н. Ужгород, 1974, 187—200, библиогр. 4 назв. (Рукопись деп. в ВИНИТИ 11 февр. 1975, № 314—75 Деп) (РЖМат, 1977, 2А287)
107. *Пуусемп П.*, Об определяемости периодической абелевой группы своей полугруппой эндоморфизмов. Изв. АН Эст. ССР. Физ. мат, 1980, *29*, № 3, 241—245 (РЖМат, 1981, 1А193)
108. —, Об определяемости периодической абелевой группы своей подгруппой эндоморфизмов в классе всех периодических абелевых групп. Изв. АН ЭстССР. Физ., мат. 1980, *29*, № 3, 246—253 (РЖМат, 1981, 1А194)
109. *Пятков В. С.*, О вполне инвариантных подмодулях некоторых классов модулей. Кемеров. ун-т. Кемерово 1979, 11с., библиогр. 6 назв. (Рукопись деп. в ВИНИТИ 27 июля 1979 г., № 2790—79 Деп) (РЖМат, 1979, 10А197 ДЕП)
110. —, Об абелевых группах как модулях над своим кольцом эндоморфизмов. Кемеров. ун-т. Кемерово, 1979, 11с., библиогр. 9 назв. (Рукопись деп. в ВИНИТИ 2 янв. 1980 г., № 20—80 Деп.) (РЖМат, 1980, 4А197)
111. *Репницкий В. Б.*, Арифметические модули. Мат. сб., 1979, *110*, № 1, 150—157 (РЖМат, 1979, 12А467)
112. *Россошек С. К.*, Корректность колец и модулей. В сб. «Материалы 4-й Научн. конф. по мат. и мех. Т. 1». Томск, Томск. ун-т, 1974, 120—121 (РЖМат, 1974, 12А219)
113. *Себельдин А. М.*, Полные прямые суммы абелевых групп без кручения ринга 1 с изоморфными группами или кольцами эндоморфизмов. Мат. заметки, 1973, *14*, № 6, 867—878 (РЖМат, 1974, 7А255)
114. —, Суммы автоморфизмов вполне разложимых абелевых групп без кручения. Изв. высш. учеб. заведений. Математика, 1975, № 2, 85—92 (РЖМат, 1975, 10А215)
115. —, Полные прямые суммы абелевых групп без кручения ранга 1 ,с изоморфными группами или кольцами эндоморфизмов. II. Абелевы группы и модули. Томск, 1979,.151—156 (РЖМат, 180, 2А182)
116. —, Абелевы группы без кручения с изоморфными кольцами эндоморфизмов. Абелевы группы и модули. Томск, 1979, 157—162 (РЖМат, 1980, 2А191)
117. —, Определяемость нередуцированной абелевой группы без кручения своей группой эндоморфизмов. Абелевы группы и модули. Томск, 1980, 102—108 (РЖМат, 1980, 11А168)
118. *Скорняков Л. А.*, Проективные отображения модулей. Изв. АН СССР. Сер. мат., 1960, № 4, 511—520 (РЖМат, 1961, 5А274)
119. —, Кольца. В сб. «Алгебра. Топология. 1962. (Итоги науки. ВИНИТИ АН СССР)». М., 1963, 59—79 (РЖМат, 1964, 11А217)
120. —, Модули. В сб. «Алгебра. Топология. 1962. (Итоги науки. ВИНИТИ АН СССР)». М., 1963, 80—89 (РЖМат, 1964, 11А220)

121. —, Модули. В сб. «Алгебра. Топология. Геометрия. 1965 (Итоги науки, ВИНИТИ АН СССР)». *М.*, 1967, 181—216 (РЖМат, 1967, 10А199)
122. —, *Михалев А. В.*, Модули. В сб. «Алгебра. Топология. Геометрия. Т. 14. (Итоги науки и техн. ВИНИТИ АН СССР)». М., 1976, 57—190 (РЖМат, 1977, 6А209)
123. *Солонина А. Г.*, Об определяемости модулей над полными кольцами дискретного нормирования неразложимыми идемпотентными эндоморфизмами (Моск. Гос. пед. ин-т им. В. И. Ленина. М., 1975, 15 с., библиогр. 7 назв.) (Рукопись деп. в ВИНИТИ 15 сент. 1975 г. № 2660—75 Деп.) (РЖМат, 1976, 2А347)
124. —, Об определяемости *p*-адических модулей группами автоморфизмов. Моск. гос. пед. ин-т им. В. И. Ленина. М., 1975, 15., библиогр. 6 назв. (Рукопись деп. в ВИНИТИ 15 сент. 1975 г., № 2647—75 Деп) (РЖМат, 1976, 2А348)
125. *Солтан В. П.*, О конечномерных линейных операторах с одинаковыми инвариантными подпространствами. В сб. «Мат. исследования». Т. 8. Вып. 4(30), Кишинев, Штиинца, 1973, 80—100 (РЖМат, 1974, 4А272)
126. *Сосновский Ю. В.*, К общей теории изоморфизмов линейных групп. Изоморфизмы классическ. групп над целостными кольцами. М., Мир, 1980, 259—268 (РЖМат, 1981, 2А202)
127. *Супруненко Д. А.*, Группы матриц. М., Наука, 1972, 352 с. (РЖМат, 1972, 8А290К)
128. *Суслин А. А.*, О структуре специальной линейной группы над кольцами многочленов. Изв. АН СССР. Сер. мат., 1977, *41*, № 2, 235—252 (РЖМат, 1977, 9А462)
129. *Томанов Г. М.*, Обобщенные групповые тождества в линейных группах. Докл. АН БССР, 1982, *26*, № 1, 9—12 (РЖМат, 1982, 5А172)
130. *Туганбаев А. А.*, О модулях, близких к инъективным. Успехи мат. наук, 1977, *32*, № 2, 233—234 (РЖМат, 1977, 11А310)
131 —, Строение модулей, близких к инъективным. Сиб. мат. ж., 1977, *18*, № 4, 890—898 (РЖМат, 1978, 1А256)
132. —, Квазиинъективные и малоинъективные модули. Вестн. Моск. ун-та. Мат. механ., 1977, № 2, 61—64 (РЖМат, 1978, 1А257)
133. —, Модули над наследственными нётеровыми первичными кольцами. Успехи мат. наук, 1977, *32*, № 4, 267—268 (РЖМат, 1978, 1А258)
134. —, Строение модулей, близких к проективным. Мат. сб., 1978, *106*, № 4, 554—565 (РЖМат, 1978, 12А450)
135. —, Псевдоинъективные модули и продолжение автоморфизмов. Тр. Семинара им. И. Г. Петровского, МГУ, 1978, № 4, 241—248 (РЖМат, 1979, 5А217)
136. —, Характеризации колец, использующие малоинъективные и малопроективные модули. Вестн. МГУ. Мат., мех., 1979, № 3, 48—51 (РЖМат, 1979, 10А198)
137. —, Малопроективные модули. Вестн. МГУ. Мат., мех., 1979, № 5, 43—47 (РЖМат, 1980, 3А197)
138. —, Кольца, над которыми каждый модуль является прямой суммой дистрибутивных модулей. Вестн. МГУ. Мат., мех., 1980, № 1, 61—64 (РЖМат, 1980, 6А285)
139. —, Дистрибутивные нётеровы кольца. Вестн. МГУ Мат., мех., 1980, № 2, 30—34 (РЖМат, 1980, 7А219)
140. —, Кольца, все факторкольца которых малоинъективны. Успехи мат. наук, 1980, *35*, № 2, 223—224 (РЖМат, 1980, 10А172)
141. —, О квазипроективных модулях. Сиб. мат. ж., 1980, *21*, № 3, 177—183 (РЖМат, 1980, 10А192)
142. —, Малопроективные модули. Сиб. мат. ж., 1980, № 5, 109—113 (РЖМат, 1981, 2А265)
143. —, Дистрибутивные модули. Успехи мат. наук, 1980, *35*, № 5, 245—246 (РЖМат, 1981, 3А246)

144. —, О самоинъективных кольцах. Изв. вузов. Мат., 1980, № 12, 71—74 (РЖМат, 1981, 4А208)
145. —, Кольца, над которыми все циклические модули малоинъективны. Тр. семинара им. И. Г. Петровского. МГУ, 1981, № 6, 257—262 (РЖМат, 1981, 11А227)
146. —, Целозамкнутые кольца. Мат. сб., 1981, *115*, № 4, 544—559 (РЖМат, 1981, 12А232)
147. —, Малоинъективные кольца. Изв. вузов. Мат., 1981, № 9, 50—53 (РЖМат, 1982, 3А252)
148. —, Целозамкнутые нётеровы кольца. Успехи мат. наук, 1981, *36*, № 5, 195—196 (РЖМат, 1982, 3А271)
149. —, О малоинъективных модулях. Абелевы группы и модули. Томск, 1981, 175—180 (РЖМат, 1982, 7А280)
150. —, Кольца, все факторкольца которых малоинъективны справа. Абелевы группы и модули. Томск, 1981, 166—174 (РЖМат, 1982, 7А284)
151. —, Малоинъективные модули. Мат. заметки, 1982, *31*, № 3, 447—456 (РЖМат, 1982, 7А279)
152. —, Малоинъективные кольца. Успехи мат. наук., 1982, *37*, № 5, 201—202 (РЖМат, 1983, 3А234)
153. *Усенко В. М.*, Полугруппы полулинейных преобразований. Харьк. ин-т радиоэлектрон. Харьков, 1982, 17 с. Библиогр. 16 назв. (Рукопись деп. в ВИНИТИ 9 авг. 1982 г. № 4391—82 Деп) (РЖМат, 1982, 12А142 Деп)
154. *Фарукшин В. Х.*, Эндоморфизмы абелевых групп без кручения. Моск. гос. пед. ин-т им. В. И. Ленина, М., 1981, 42 с. Библиогр. 20 назв. (Рукопись деп. в ВИНИТИ 28 мая 1981 г., № 2579—81 Деп) (РЖМат, 1981, 9А108 ДЕП)
155. —, Эндоморфизмы обобщенно примарных групп без кручения. Моск. гос. пед. ин-т им. В. И. Ленина. М., 1981, 11 с. Библиогр. 5 назв. (Рукопись деп. в ВИНИТИ 13 июля 1981 г., № 3469—81 Деп) (РЖМат, 1981, 12А156)
156. —, Эндоморфизмы редуцированных обобщенно примарных групп без кручения. Моск. гос. пед. ин-т. М., 1982, 11 с. Библиогр. 3 назв. (Рукопись деп. в ВИНИТИ 14 апр. 1982 г., № 1821—82 Деп) (РЖМат, 1982, 8А154ДЕП)
157. *Фаянс В. Г.*, Группа частных полугруппы неособенных матриц с неотрицательными элементами. Успехи мат. наук, 1973, *28*, № 6, 221—222 (РЖМат, 1974, 7А241)
158. *Фейс К.*, Алгебра: Кольца, модули и категории. Т. 1, 2. М., Мир, 1977, 1, 688 с., 1979, 2, 464 с. (РЖМат, 1978, 6А178)
159. *Финкельштейн М. Я.*, Кольца квазиэндоморфизмов. Вестн. МГУ. Мат., мех., 1979, № 3, 44—47 (РЖМат, 1979, 10А189)
160. *Фирсов Ю. М.*, Об эндоморфизмах подгрупп свободных абелевых групп. Уч. зап. Моск. гос. пед. ин-та им. В. И. Ленина, 1971, *375*, 90—99 (РЖМат, 1972, 5А225)
161. *Халезов Е. А.*, Автоморфизмы матричных полугрупп. Уч. зап. Иванов. гос. пед. ин-т., 1972, *106*, 136—138 (РЖМат, 1973, 1А181)
162. *Шарапова Т. Н.*, Элементарные инверсные подполугруппы полугруппы линейных преобразований. В сб. «Исслед. по алгебре». Вып. 4, Саратов, Саратов. ун-т, 1974, 115—118 (РЖМат, 1975, 3А229)
163. —, Конгруэнции на полугруппах линейных операторов. Докл. АН УССР, 1979, *А*, № 1, 17—19 (РЖМат, 1979, 6А149)
164. —, Конгруэнции на полугруппе линейных преобразований. Всес. заоч. машиностр. ин-т. М., 1979, 19 с. Библиогр. 6 назв (Рукопись деп. в ВИНИТИ 11 сент. 1979 г., № 3265—79 Деп) (РЖМат, 1980, 1А168 ДЕП)
165. *Шляфер А. З.*, Модули с конечными группами автоморфизмов над областями целостности. Материалы регион. конф. по мат. и мех., Томск, 17—19 ноябр. 1981. Секц. алгебры. Томск, 1981, 52—54. Библиогр.

1 назв. (Рукопись деп. в ВИНИТИ 16 марта 1982 г., № 1197—82 Деп) (РЖМат, 1982, 8А248)
166. *Шнеперман Л. Б.*, Максимальные инверсные подполугруппы полугруппы линейных преобразований. Изв. высш. учеб. заведений. Математика. 1974, № 11, 93—100 (РЖМат, 1975, 7А252)
167. *Abdeljaouad J., Abdeljaouad M.*, Automorphismes de l'anneau des endomorphismes triangulaires d'un espace vectoriel de dimension dénombrable. Bull. Soc. math. Belg., 1976, *28*, № 4, 297—311 (РЖМат, 1980, 8А221)
168. *Achkar H.*, Sur les anneaux arithmétiques. C. r. Acad. sci., 1974, *A278*, № 5, 307—309 (РЖМат, 1974, 8А254)
169. —, Sur les propriétés des anneaux arithmétiques à gauche. C. r. Acad. sci., 1977, *284*, № 17, A993—A995 (РЖМат, 1977, 10А161)
170. —, Anneaux arithmétiques à gauche. C. r. Acad. sci., 1978, *AB286*, № 20, A871—A873 (РЖМат, 1978, 12А399)
171. —, Anneaux arithmétiques à gauche: propriétés de transfert. C. r. Acad. sci., 1979, *288*, № 11, A583—A586 (РЖМат, 1979, 12А277)
172. *Ashan J.*, On П-injective modules. Tamkang J. Math., 1979, *10*, № 2, 223—229 (РЖМат, 1981, 5А239)
173. —, Modules over *qc*-rings. Stud. sci. math. hung., 1974, *9*, № 3—4, 321—325
174. *Alamelu S.*, On commutativity of endomorphism rings of ideals. Proc. Amer. Math. Soc., 1973, *37*, № 1, 29—31 (РЖМат, 1973, 10А332)
175. —, Commutativity of endomorphism rings of ideals. II. Proc. Amer. Math. Soc., 1976, *55*, № 2, 271—274 (РЖМат, 1977, 3А345)
176. *Albu T. Năstăsescu C.*, Modules arithmétiques. Acta math. Acad. sci. hung., 1974, *25*, № 3—4, 299—311 (РЖМат, 1975, 7А564)
177. *Alev J.*, Dualité dans les algébres enveloppantes et les anneaux de groups. C. r. Acad. sci., 1978, *AB287*, № 6, A387—A390 (РЖМат, 1979, 5А209)
178. *Almkvist G.*, Endomorphisms of finitely generated projective modules over a commutative ring. Ark. mat., 1973, *11*, № 2, 263—301 (РЖМат, 1974, 10А342)
179. —, The Grothendieck group of the category of endomorphisms. J. Algebra, 1974, *28*, № 3, 375—378 (РЖМат, 1974, 10А343)
180. *Alperin J. L.*, Diagrams for modules. J. Pure and Appl. Algebra, 1980, *16*, № 2, 111—119 (РЖМат, 1980, 7А249)
181. *Anderson D. D.*, A remark on the lattice of ideals of a Prüfer domain. Pacif. J. Math., 1975, *57*, № 2, 323—324 (РЖМат, 1976, 3А410)
182. —, Multiplication ideals, multiplication rings, and the ring $R(X)$. Can. J. Math., 1976, *28*, № 4, 760—768 (РЖМат, 1977, 5А295)
183. —, Some remarks on multiplication ideals. Math. jap., 1980, *25*, № 4, 463—469 (РЖМат, 1981, 4А368)
184. *Anderson F. W., Fuller K. R.*, Rings and categories of modules. (Grad. Texts Math. 13). New York, Springer, 1974, VIII, 339 pp. (РЖМат, 1975, 7А380)
185. *Angad-Gaur H. W. K.*, The homological dimension of a torsion-free Abelian group of finite rank as a module over its ring of endomorphisms. Rend. Sem. Mat. Univ. Padova, 1977(1978), *57*, 299—309
186. *Anh Pham Ngoc.*, Duality over Noetherian rings with a Morita duality. J. Algebra, 1982, *75*, № 1, 275—285 (РЖМат, 1982, 11А163)
187. *Archer J., Hart R.*, Linear groups and projective modules over shew polynomial rings. Bull. London Math. Soc., 1980, *12*, № 5, 377—382 (РЖМат, 1981, 2А412)
188. *Ariband F.*, Un ideal maximal de l'anneau des endomorphismes d'un espace vectoriel de dimension infinie. Lect. Notes Math., 1979, № 740, 184—189 (РЖМат, 1980, 4А282)
189. *Armendariz E. P.*, Modules with Artinian prime factors. Proc. Amer. Math. Soc., 1980, *78*, № 3, 311—314 (РЖМат, 1980, 11А286)
190. —, *Fisher J. W., Snider R. L.*, On injective and surjective endomorphisms

of finitely generated modules. Commun. Algebra, 1978, *6*, № 7, 659—672 (РЖМат, 1978, 11А311)
191. *Arnold D. M.*, Pure subgroups of finite rank completely decomposable groups. Lect. Notes Math., 1981, *874*, 1—30 (РЖМат, 1982, 3А160)
192. —, *Hunter R., Richman F.*, Global Azumaya theorems in additive categories. J. Pure and Appl. Algebra, 1980, *16*, № 3, 223—242 (РЖМат, 1980, 8А299)
193. —, *Lady E. L.*, Endomorphism rings and direct sums of torsion free Abelian groups. Trans. Amer. Math. Soc., 1975, *211*, 225—237 (РЖМат, 1976, 7А240)
194. —, *Murley C. E.*, Abelian groups A, such that Hom $(A, —)$ preserves direct sums of copies of A. Pacif. J. Math., 1975, *56*, № 1, 7—20 (РЖМат, 1976, 3А199)
195. —, *Pierce R. S., Reid J. D., Vinsonhaler C., Wickless W.*, Torsion-free Abelian groups of finite rank projective as modules over their endomorphism rings. J. Algebra, 1981, *71*, № 1, 1—10 (РЖМат, 1982, 2А185)
196. *Auslander B. L.*, Central separable algebras wich are locally endomorphism rings of free modules. Proc. Amer. Math. Soc., 1971, *30*, № 3, 395—404 (РЖМат, 1973, 10А355)
197. *Azumaya G.*, Some aspects of Fuller's theorem. Lect. Notes Math., 1979, *700*, 34—35 (РЖМат, 1979, 11А246)
198. *Baer R.*, Direct decompositions into primary components. Algebra Univers., 1973, *3*, 16—50
199. *Balcerzyk S.*, On traces of exterior powers of a sum of two endomorphisms of a projective module. Colloq. math., 1971, *23*, № 2, 203—211 (РЖМат, 1972, 4А471)
200. *Bäni W.*, Über ringe, welche dicht in ihrer Modulkategorie sind. Manuscr. math., 1973, *10*, № 4, 379—394 (РЖМат, 1974, 3А213)
201. —, Inner product spaces of infinite dimension; on the lattice method. Arch. Math., 1979, *33*, № 4, 338—347 (РЖМат, 1980, 8А341)
202. *Barnard A. D.*, Distributive extensions of modules. J. Algebra, 1981, *70*, № 2, 303—315 (РЖМат, 1981, 12А406)
203. —, Multiplication modules. J. Algebra, 1981, *71*, № 1, 174—178 (РЖМат, 1982, 2А442)
204. *Bartolone C., Di Franco F.*, A remark on the projectivities of the projective line over a commutative ring. Math. Z., 1979, *169*, № 1, 23—29 (РЖМат, 1980, 4А421)
205. *Bazzoni S., Metelli C.*, On Abelian torsion free separable groups and their endomorphism rings. Symp. math. Ist. Naz. Alta mat. Francesco Severi. Vol. 23. Roma, 1979, 259—285 (РЖМат, 1980, 9А198)
206. *Beachy J. A.*, Bicommutators of cofaithful, fully divisible modules: corrigendum. Can. J. Math., 1974, *26*, № 1, 256 (РЖМат, 1974, 9А311)
207. —, T-faithful subcategories and localization. Trans. Amer. Math. Soc., 1974, *195*, № 468, 61—79 (РЖМат, 1975, 5А242)
208. *Beck I.*, On modules whose endomorphism ring is local. Isr. J. Math., 1978, *29*, № 4, 393—407 (РЖМат, 1979, 1А323)
209. —, An independence structure of indecomposable modules. Ark. mat., 1978, *16*, № 2, 171—178 (РЖМат, 1979, 9А252)
210. *Behrens E.-A.*, Distributiv darstellbare Ringe. Math. Z., 1960, *73*, № 5, 409—432 (РЖМат, 1962, 3А232)
211. —, Distributiv darstellbare Ringe. II., Math. Z., 1961, *76*, № 4, 367—384 (РЖМат, 1963, 3А235)
212. —, Ring theory. New York—London, Acad. Press, 1972, 320 pp, (РЖМат, 1974, 2А244 К)
213. —, Noncommutative arithmetic rings. Rings, Modules and Radicals. Amsterdam—London, 1973, 67—71 (РЖМат, 1976, 2А297)
214. *Benabdallah K., Birtz A.*, Sur une famille de groupes Abéliens superdécomposable. Can. Math. Bull., 1981, *24*, № 2, 213—218 (РЖМат, 1981, 11А162)

215. *Bergman G. M.*, Boolean rings of projection maps. J. London Math. Soc., 1972, *4*, № 4, 593—598 (РЖМат, 1972, 12A283)
216. *Berline C.*, Categoricité en $\aleph_0$ du groupe linéaire d'un anneau de Boole. C. r. Acad. sci., 1975, *280*, № 12, A753—A754 (РЖМат, 1975, 10A107)
217. *Bichot J.*, Modules continus. Publs Dép. math., 1971, *8*, № 1, 55—61 (РЖМат, 1973, 7A271)
218. *Blair W. D.*, An endomorphism ring which is not Ore. Proc. Amer. Math. Soc., 1974, *44*, № 2, 275—277 (РЖМат, 1975, 2A462)
219. —, Quctient rings of algebras which are module finite and projective. Acta sci. math., 1974, *36*, № 3—4, 265—266 (РЖМат, 1975, 11A368)
220. *Bland P., Riley S.*, Density relative to a torsion theory. Proc. Amer. Math. Soc., 1981, *82*, № 4, 527—532 (РЖМат, 1982, 2A244)
221. *Boisen M. B., Jr., Sheldon R. B.*, A note on prearithmetical rings. Acta math. Acad. sci. hung., 1976, *28*, № 3—4, 257—259 (РЖМат, 1977, 9A460)
222. *Bonami L.*, Morita-equivalent rings are isomorphic. Arch. Math., 1980, *34*, № 2, 100—110 (РЖМат, 1981, 2A239)
223. *Botto-Mura R. T., Brungs H. H., Fisher J. L.*, Chain rings and valuation semigroups. Commun. Algebra, 1977, *5*, № 14, 1529—1547 (РЖМат, 1978, 7A223)
224. *Bowshell R. A., Schultz P.*, Unital rings whose additive endomorphisms commute. Math. Ann., 1977, *228*, № 3, 197—214 (РЖМат, 1978, 1A229)
225. *Brandt J.*, Characteristic submodules. J. London Math. Soc., 1982, *25*, № 1, 35—38 (РЖМат, 1982, 8A276)
226. *Brenner S.*, Decomposition properties of some small diagrams of modules. Symp. math. Ist. naz. alta mat. conv. nov.-dic. 1972. Vol. 13. London—New York, 1974, 127—141 (РЖМат, 1975, 7A378)
227. *Brungs H. H.*, Multiplikative Idealtheorie in nicht kommutativen Ringen. Mitt. Math. Sem. Giessen, 1974, № 110, 58 S. (РЖМат, 1975, 5A260)
228. —, Rings with a distributive lattice of right ideals. J. Algebra, 1976, *40*, № 2, 392—400 (РЖМат, 1977, 3A220)
229. —, Semigroups associated with right cahin rings. Commun. Algebra, 1980, *8*, № 1, 79—85 (РЖМат, 1980, 8A230)
230. —, *Törner G.*, Chain rings and prime ideals. Arch. Math., 1976, *27*, № 3, 253—260 (РЖМат, 1977, 2A303)
231. —, —, Embedding right chain rings in chain rings. Can. J. Math., 1978, *30*, № 5, 1079—1086 (РЖМат, 1979, 5A199)
232. *Burgess W. D., Raphael R.*, Sur deux notions de complétude dans les anneaux semipremiers. C. r. Acad. sci., 1976, *283*, № 13, A927—A929 (РЖМат, 1977, 8A298)
233. *Burris S., Werner H.*, Remarks on Boolean products. Algebra univers., 1980, *10*, № 3, 333—344 (РЖМат, 1981, 1A307)
234. *Butler M. C. R.*, On locally free torsion-free rings of finite rank. J. London Math. Soc., 1968, *43*, № 2, 297—300 (РЖМат, 1969, 2A235)
235. —, A Galois-theoretic description of certain quasi-endomorphism rings. Symp. math. Ist. naz. alta mat. Conv. nov.-dic. 1972. Vol. 13. London—New York, 1974, 143—151 (РЖМат, 1975, 7A568)
236. *Butts H. S., Smith W.*, Prüfer rings. Math. Z., 1967, *95*, № 3, 196—211 (РЖМат, 1967, 10A283)
237. *Călugareanu G. G.*, Some remarks about mutual pseudocomplements in lattices. Mathematica (RSR), 1980, *22*, № 2, 237—239 (РЖМат, 1982, 5A243)
238. *Camillo V. P.*, A note on semi-hereditary rings. Arch. Math., 1973, *24*, № 2, 142—143 (РЖМат, 1973, 10A341)
239. —, Semi-hereditary polynomial rings. Proc. Amer. Math. Soc., 1974, *45*, № 2, 173—174 (РЖМат, 1975, 6A540)
240. —, Distributive modules. J. Algebra, 1975, *36*, № 1, 16—25 (РЖМат, 1976, 2A346)
241. —, *Fuller K. R.*, Rings whose faithful modules are flat over their endo-

morphism rigns. Arch. Math., 1976, *27*, № 5, 522—525 (РЖМат, 1977, 5A200)

242. —, *Zelmanowitz J. M.*, Dimension modules. Pacif. J. Math., 1980, *91*, № 2, 249—261 (РЖМат, 1981, 11A281)

243. *Carlson J. F.*, Endo-trivial modules over (p, p)-groups. Ill. J. Math., 1980, *24*, № 2, 287—295 (РЖМат, 1981, 2A261)

244. *Castagna F.*, Endomorphisms of countable direct sums of torsion complete groups. Acta math. Acad. sci. hung., 1972, *23*, № 1—2, 45—50 (РЖМат, 1973, 7A198)

245. *Cauchon G.*, Commutant des modules longueur finie sur certaines algèbres filtrées. Lect. Notes Math., 1980, **825**, 10—18 (РЖМат, 1981, 6A252)

246. *Cezus F. A., Magill K. D., Jr., Subbiah S.*, Maximal ideals of semigroups of endomorphisms. Bull. Austral. Math. Soc., 1975, *12*, № 2, 211—225 (РЖМат, 1976, 1A176)

247. *Chatters A. W.*, Three examples concerning the ore condition in Noetherian rings. Proc. Edinburgh. Math. Soc., 1980, *23*, № 2, 187—192 (РЖМат, 1981, 4A224)

248. —, *Khuri S. M.*, Endomorphism rings of modules over non-singular *CS* rings. J. London Math. Soc., 1980, *21*, № 3, 434—444 (РЖМат, 1981, 2A240)

249. *Chiba K.*, A note on Morita-equivalence of polinomial rings. Math. J. Okayama Univ., 1977, *19*, № 2, 121—122 (РЖМат, 1978, 5A406)

250. *Chouinard L. G., Hardig B. R., Shores T. S.*, Arithmetical and semihereditary semigroup rings. Commun. Algebra, 1980, *8*, № 17, 1593—1652 (РЖМат, 1981, 4A365)

251. *Cohn P. M.*, The similarity reduction of matrices over a skew field. Math. Z., 1973, *132*, № 2, 151—163 (РЖМат, 1974, 3A280)

252. —, Skew field constructions. London Math. Soc. Lect. Note Ser., 1977, № 27, xii, 253 pp. (РЖМат, 1978, 2A211)

253. *Colby R. R., Fuller K. R.*, Modules over diserial rings. Commun. Algebra, 1981, *9*, № 5, 511—532 (РЖМат, 1981, 8A269)

254. *Conlon S. B.*, Some remarks on the Krull-Schmidt theorem. Proc. Symp. Pure Math. V. 21. Represent. Theory Finite Groups and Relat. Top. Providence, R. I., 1971, 29—31 (РЖМат, 1974, 8A268)

255. *Conway J. B., Halmos P. R.*, Finite-dimensional points of continuity of lat. Linear Algebra and Appl., 1980, *31*, 93—102 (РЖМат, 1981, 1A357)

256. *Cornelius E. F., Jr*, Characterization of a class of torsion free groups in terms of endomorphisms. Pacif. J. Math., 1978, *79*, № 2, 341—355 (РЖМат, 1979, 11A170); Поправка: ibid, 1979, *85*, № 2, 501 (РЖМат, 1981, 1A196)

257. *Corner A. L. S.*, On endomorphism rings of primary Abelian groups. II. Quart. J. Math., 1976, *27*, № 105, 5—13 (РЖМат, 1976, 9A196)

258. *Cox S. H., Jr*, Commutative endomorphism rings. Pacif. J. Math., 1973, *45*, № 1, 87—91 (РЖМат, 1973, 11A395)

259. —, *Rush D. E.*, Endomorphisms of finite rank flat modules. Duke Math. J., 1972, *39*, № 2, 323—326 (РЖМат, 1973, 2A363)

260. *Cozzens J. H.*, Maximal orders and reflexive modules. Trans. Amer. Math., Soc., 1976, *219*, № 492, 323—336 (РЖМат, 1977, 5A195)

261. —, *Faith C.*, Simple Noetherian rings. Cambridge Univ. Press, 1975, 135 pp. (РЖМат, 1977, 3A227 К)

262. *Cunningham R. S., Rutter E. A., Jr., Turnidge D. R.*, Rings of quotients of endomorphism rings of projective modules. Pacif. J. Math., 1972, *41*, № 3, 647—668 (РЖМат, 1973, 3A276)

263. *Curzio M.*, Un problema di massimo in teoria dei moduli. Rend. Sem. Mat. Fis. Milano, 1972, *42*, 111—118

264. *Damiano R. F.*, Coflat rings and modules. Pacif. J. Math., 1979, *81*, № 2, 349—369 (РЖМат, 1980, 3A198)

265. *Dauns J.*, Simple modules and centralizers. Trans. Amer. Math. Soc., 1972, *166*, 457—477 (РЖМат, 1973, 1A257)

266. *Davison T. M. K.*, Distributive homomorphisms of rings and modules. J. reine und angew. Math., 1974, *271*, 28—34 (РЖМат, 1975, 7A562)
267. *Dawley E. G.*, A note on abelian *p*-groups and their endomorphism rings. Black mathematicians and their works, Dorrance, Ardmore, 1980, 137—138
268. *Dawlings R. J. H.*, Products of idempotents in the semigroup of singular endomorphims of a finite-dimensional vector space. Proc. Roy. Soc. Edinburgh, 1981, *91*, № 1—2, 123—133 (РЖМат, 1982, 7A149)
269. —, Sets of idempotents that generate the semigroup of singular endomorphisms of a finite-dimensional vector space. Proc. Edinburgh Math. Soc., 1982, *25*, № 2, 133—139 (РЖМат, 1982, 12A246)
270. *Deddens J. A., Fillmore P. A.*, Reflexive linear transformations. Linear Algebra and Appl., 1975, *10*, № 1, 89—93 (РЖМат, 1975, 12A350)
271. *Desale G., Nicholson W. K.*, Endoprimitive rings. J. Algebra, 1981, *70*, № 2, 548—560 (РЖМат, 1982, 1A286)
272. *Deshpande V. K.*, Completions of Noetherian hereditary prime rings. Pacif. J. Math., 1980, *90*, № 2, 285—297 (РЖМат, 1981, 7A232)
273. —, *Feller E. H.*, Endomorphism rings of essential extensions of a Noetherian module. Isr. J. Math., 1974, *17*, № 1, 46—49 (РЖМат, 1975, 2A323)
274. *D'Este G.*, Sui gruppi abeliani il cui anello degli endomorfismi è numerabile e non discreto nella topologia finita. Atti Ist. veneto sci. lett. ed arti. Cl. sci. mat. e natur., 1975—1976, *134*, 239—243 (РЖМат, 1978, 4A150)
275. —, Abelian groups with anti-isomorphic endomorphism rings. Rend. Semin. Mat. Univ. Padova, 1978, *60*, 55—75
276. —, A theorem on the endomorphism ring of reduced torsion-free Abelian groups and some applications. Ann. Mat. Pura Appl., 1978, *116*, 381—392
277. —, On topological rings which are endomorphism rings of reduced torsion-free Abelian groups. Quart. J. Math., 1981, *32*, № 127, 303—311 (РЖМат, 1982, 3A265)
278. *Dlab V., Ringel C. M.*, Balanced rings. Lect. Notes Math., 1972, *246*, 73—143 (РЖМат, 1972, 8A314)
279. —, —, Balanced local rings with commutative residue fields. Bull. Amer. Math. Soc., 1972, *78*, № 5, 771—774 (РЖМат, 1973, 5A248)
280. —, —, The representations of tame hereditary algebras. Represent. Theory Algebras. Proc., Philadelphia Conf. New York — Basel, 1978, 329—353 (РЖМат, 1979, 4A314)
281. —, —, Perfect elements in the free modular lattices. Math. Ann., 1980, *247*, № 2, 95—100 (РЖМат, 1980, 10A229)
282. *Drozd Yu.*, Minors and theorems of reduction. Rings, Modules and Radicals. Amsterdam — London, 1973, 173—176 (РЖМат, 1976, 2A342)
283. *Dugas M.*, Fast freie Abelsche Gruppen mit Endomorphismenring Z. J. Algebra, 1981, *71*, № 2, 314—321 (РЖМат, 1982, 3A166)
284. *Dull M. H.*, Automorphisms of the two-dimentional linear groups over integral domains. Amer. J. Math., 1974, *96*, № 1, 1—40 (РЖМат, 1975, 12A412)
285. *Ehrlich G.*, Units and one-sided units in regular rings. Trans. Amer. Math. Soc., 1976, *216*, 81—90 (РЖМат, 1976, 12A348)
286. *Elliger S.*, Präradikale und Endomorphismenringe von Moduln. Aequat. math., 1974, *10*, № 1, 118—119 (РЖМат, 1974, 9A307)
287. —, Präradikale und Endomrophismenringe von Moduln. Eequat. math., 1975, *12*, № 1, 84—93 (РЖМат, 1975, 10A300)
288. *Evans E. G.*, Krull-Schmidt theorem and cancellation over local rings. Pacif. J. Math., 1973, *46*, № 1, 115—121 (РЖМат, 1973, 12A394)
289. *Facchini A.*, Rings whose finitely generated torsion modules in sense of Dickson decompose into direct sums of cyclic submodules. Atti Accad. naz. Lincei. Rend. Cl. sci. fis., mat. e natur., 1980, *68*, № 1, 13—21 (РЖМат, 1981, 11A273)
290. *Fadyn J. N.*, The projectivity of Ext (T, A) as a module over $E(T)$. Pacif. J. Math., 1979, *85*, № 2, 383—392

291. *Faith C.*, A correspondence theorem for projective modules and the structure of simple Noetherian rings. Symp. mat. Ist. naz. alta mat. Vol. 8. London — New York, 1972, 309—345 (РЖМат, 1972, 9A248)
292. —, A correspondence theorem for projective modules and the structure of simple Noetherian rings: addendum. Symp. math. Conv., 1971—1972. Vol. 10. London — New York, 1972, 471—472 (РЖМат, 1973, 10A253)
293. —, On the structure of indecomposable injective modules. Commun. Algebra, 1974, *2*, № 6, 559—571 (РЖМат, 1975, 9A225)
294. *Faltings K.*, Primare Abelsche Gruppen mit Semidualitat. Arch. Math., 1975, *26*, № 1, 14—19 (РЖМат, 1975, 12A194)
295. *Farahat H. K.*, Homological dimension and Abelian groups. Lect. Notes Math., 1977, *616*, 379—383 (РЖМат, 1978, 8A408)
296. *Farkas D. R., Snider R.*, Group algebras whose simple modules are injective. Trans. Amer. Math. Soc., 1974, *194*, 241—248 (РЖМат, 1975, 4A308)
297. —, —, Commuting rings of simple $A(k)$-modules. J. Austral. Math. Soc., 1981, *A31*, № 2, 142—145 (РЖМат, 1982, 4A289)
298. *Feinberg R. B.*, Faithful distributive modules over incidence algebras. Pacif. J. Math., 1976, *65*, № 1, 35—45 (РЖМат, 1977, 6A213)
299. —, Characterization of incidence algebras. Discrete Math., 1977, *17*, № 1, 47—70 (РЖМат, 1977, 11A323)
300. *Fisher J. W.*, Nil subrings of endomorphism rings of modules. Proc. Amer. Math. Soc., 1972, № 1, 75—78 (РЖМат, 1973, 1A261)
301. *Fleury P.*, Hollow modules and local endomorphism rings. Pacif. J. Math., 1974, *53*, № 2, 379—385 (РЖМат, 1975, 8A311)
302. *Fourneau R.*, Caractérisations de certains sous-lattis du lattis des convexes équilibrés radialement fermés. Bull. Soc. roy. sci. Liege, 1981, *50*, № 9—10, 310—312 (РЖМат, 1982, 8A322)
303. *Freese R.*, Projective geometries as projective modular lattices. Trans. Amer. Math. Soc., 1979, *251*, 329—342 (РЖМат, 1980, 1A338)
304. *Fritsch R., Wolff G.*, Structuren für die Menge der affinen Endomorphismen eines Modules bzw. eines affinen Raumes. Mitt. Math. Sem. Giessen, 1978, № 130, 93—106 (РЖМат, 1978, 11A295)
305. *Fuchs L.*, The cancellation property for modules. Lect. Notes Math., 1972, *246*, 191—212 (РЖМат, 1972, 8A347)
306. —, On torsion Abelian groups quasi-projective over their endomorphism rings. Proc. Amer. Math. Soc., 1974, *42*, № 1, 13—15 (РЖМат, 1975, 2A219)
307. —, Indecomposable Abelian groups of measurable cardinality. Symp. math. Ist. naz. alta mat. Conv. nov.-dic. 1972. Vol. 13. London — New York, 1974, 233—244 (РЖМат, 1975, 7A267)
308. *Fujita H.*, Endomorphism rings of reflexive modules over Krull orders. Osaka J. Math., 1980, *17*, № 2, 439—448
309. *Fuller K. R.*, Density and equivalence. J. Algebra, 1974, *29*, № 3, 528—550 (РЖМат, 1975, 2A303)
310. —, Weakly symmetric rings of distributive module type. Commun. Algebra, 1977, *5*, № 9, 997—1008 (РЖМат, 1978, 7A337)
311. —, Rings of left invariant module type. Commun. Algebra, 1978, *6*, № 2, 153—167 (РЖМат, 1978, 12A408)
312. —, On a generalization of serial rings. Represent. Theory Algebras. Proc., Philadelphia Conf., New York — Basel, 1978, 353—367 (РЖМат, 1979, 4A291)
313. —, Biserial rings. Lect. Notes Math., 1979, *734*, 64—90 (РЖМат, 1980, 3A179)
314. —, On a generalization of serial rings. II. Commun. Algebra, 1980, *8*, № 7, 635—661 (РЖМат, 1980, 8A231)
315. —, *Haack J.*, Rings with quivers that are trees. Pacif. J. Math., 1978, *76*, № 2, 371—379 (РЖМат, 1979, 2A192)
316. —, —, Diality for semigroup rings. J. Pure and Appl. Algebra, 1981, *22*, № 2, 113—119 (РЖМат, 1982, 5A209)

317. —, *Hullinger H.*, Rings with finiteness conditions and their categories of functors. J. Algebra, 1978, *55*, № 1, 94—105 (РЖМат, 1979, 7А317)
318. *Gardner B. J.*, Some aspects of T-nilpotence. Pacif. J. Math., 1974, *53*, № 1, 117—130 (РЖМат, 1975, 5А254)
319. *Göbel R.*, Darstellung von Ringen als Endomorphismenringe. Arch. Math., 1980, *35*, № 4, 338—350
320. *Goel V. K., Jain S. K.*, π-injective modules and rings whose cyclics are π-injective. Commun. Algebra, 1978, *6*, № 1, 59—73
321. *Goldie A., Small L. W.*, A note on rings of endomorphisms. J. Algebra, 1973, *24*, № 2, 392—395 (РЖМат, 1973, 5А239)
322. *Goldsmith B.*, Endomorphism rings of torsion-free modules over complete discrete valuation ring. J. London Math. Soc., 1978, *18*, № 3, 464—471 (РЖМат, 1979, 9А273)
323. *Goodearl K. R.*, Ring theory. Nonsingular rings and modules. Marcel Dekker, New York — Basel, 1976, 206 pp.
324. —, Power-cancellation of groups and modules. Pacif. J. Math., 1976, *64*, № 2, 287—411 (РЖМат, 1977, 6А212)
325. —, Von Neumann regular rings. London e. a., Pitman, 1979, 370 pp. (РЖМат, 1981, 6А222К)
326. —, *Boyle A. K.*, Dimension theory for nonsingular injective modules. Mem. AMS, 1976, *177*, VIII, 112 pp. (РЖМат, 1977, 5А201)
327. *Gordon R.*, Nilpotency in endomorphism rings. Proc. Amer. Math. Soc., 1974, *45*, № 1, 38—40 (РЖМат, 1975, 6А389)
328. —, *Green E. L.*, A representation theory for Noetherian rings. J. Algebra, 1976, *39*, № 1, 100—130 (РЖМат, 1976, 12А357)
329. —, *Robson J. C.*, Semiprime rings with Krull dimension are Goldie. J. Algebra, 1973, *25*, № 3, 519—521 (РЖМат, 1973, 11А240)
330. *Graves W., Molnar S.*, Incidence algebras as algebras of endomorphisms. Bull. Amer. Math. Soc., 1973, *79*, № 4, 815—820 (РЖМат, 1974, 9А253)
331. *Green E. L.*, On the decomposability of amalgamated sums. J. Pure and Appl. Algebra, 1979, *14*, № 3, 259—272 (РЖМат, 1979, 11А218)
332. *Green J. A.*, Endomorphism rings of some modular representations. Var. Publs Ser. Mat. inst. Aarhus Univ., 1978, № 29, 1—7 (РЖМат, 1979, 7А280)
333. *Gross H.*, Isomorphisms between lattices of linear subspaces which are induced by isometries. J. Algebra, 1977, *49*, № 2, 537—546 (РЖМат, 1978, 6А320)
334. —, The lattice method in the theory of quadratic spaces of non-denumerable dimensions. J. Algebra, 1982, *75*, № 1, 23—42 (РЖМат, 1982, 11А264)
335. *Gruson L.*, Simple coherent functors. Lect. Notes Math., 1975, *488*, 156—159 (РЖМат, 1976, 4А300)
336. *Gupta A. K., Varadarajan K.*, Modules over endomorphism rings. Commun. Algebra, 1980, *8*, № 14, 1291—1333 (РЖМат, 1981, 3А243)
337. *Gustafson W. H.*, On maximal commutative algebras of linear transformations. J. Algebra, 1976, *42*, № 2, 557—563 (РЖМат, 1977, 6А262)
338. *Haack J. K.*, Self-duality and serial rings. J. Algebra, 1979, *59*, № 2, 345—363 (РЖМат, 1980, 2А242)
339. —, Incidence rings with self-duality. Proc. Amer. Math. Soc., 1980, *78*, № 2, 165—169 (РЖМат, 1980, 12А287)
340. *Haapasalo L.*, Von Vektorraumisometrien induzierte Verbandsisomorphismen zwischen nicht orthostabilen und nicht distributiven Vektorraumverbänden. Ann. acad. sci. fenn., 1981, Ser. AI Diss., № 37, 86 s., ill. (РЖМат, 1982, 6А346)
341. *Hacque M.*, Quelques remarques sur la notion de socle. Commun. Algebra, 1982, *10*, № 10, 1003—1025 (РЖМат, 1982, 12А269)
342. *Hahn A. J.*, Isomorphisms of the integral classical groups and their congruence subgroups. Amer. J. Math., 1975, *97*, № 4, 865—887 (РЖМат, 1977, 2А446)
343. —, Category equivalences and linear groups over rings. J. Algebra, 1982, *77*, № 2, 505—543 (РЖМат, 1983, 3А190)

344. *Halperin I., Rosenthal P.*, Burnside's theorem on algebras of matrices. Amer. Math. Mon., 1980, *87*, № 10, 810 (РЖМат, 1981, 7А346)
345. *Handelman D.*, Prüfer domains and Baer rings. Arch. Math., 1977, *29*, № 3, 241—251 (РЖМат, 1978, 8А284)
346. —, Free rank $n+1$ dense subgroups R^n and their endomorphisms. J. Funct. Anal., 1982, *46*, № 1, 1—27 (РЖМат, 1982, 10А195)
347. *Hanna A., Yaqub F. M.*, Duality in modules over principal ideal domains. Acta math. Acad. sci. hung., 1971, *22*, № 1—2, 203—206 (РЖМат, 1972, 5А285)
348. *Hannah J.*, Countability in regular self-injective rings. Quart. J. Math., 1980, *31*, № 123, 315—327 (РЖМат, 1981, 3А227)
349. *Hannula T. A.*, The Morita context and the construction of *QF* rings. Lect. Notes Math., 1973, *353*, 113—130 (РЖМат, 1974, 6А334)
350. *Hansen F.*, Dreiesks-Darstellung von Endomorphismenringen injektiver Moduln. J. reine und angew. Math., 1978, *302*, 206—220 (РЖМат, 1979, 5А333)
351. *Hansen G. W., Robinson D. W.*, On the existence of generalized inverses. Linear Algebra and Appl., 1974, *8*, № 2, 95—104 (РЖМат, 1974, 12А260)
352. *Happel D., Ringel C. M.*, Construction of tilted algebras. Lect. Notes Math., 1981, № 903, 125—144 (РЖМат, 1982, 7А421)
353. *Harada M.*, On the exchange property in a direct sum of indecomposable modules. Osaka J. Math., 1975, *12*, № 3, 719—736 (РЖМат, 1976, 11А351)
354. —, A ring theoretical proof in a factor category of indecomposable modules. J. Math. Soc. Jap., 1976, *28*, № 1, 160—167 (РЖМат, 1976, 11А352)
355. —, A note on hollow modules. Rev. Union. mat. argent., 1977—1978, *28*, № 3—4, 186—194 (РЖМат, 1979, 8А257)
356. —, *Ishii T.*, On endomorphism rings of Noetherian quasi-injective modules. Osaka J. Math., 1972, *9*, № 2, 217—223 (РЖМат, 1973, 9А278)
357. *Hardy B. R., Shores T. S.*, Arithmetical semigroup rings. Can. J. Math., 1980, *32*, № 6, 1361—1371 (РЖМат, 1981, 10А274)
358. *Hart N.*, Determining groups from endomorphism rings for Abelian groups modulo bounded groups. Acta math. Acad. sci. hung., 1971, *22*, № 1—2, 154—162 (РЖМат, 1972, 5А259)
359. *Hauger G.*, Aufsteigende Kettenbedingung für zyklische Moduln und perfekte Endomorphismringe. Acta math. Acad. sci. hung., 1976, *28*, № 3—4, 275—278 (РЖМат, 1977, 9А324)
360. —, *Zimmermann W.*, Quasi-Frobenius Moduln. Arch. Math., 1973, *24*, № 4, 379—386 (РЖМат, 1974, 7А393)
361. —, —, Dichte ringe. Math. Ann., 1974, *210*, № 1, 1—6 (РЖМат, 1975, 2А302)
362. *Hauptfleisch G. I.*, Torsion-free Abelian groups with isomorphic endomorphism rings. Arch. Math., 1973, *24*, № 3, 269—273 (РЖМат, 1973, 12А195)
363. *Hausen J.*, Structural relations between general linear groups and automorphism groups of Abelian *p*-groups. Proc. London Math. Soc., 1974, *28*, № 4, 614—630 (РЖМат, 1975, 4А264)
364. —, On automorphism groups and endomorphism rings of Abelian *p*-groups. Trans. Amer. Math. Soc., 1975, *210*, 123—128 (РЖМат, 1976, 5А194)
365. —, How automorphism groups reveal Ulm invariants. J. Algebra, 1977, *44*, № 1, 9—28 (РЖМат, 1977, 8А212)
366. —, The Jacobson radical of endomorphism rings of totally projective groups of finite type. J. reine und angew. Math., 1977, *292*, 19—24 (РЖМат, 1978, 3А193)
367. —, The Jacobson radical of some endomorphism rings. Lect. Notes Math., 1977, *616*, 332—336 (РЖМат, 1978, 10А167)
368. —, Quasi-regular ideals of some endomorphism rings. Ill. J. Math., 1977, *21*, № 4, 845—851 (РЖМат, 1978, 11А315)
369. —, Radicals in endomorphism rings of primary Abelian groups. Symp. math. Ist. Naz. Alta mat. Francesco Severi. Vol. 23, Roma, 1979, 63—66 (РЖМат, 1980, 9А197)

370. —, *Johnson J. A.*, Characterization of the primary Abelian groups, bounded modulo the divisible subgroup, by the radical of their endomorphism rings. Arch. Math., 1977, *29*, № 6, 566—570 (РЖМат, 1978, 10А172)
371. —, —, Ideals and radicals of some endomorphism rings. Pacif. J. Math., 1978, *74*, № 2, 365—372 (РЖМат, 1978, 12А401)
372. —, —, Separability of sufficiently projective *p*-groups as reflected in their endomorphism rings. J. Algebra, 1981, *69*, № 2, 270—280 (РЖМат, 1981, 11А161)
373. *Herrmann C.*, On the equational theory of submodules lattices. Proc. Univ. Houston Lattice theory Conf. (Houston, Tex., 1973), Dept. Math., Univ. Houston, Houston, Tex., 1973, 105—118
374. —, On a condition sufficient for the distributivity of lattices of linear subspaces. Arch. Math., 1979, *33*, № 3, 235—238 (РЖМат, 1980, 6А329)
375. —, *Huhn A. P.*, Zum Begriff der Charakteristik modularer Verbände. Math. Z., 1975, *144*, № 3, 185—194 (РЖМат, 1976, 3А326)
376. —, —, Zum Wortproblem für freie Untermodulverbände. Arch. Math., 1975, *26*, № 5, 449—453 (РЖМат, 1976, 6А314)
377. —, —, Lattices of normal subgroups which are generated by frames. Lattice Theory. Proc. Colloq., Szeged, 1974. Amsterdam, 1976, 97—136 (РЖМат, 1979, 6А254)
378. *Hill D. A.*, Endomorphism rings of hereditary modules. Arch. Math., 1977, *28*, № 1, 45—50 (РЖМат, 1977, 10А178)
379. *Hirano Yasuyuki*, On Fitting's lemma. Hiroshima Math. J., 1979, *9*, № 3, 623—626 (РЖМат, 1980, 7А248)
380. —, Regular modules and *V*-modules. Hiroshima Math. J., 1981, *11*, № 1, 125—142 (РЖМат, 1981, 11А279)
381. *Huber M., Warfield R. B., Jr.*, Homomorphisms between Cartesian powers of an Abelian group. Lect. Notes Math., 1981, *874*, 202—227 (РЖМат, 1982, 3А267)
382. *Hudry A.*, Sur les modules primaires de O. Goldman. C. r. Acad. sci., 1972, *274*, № 25, A1772—A1774 (РЖМат, 1973, 1А251)
383. —, Sur un probleme de C. Faith. J. Algebra, 1975, *34*, № 3, 365—374 (РЖМат, 1976, 1А296)
384. *Hullinger H. L.*, Stable equivalence and rings whose modules are a direct sum of finitely generated modules. J. Pure and Appl. Algebra, 1980, *16*, № 3, 265—273 (РЖМат, 1980, 8А269)
385. *Hutchinson G.*, The representation of lattices by modules. Bull. Amer. Math. Soc., 1973, *79*, № 1, 172—176 (РЖМат, 1973, 9А296)
386. —, On the representation of lattices by modules. Trans. Amer. Math. Soc., 1975, *209*, № 482, 311—351 (РЖМат, 1977, 1А289)
387. —, A duality principle for lattices and categories of modules. J. Pure and Appl. Algebra, 1977, *10*, № 2, 115—119 (РЖМат, 1978, 10А223)
388. —, *Czédli G.*, A test for identities satisfied in lattices of submodules. Algebra univers., 1978, *8*, № 3, 269—309 (РЖМат, 1978, 12А500)
389. *Hutchinson J. J.*, Quotient full linear rings. Proc. Amer. Math. Soc., 1971, *28*, № 2, 375—378 (РЖМат, 1972, 5А281)
390. —, The completion of a Morita context. Commun. Algebra, 1980, *8*, № 8, 717—742 (РЖМат, 1980, 10А189)
391. —, *Turnidge D. R.*, Morita equivalent quotient rings. Commun. Algebra, 1976, *4*, № 7, 669—675 (РЖМат, 1977, 2А307)
392. —, *Zelmanowitz J.*, Quotient rings of endomorphism rings of modules with zero singular submodules. Proc. Amer. Math. Soc., 1972, *35*, № 1, 16—20 (РЖМат, 1973, 6А300)
393. —, —, Subdirect sum decompositions of endomorphism rings. Pacif. J. Math., 1973, *47*, № 1, 129—134 (РЖМат, 1974, 5А286)
394. *Ikehata Shuichi*, On Morita equivalence in ring extensions. Math. J. Okayama Univ., 1975, *18*, № 1, 73—79 (РЖМат, 1976, 10А188)
395. *Irving R. S.*, Rings with subexponential growth and irreducible representations. Proc. Amer. Math. Soc., 1978, *72*, № 3, 445—450 (РЖМат, 1979, 6А212)

396. —, Generic flatness and the nullstellensatz for Ore extensions. Commun. Algebra, 1979, 7, № 3, 259—277 (РЖМат, 1979, 11А357)
397. —, Noetherian algebras and the Nullstellensatz. Lect. Notes Math., 1979, *740*, 80—87 (РЖМат, 1980, 5А244)
398. *Isaacs I. M.*, Automorphisms of matrix algebras over commutative rings. Linear Algebra and Appl., 1980, *31*, 215—231 (РЖМат, 1981, 2А358)
399. *Ishii T.*, On locally direct summands of modules. Osaka J. Math., 1975, *12*, № 2, 473—482 (РЖМат, 1976, 4А250)
400. *Iwanaga Y.*, The F_h-condition and double centralizer condition. Sci. Repts. Tokyo Kyoiku Daigaku Sec. A, 1973, *12*, № 313—328, 16—24 (РЖМат, 1974, 10А282)
401. *Izawa T.*, A module whose double centralizer is semi-primary *QF*-3. Rep. Fac. Sci. Shizuoka Univ., 1975, *10*, 3—8
402. —, Maximal quotient rings of endomorphism rings of $E(R_R)$-torsion-free generators. Can. J. Math., 1981, *33*, № 3, 585—605 (РЖМат, 1982, 3А288)
403. *Jaegermann M.*, Morita contexts and radicals. Bull. Acad. pol. sci. Sér. sci. math., astron. et phys., 1972, *20*, № 8, 619—623 (РЖМат, 1973, 4А340)
404. —, Normal radicals of rings of additive categories. Bull. Acad. pol. sci. Sér. sci. math., astron. et phys., 1974, *22*, № 9, 883—885 (РЖМат, 1975, 7А347)
405. —, Normal radicals of endomorphism rings of free and projective modules. Fund. math., 1975, *86*, № 3, 237—250 (РЖМат, 1975, 11А354)
406. —, Normal radicals. Fund. math., 1977, *95*, № 3, 147—155 (РЖМат, 1978, 2А203)
407. *Jain R. K.*, Generalized multiplication modules. Riv. mat. Univ. Parma, 1981, 7, 461—472 (РЖМат, 1982, 11А334)
408. *James D. G.*, Projective geometry for orthogonal groups. J. reine und angew. Math., 1980, № 319, 104—117 (РЖМат, 1981, 4А338)
409. —, *Weisfeiler B.*, On the geometry of unitary groups. J. Algebra, 1980, *63*, № 2, 514—540 (РЖМат, 1980, 11А437)
410. *Jategaonkar A. V.*, Endomorphism rings of torsionless modules. Trans. Amer. Math. Soc., 1971, *161*, 457—466 (РЖМат, 1972, 6А279)
411. —, Morita duality and Noetherian rings. J. Algebra, 1981, *69*, № 2, 358—371 (РЖМат, 1981, 12А237)
412. *Jensen C. U.*, On characterisations of Prüfer rings. Math. scand., 1963, *13*, № 1, 90—98 (РЖМат, 1966, 1А346)
413. —, A remark on arithmetical rings. Proc. Amer. Math. Soc., 1964, *15*, № 6, 951—954 (РЖМат, 1965, 5А213)
414. —, A remark on flat and projective modules. Can. J. Math., 1966, *18*, № 5, 943—949 (РЖМат, 1967, 4А197)
415. —, A remark on the distributive law for an ideal in a commutative ring. Proc. Glasgow Math. Assoc., 1966, 7, № 4, 193—198 (РЖМат, 1967, 4А280)
416. —, Arithmetical rings. Acta math. Acad. sci. hung., 1966, *17*, № 1—2, 115—123 (РЖМат, 1967, 10А282)
417. *Jeremy L.*, Anneaux engendrés par leurs idempotents. Quasi-continuité de M^I. C. r. Acad. sci., 1973, *276*, № 24, A1541—A1543 (РЖМат, 1974, 2А271)
418. —, Modules et anneaux quasi-continus. Can. Math. Bull., 1974, *17*, № 2, 217—228 (РЖМат, 1975, 7А396)
419. *Jinnah M. I.*, A note on *PG*-modules. Math. scand., 1975, *37*, № 1, 27—28 (РЖМат, 1976, 12А459)
420. *Jøndrup S.*, Indecomposable modules. Ring Theory. Proc. Antwerp Conf., 1978. New York — Basel, 1979, 97—104 (РЖМат, 1980, 7А247)
421. *Joseph A.*, A generalization of Quillen's lemma and its application to the Weyl algebras. Isr. J. Math., 1977, *28*, № 3, 177—192 (РЖМат, 1978, 6А272)
422. *Jothilingam P.*, A note on a theorem of M. Auslander. J. London Math. Soc., 1974, *9*, № 2, 302—304 (РЖМат, 1975, 7А572)
423. *Kabenjuk M. I.*, Some topologies on Abelian group related to the ring of

its endomorphisms. Topology. 4th Colloq., Budapest, 1978. Vol. 2. Amsterdam e. a., 1980, 705—712 (РЖМат, 1981, 4A134)
424. *Kahlon U. S.*, Problem of Krull-Schmidt-Azumaya-Matlis. J. Indian Math. Soc., 1971, *35*, № 1—4, 255—261 (РЖМат, 1973, 1A254)
425. *Kanbara Hikoji*, Note on Krull-Remak-Schmidt-Azumaya's theorem. Osaka J. Math., 1972, *9*, № 3, 409—413 (РЖМат, 1973, 11A257)
426. *Kasch F., Pareigis B.*, Einfache Untermoduln von Kogeneratoren. Sitzungsber. Bayer. Akad. Wiss. Math.-naturwiss. Kl. 1972. München, 1973, 45—76 (РЖМат, 1974, 7A394)
427. *Kato Toyonori*, *U*-distinguished modules. J. Algebra, 1973, *25*, № 1, 15—24 (РЖМат, 1973, 11A254)
428. —, Duality between colocalization and localization. J. Algebra, 1978, *55*, № 2, 351—374 (РЖМат, 1979, 9A233)
429. —, *Ohtake Koichiro*, Morita contexts and equivalences. J. Algebra, 1979, *61*, № 2, 360—366 (РЖМат, 1980, 8A216)
430. *Katz E., Morris S. A.*, On endomorphisms of Abelian topological groups. Proc. Amer. Math. Soc., 1982, *85*, № 2, 181—183 (РЖМат, 1983, 1A236)
431. *Kawada Yutaka*, A note on cogenerators in the category of modules. Proc. Jap. Acad., 1972, *48*, № 7, 470—473 (РЖМат, 1973, 10A254)
432. —, On dominant modules and dominant rings. Proc. 10th Symp. Ring Theory, Matsumoto, 1977. Okayama, 1978, 62—82 (РЖМат, 1978, 11A275)
433. —, On dominant modules and dominant rings. J. Algebra, 1979, *56*, № 2, 409—435 (РЖМат, 1979, 8A253)
434. *Keller H. A.*, On the lattice of all closed subspaces of a Hermitian space. Pacif. J. Math., 1980, № 1, 105—110 (РЖМат, 1981, 6A374)
435. *Kerner O.*, A remark on Morita duality. Commun. Algebra, 1976, *4*, № 12, 1127—1131 (РЖМат, 1977, 8A295)
436. *Kerr J. W.*, An example of a Goldie ring whose matrix rings is not Goldie. J. Algebra, 1979, *61*, № 2, 590—592 (РЖМат, 1980, 7A217)
437. *Kezlan T. P.*, On *K*-primitive rings. Proc. Amer. Math. Soc., 1979, *74*, № 1, 24—28 (РЖМат, 1980, 1A256)
438. *Khabbaz S. A., Toubassi E. H.*, The module structure of Ext(F, T) over the endomorphism ring of T. Pacif. J. Math., 1974, *54*, № 1, 169—176 (РЖМат, 1975, 10A303)
439. —, —, Ext(A, T) as a module over End(T). Proc. Amer. Math. Soc., 1975, *48*, № 2, 269—275 (РЖМат, 1976, 4A150)
440. *Khuri S. M.*, Baer endomrophism rings and closure operators. Can. J. Math., 1978, *30*, № 5, 1070—1078 (РЖМат, 1979, 5A195)
441. —, Endomorphism rings and lattice isomorphisms. J. Algebra, 1979, *56*, № 2, 401—408 (РЖМат, 1979, 8A219)
442. —, Modules with Baer, *CS* or left Utumi endomorphism rings. Ring Theory. Proc. Antwerp. Conf., 1978. New York — Basel, 1979, 705—710 (РЖМат, 1980, 7A213)
443. —, Endomorphism rings of nonsingular modules. Ann. Sci. Math. Québec, 1980, *49*, № 2, 145—152
444. —, Modules whose endomorphism rings have isomorphic maximal left and right quotient rings. Proc. Amer. Math. Soc., 1982, *85*, № 2, 161—162 (РЖМат, 1983, 2A188)
445. *Kim K. H., Roush F. W.*, Reflexive lattices of subspaces. Proc. Amer. Math. Soc., 1980, *78*, № 1, 17—18 (РЖМат, 1980, 9A304)
446. *Kirkwood I.*, The isomorphism semigroup of a periodic Abelian group. Proc. Roy. Soc. Edinburgh, 1980, *A86*, № 1—2, 43—52 (РЖМат, 1981, 2A166)
447. *Kitamura Y.*, A remark on the endomorphism ring theorem of quasi-Frobenius extensions. Bull. Tokyo Gakugei Univ., 1975, *27*, № 4, 55—59
448. —, Quasi-Frobenius extensions with Morita duality, J. Algebra, 1981, *73*, № 2, 275—286 (РЖМат, 1982, 6A250)
449. *Kovacs A.*, Homomorphisms of matrix rings into matrix rings. Pacif. J. Math., 1973, *49*, № 1, 161—170 (РЖМат, 1974, 9A288)

450. *Kuebler R., Reid J. D.*, On a paper of Fred Richman and Elbert A. Walker (Math. Z. 89, 1965, 77—81). Rocky Mountain J. Math., 1975, *5*, № 4, 585—592
451. *Kulkarni M.*, Fundamental theorem of projective geometry over a commutative ring. Indian J. Pure and Appl. Math., 1980, *11*, № 12, 1561—1565 (РЖМат, 1981, 5А359)
452. *Kurka A.*, Equationally compact algebras with bases of different cardinalities. Algebra univers., 1981, *12*, № 3, 399—401 (РЖМат, 1982, 4А341)
453. *Lambek J.*, Torsion theories, additive semantics and rings of quotients. Berlin, Springer, 1971, VI+94 (РЖМат, 1973, 9А274К)
454. —, Bicommutators of nice injectives. J. Algebra, 1972, *21*, № 1, 60—73 (РЖМат, 1972, 11А202)
455. —, Localization at epimorphisms and quasi-injectives. J. Algebra, 1976, *38*, № 1, 163—181 (РЖМат, 1976, 11А345)
546. —, Remarks on localization and duality. Ring Theory. Proc. Anwerp. Conf., 1978. New York — Basel, 1979, 711—728 (РЖМат, 1980, 7А240)
457. *Latsis D.*, Localization dans les anneaux duos. C. r. Acad. sci., 1976, *282*, № 24, A1403 — A1406 (РЖМат, 1977, 2А308)
458. *Lawrence J.*, A note on the density theorem. Can. Math. Bull., 1981, *24*, № 2, 249 (РЖМат, 1981, 10А269)
459. *Lawver D. A.*, On the commutativity and generalized regularity of $\Xi(G)$. Acta math. Acad. sci. hung., 1973, *24*, № 1—2, 107—112 (РЖМат, 1974, 1А198)
460. —, Abelian groups in which endomorphic images are fully invariant. J. Algebra, 1974, *29*, № 2, 232—245 (РЖМат, 1975, 1А257)
461. *Lee Sin-Min.*, On the constructions of local and arithmetic rings. Acta math. Acad. sci. hung., 1978, *32*, № 1—2, 31—34 (РЖМат, 1979, 5А201)
462. *Leeuwen L. C. A. van*, Remarks on endomorphism rings of torsion-free Abelian groups. Acta sci. math., 1971, *32*, № 3—4, 345—350 (РЖМат, 1972, 9А222)
463. —, On the endomorphisms and quasi-endomorphisms of torsion-free groups. Beitr. Algebra und Geom. Wiss. Beitr. M.-Luther-Univ. Halle Wittenberg, 1975, № 4, 15—22 (РЖМат, 1977, 2А206)
464. *Leichtweiss K.*, Über den projektiven Abschluss affiner Verbände. Abh. math. Semin. Univ. Hamburg, 1974, *42*, Nov., 53—71 (РЖМат, 1975, 11А394)
465. *Lemaire C.*, Sous-modules purs et sommantes directes. Can. J. Math., 1973, *25*, № 6, 1159—1164 (РЖМат, 1974, 8А269)
466. *Lemonnier B.*, *AB*5* et la dualité de Morita. C. r. Acad. sci., 1979, *289*, № 2, A47—A50 (РЖМат, 1980, 3А194)
467. *Lenzing H.*, Direct sums of projective modules as direct summands of their direct product. Commun. Algebra, 1976, *4*, № 7, 681—691 (РЖМат, 1977, 2А331)
468. *Leron U.*, Matrix methods in decompositions of modules. Linear Algebra and Appl., 1980, *31*, 159—171 (РЖМат, 1981, 1А274)
469. *Leu Hsi-Muh*, The ring of quotients of a module endomorphism ring. Tamkang J. Math., 1976, 7, № 1, 77—86 (РЖМат, 1977, 5А191)
470. *Liebert W.*, Endomorphism rings of reduced torsion-free modules over complete discrete valuation rings. Trans. Amer. Math. Soc., 1972, *169*, 347—363 (РЖМат, 1973, 5А273)
471. —, Endomorphism rings of reduced complete torsion-free modules over complete discrete valuation rings. Proc. Amer. Math. Soc., 1972, *36*, № 2, 375—378 (РЖМат, 1973, 6А299)
472. —, The Jacobson radical of some endomorphism rings. J. reine und angew. Math., 1973, *262—263*, 166—170 (РЖМат, 1974, 6А364)
473. —, Endomorphism rings of free modules over principal ideal domains. Duke Math. J., 1974, *41*, № 2, 323—328 (РЖМат, 1975, 3А339)
474. —, One-sided ideals in the endomorphism rings of the complete torsion-free modules and divisible torsion modules over complete discrete valua-

tion rings. Symp. math. Ist. naz. alta mat. Conv. nov.-dic. 1972. Vol. 13. London — New York, 1974, 273—298 (РЖМат, 1975, 7А379)
475. —, Ulm valuations and co-valuations on torsion-complete p-groups. Lect. Notes Math., 1977, *616*, 337—353 (РЖМат, 1978, 8А200)
476. *Limaye B. V., Limaye N. B.*, Fundamental theorem for the projective line over non-commutative local rings. Arch. Math., 1977, *28*, № 1, 102—109 (РЖМат, 1977, 9А362)
477. —, —, The fundamental theorem for the projective line over non-commutative local rings. Aequat. math., 1977, *16*, № 1—2, 187—188 (РЖМат, 1978, 6А435); Поправка: Arch. Math., 1977, *29*, № 6, 672 (РЖМат, 1978, 8А339)
478. —, —, The fundamental theorem for the projective line over commutative rings. Aequat. math., 1977, *16*, № 3, 275—281 (РЖМат, 1978, 10А213)
479. *MacDonald R. N. S.*, Representable dualitie between finitely closed subcategories of modules. Can. J. Math., 1979, *31*, № 3, 465—475 (РЖМат, 1980, 1А306)
480. *Machala F.*, O automorfismech definovaných na okruhu endomorfismu homogenniho totálně rozložitelného modulu. Čas. pěstov. mat., 1971, *96*, № 4, 353—360 (РЖМат, 1972, 4А324)
481. —, Über einige Endomorphismen der additiven Gruppe des Endomorphismenringes eines vollstädig reduziblen Moduls. Mat. Čas., 1972, *22*, № 2, 131—140 (РЖМат, 1972, 12А262)
482. —, Über Automorphismen des Endomorphismenringes eines Vektorraumes. Čas. pěstov. mat., 1973, *98*, № 1, 78—86 (РЖМат, 1973, 8А230)
483. —, Über Automorphismen eines Annullatorenverbandes gewisser Teilringe im Endomorphismenring eines homogenen vollstandig reduziblen Moduls. Sb. Praci Přirodoved. Fak. Univ. Palackeho v Olomouci, 1973, *41*, 15—26
484. —, Projektive Abbildung von Moduln. Czechosl. Math. J., 1974, *24*, № 1, 26—39 (РЖМат, 1974, 11А328)
485. —, Bemerkungen zu einem Satz von L. A. Skornjakov über proektive Abbildung von Moduln. Mat. čas, 1974, *24*, № 4, 301—306 (РЖМат, 1975, 6А390)
486. —, Homomorphismen von projektiven Räumen und verallgemeinerte Semilineare Abbildungen. Čas. pěstov. mat., 1975, *100*, № 2, 142—154 (РЖМат, 1975, 12А300)
487. —, Projektive Abbildungen projektiver Räume mit Homomorphismus. Czechosl. Mat. J., 1975, *25*, № 2, 214—226 (РЖМат, 1976, 1А338)
488. —, Homomorphismen projektiver Räume mit Homomorphismus. Czechosl. Mat. J., 1975, *25*, № 3, 454—474 (РЖМат, 1976, 4А288)
489. *Mader A.*, The fully invariant subgroups of reduced algebraically compact groups. Publs. Math., 1970, *17*, № 1—4, 299—306 (РЖМат, 1973, 11А171)
490. *Makino R.*, Balanced conditions for direct sums of serial modules. Sci. Repts Tokyo Kyoiku Daigaku, 1974, *12*, № 329—346, 181—201 (РЖМат, 1975, 10А302)
491. —, Serial endomorphism rings. Proc. Jap. Acad., 1975, *51*, № 7, 530—534 (РЖМат, 1976, 6А290)
492. *Makkai M., McNulty G.*, Universal Horn axiom sistems for lattices of submodules. Algebra univers., 1977, *7*, № 1, 25—31 (РЖМат, 1978, 2А223)
493. *Marubayashi Hidotoshi*, A note on locally uniform rings and modules. Proc. Jap. Acad., 1971, *47*, № 1, 11—14 (РЖМат, 1972, 1А453)
494. *Masaike Kanzo*, Endomorphisms of modules over maximal orders. Proc. 10th Symp. Ring. Theory, Matsumoto, 1977. Okayama, 1978, 95—98 (РЖМат, 1978, 11А316)
495. —, Endomorphisms of modules over maximal orders. Math. J. Okayama Univ., 1979, *21*, № 1, 33—40 (РЖМат, 1980, 3А196)
496. *Maxson C. J., Smith K. C.*, Centralizer near-rings that are endomorphism rings. Proc. Amer. Math. Soc., 1980, *80*, № 2, 189—195 (РЖМат, 1981, 4А251)

497. *Maxwell G.*, Representations of algebras with involution. Can. J. Math., 1972, *24*, № 4, 592—597 (РЖМат, 1973, 2A240)
498. *May W.*, Endomorphism rings of Abelian groups with ample divisible subgroups. Bull. London Math. Soc., 1978, *10*, № 3, 270—272 (РЖМат, 1979, 9A210)
499. —, *Toubassi E.*, Endomorphisms of Abelian groups and the theorem of Baer and Kaplansky. J. Algebra, 1976, *43*, № 1, 1—13 (РЖМат, 1977, 8A213)
500. —, —, A result on problem 87 of L. Fuchs. Lect Notes Math., 1977, *616*, 354—367 (РЖМат, 1978, 8A198)
501. *McAsey M. J.*, *Muhly P. S.*, On projective equivalence of invariant subspace lattices. Linear Algebra and Appl., 1982, *43*, 167—175 (РЖМат, 1982, 11A265)
502. *McDonald B. R.*, Endomorphism rings of infinitely generated projective modules. J. Algebra, 1977, *45*, № 1, 69—82 (РЖМат, 1977, 12A281)
503. —, Geometric algebra over local rings. Mongr. and Textb. Pure and Appl. Math., № 36. Marcel Dekker, New York — Basel, 1976, 421 pp. (РЖМат, 1978, 5A408K)
504. —, Automorphisms of $GL_n(R)$. Trans. Amer. Math. Soc., 1978, *246*, 155—171 (РЖМат, 1979, 11A408)
505. —, GL_2 of rings with many units. Commun. Algebra, 1980, *8*, № 9, 869—888 (РЖМат, 1980, 11A205)
506. —, Projectivities over rings with many units. Commun. Algebra, 1981, *9*, № 2, 195—204 (РЖМат, 1981, 7A382)
507. —, Aut $(GL_2(R))$ for rings. Commun. Algebra, 1981, *9*, № 2, 205—220 (РЖМат, 1981, 7A383)
508. *Menzel W.*, Über den Untergruppenverband einer Abelschen Operatorgruppe. Teil II. Distributive und $\mathfrak{M}$-Verbände von Untergruppen einer Abelschen Operatorgruppe. Math. Z., 1960, *74*, № 1, 52—65 (РЖМат, 1961, 9A308)
509. —, Ein Kriterium für die Distributivität des Untergruppenverbandes einer Abelschen Operatorgruppe. Math. Z., 1961, *75*, № 3, 271—276 (РЖМат, 1961, 12A341)
510. *Metelli C.*, *Salce L.*, The endomorphism ring of an Abelian torsionfree homogeneous separable group. Arch. Math., 1975, *26*, № 5, 480—485 (РЖМат, 1976, 5A272)
511. *Michel H.*, Nilpotente Endomorphismen von freien abelschen Gruppeen. Publs. math., 1971, *18*, № 1—4, 261—272 (РЖМат, 1973, 6A219)
512. *Miller R. W.*, Endomorphism rings of the finitely generated projective modules. Pacif. J. Math., 1973, *47*, № 1, 199—220 (РЖМат, 1974, 5A287)
513. —, *Turnidge D. R.*, Morita duality for endomorphism rings. Proc. Amer. Math. Soc., 1972, *31*, № 1, 91—94 (РЖМат, 1972, 10A171)
514. —, —, Factors of cofinitely generated injective modules. Commun. Algebra, 1976, *4*, № 3, 233—243 (РЖМат, 1977, 1A260)
515. *Mohamed S.*, *Müller B. J.*, Decomposition of dual-continuous modules. Lect. Notes Math., 1979, *700*, 87—94 (РЖМат, 1979, 9A246)
516. —, *Singh S.*, Generalizations of decomposition theorems known over perfect rings. J. Austral. Math. Soc., 1977, *A24*, № 4, 496—510 (РЖМат, 1978, 12A410)
517. *Monk G. S.*, On the endomorphism ring of an Abelian p-group and of a large subgroup. Pacif. J. Math., 1972, *41*, № 1, 183—193 (РЖМат, 1973, 2A171)
518. —, A characterization of exchange rings. Proc. Amer. Math. Soc., 1972, *35*, № 2, 349—353 (РЖМат, 1973, 7A247)
519. *Moore J. D.*, *Hewett E. J.*, On fully invariant subgroups of Abelian p-groups. Comment math. Univ. St. Pauli, 1972, *20*, № 2, 97—106 (РЖМат, 1972, 11A121)
520. *Morgado E. R.*, Sobre el grupo de automorfismos de un p-grupo abeliano finito. Cienc. mat., 1981, *2*, № 2, 105—119 (РЖМат, 1982, 5A141)

521. *Motose K.*, Note on the endomorphism ring. J. Fac. Sci. Shushu Univ., 1971, *6*, № 1, 35—36 (РЖМат, 1972, 12A261)
522. *Müller B. J.*, The quotient category of a Morita context. J. Algebra, 1974, *28*, № 3, 389—407 (РЖМат, 1974, 12A238)
523. *Müller W.*, On Artin rings of finite representation type. Lect. Notes Math., 1975, *488*, 236—243 (РЖМат, 1976, 4A237)
524. *Musson I. M.*, Injective modules for group rings of polycyclic groups. I. Quart. J. Math., 1980, *31*, № 124, 429—448 (РЖМат, 1981, 6A243); II. ibid., 1980, *31*, № 124, 449—466 (РЖМат, 1981, 6A244)
525. *Năstăsescu C.*, L'anneau des endomorphismes d'un module de torsion. J. Algebra, 1972, *23*, № 3, 476—481 (РЖМат, 1973, 5A268)
526. —, La structure des modules par rappor à une topologie additive. Tohoku Math. J., 1974, *26*, № 2, 173—201 (РЖМат, 1975, 2A451)
527. *Newman M.*, Integral matrices. New York, Acad. Press, 1972, VII, 224 pp. (РЖМат, 1975, 2A415K)
528. *Nicholson W. K.*, *I*-rings. Trans. Amer. Math. Soc., 1975, *207*, 361—373 (РЖМат, 1976, 5A249)
529. —, Semiregular modules and rings. Can. J. Math., 1976, *28*, № 5, 1105—1120 (РЖМат, 1977, 5A188)
530. —, Lifting idempotents and exchange rings. Trans. Amer. Math. Soc., 1977, *229*, 269—278 (РЖМат, 1978, 2A200)
531. —, *Watters J. F.*, Normal radicals and normal classes of rings. J. Algebra, 1979, *59*, № 1, 7—15 (РЖМат, 1980, 2A244)
532. —, —, *Zelmanowitz J. M.*, On extensions of weakly primitive rings. Can. J. Math., 1980, *32*, № 4, 937—944 (РЖМат, 1981, 6A212)
533. *Nicolas A.-M.*, Sur les modules tels que toute suite croissante de sous-modules engendrés par *n* générateurs soit stationaire. J. Algebra, 1979, *60*, № 1, 249—260 (РЖМат, 1980, 5A396)
534. *Niewieczerzal D.*, Some examples of rings with annihilators conditions. Bull. Acad. Pol. sci. Sér. sci. math. astron. et phys., 1978, *26*, № 1, 1—5 (РЖМат, 1978, 11A249)
535. *Nishi M.*, On the ring of endomorphisms of an indecomposable injective module over a Prüfer ring. Hiroshima Math. J., 1972, *2*, № 2, 271—283 (РЖМат, 1974, 1A419)
536. *Niţą C.*, *S*-inele si inele *N*-regulate. Stud. şi cerc. mat., 1972, *24*, № 4, 579—621 (РЖМат, 1973, 2A242)
537. —, Quelques remarques sur l'endomorphismes d'un module, generateur projectif. C. r. Acad. sci., 1976, *282*, № 21, A1219—A1220 (РЖМат, 1977, 2A324)
538. —, Sur l'anneau des endomorphismes d'un module, générateur projectif. J. Algebra, 1977, *49*, № 1, 149—153 (РЖМат, 1978, 8A324)
539. *Northcott D. G.*, A first course of homological algebra. Cambridge Univ. Press, 1973, xi, 206 pp.
540. *Novotný M.*, Zaměnitelnost endomorfismu linéarnich prostoru. Čas. pěstov. mat., 1982, *107*, № 2, 124—138 (РЖМат, 1982, 11A220)
541. *Ohtake K.*, A generalization of Kato's theorem on Morita duality. J. Pure and Appl. Algebra, 1980, *17*, № 3, 323—332 (РЖМат, 1981, 1A269)
542. *O'Meara K. C.*, Right orders in full linear ringe. Bull. Austral. Math. Soc., 1972, *6*, № 3, 468—470 (РЖМат, 1973, 1A239)
543. —, Primeness of right orders in full linear rings. J. Algebra, 1973, *26*, № 2, 172—184 (РЖМат, 1974, 4A218)
544. —, Intrinsic extensions of prime rings. Pacif. J. Math., 1974, *51*, № 1, 257—269 (РЖМат, 1975, 3A334)
545. —, Right orders in full linear rings. Trans. Amer. Math. Soc., 1975, *203*, 299—318 (РЖМат, 1976, 1A298)
546. *O'Meara O. T.*, Lectures on linear groups. Providence (R. I.). Amer. Math. Soc., 1974, VII, 88 pp. (РЖМат, 1977, 9A188K)
547. —, A general isomorphism theory for linear groups. J. Algebra, 1977, *44*, № 1, 93—142 (РЖМат, 1977, 1A255)

548. *Onodera T.*, Ein Satz über koendlich erzeugte RZ-Moduln. Tohoku Math. J., 1971, *23*, № 4, 691—695 (РЖМат, 1972, 11A203)
549. —, Linearly compact modules and cogenerators. J. Fac. Sci. Hokkaido Univ. Ser. I, 1972, *22*, № 3—4, 116—125 (РЖМат, 1972, 12A253)
550. —, Koendlich erzeugte Moduln und Kogeneratoren. Hokkaido Math. J., 1973, *2*, № 1, 69—83 (РЖМат, 1973, 12A287)
551. —, Linearly compact modules and cogenerators. II. Hokkaido Math. J., 1973, *2*, № 2, 243—251 (РЖМат, 1974, 3A223)
552. —, On modules which are flat over their endomorphism rings. Hokkaido Math. J., 1978, *7*, № 2, 179—182 (РЖМат, 1979, 5A348)
553. *Orsatti A.*, Anelli di endomorfismi di gruppi abeliani senza torsione. Symp. mat. Ist. naz. alta mat. V. 8. London — New York, 1972, 179—191 (РЖМат, 1972, 10A124)
554. —, Alcuni aspetti della teoria dei gruppi Abeliani. Boll. Unione mat. ital., 1976, *A13*, № 3, 485—533 (РЖМат, 1977, 8A210)
555. *Osofski B. L.*, Weak global dimension of endomorphism rings of free modules. J. Pure and Appl. Algebra, 1982, *24*, № 2, 203—211 (РЖМат, 1983, 2A306)
556. *Oxford E., Walls G.*, Endocyclic groups. Arch. Math., 1979, *32*, № 2, 109—113 (РЖМат, 1980, 1A186)
557. *Pannone M. A.*, Semigruppi di endomorfismi di gruppi abeliani finiti. Rend. Mat., 1972, (1973), *5*, № 4, 785—802 (РЖМат, 1973, 11A150)
558. *Pareigis B.*, Non-additive ring and module theory. III. Morita equivalences. Publ. math., 1978, *25*, № 1—2, 177—186 (РЖМат, 1979, 6A270)
559. *Pascand J.-L.*, Anneaux d'endomorphismes à identités polynomiales. C. r. Acad. sci., 1975, *280*, № 17, A1093 — A1096 (РЖМат, 1975, 10A291)
560. *Peterson R. D.*, One-sided inverses in rings. Can. J. Math., 1975, *27*, № 1, 218—224 (РЖМат, 1975, 9A219)
561. *Petrich M.*, Jacobson-type theorems of lattices. Algebra Univers., 1972, *2*, № 2, 224—233
562. —, Rings and semigroups. Lect Notes Math., 1974, *380*, VIII, 182 pp. (РЖМат, 1975, 2A201)
563. *Pierce St.*, Multiplicative maps of matrix semigroups over Dedekind rings. Arch. Math., 1973, *24*, № 1, 25—29 (РЖМат, 1973, 8A149)
564. *Plaumann P.*, Automorphism groups of locally compact Abelian groups. Lect Notes Math., 1981, *874*, 272—282 (РЖМат, 1982, 3A264)
565. *Pomfret J., McDonald B. R.*, Automorphisms of $GL_n(R)$, R a local ring. Trans. Amer. Math. Soc., 1982, *173*, 379—388 (РЖМат, 1973, 11A215)
566. *Ponděliček B.*, The chain of right ideals in rings and semigroups. Ann. Univ. sci. Budapest. Sec. Math., 1977, *20*, 21—22 (РЖМат, 1978, 7A323)
567. *Poneleit V.*, Lineare Kompaktheit und die Zerlegung endlich erzeugter Moduln bei einreihigen Duoringen. Mitt. Math. Sem. Giessen, 1976, № 121, 85—92 (РЖМат, 1977, 5A208)
568. *Ponizovskii I. S.*, On irreducible matrix semigroups. Semigroup Forum, 1982, *24*, № 2—3, 117—148 (РЖМат, 1982, 10A122)
569. *Poole G. D., Reid J. D.*, Abelian groups quasi-injective over their endomorphism rings. Can. J. Math., 1972, *24*, № 4, 617—621 (РЖМат, 1973, 3A284)
570. *Quebbemann H.-G.* Schiefkörper als Endomorphismenringe einfacher Moduln über einer Weil-algebra. J. Algebra, 1979, *59*, № 2, 311—312 (РЖМат, 1980, 1A318)
571. *Rangaswamy K. M.*, Regular and Baer rings. Proc. Amer. Math. Soc., 1974, *42*, № 2, 354—358 (РЖМат, 1975, 4A283)
572. —, Abelian groups with self-injective endomorphism rings. Lect. Notes Math., 1974, *372*, 595—604 (РЖМат, 1975, 7A352)
573. —, Endomorphism representations of Zorn rings and subclasses of rings with enough idempotents. J. reine und angew. Math., 1975, *276*, 44—55 (РЖМат, 1976, 2A294)

574. —, Some remarks on the endomorphism rings of quasi projective modules. Publ. Math., 1979, *26*, № 1—2, 71—73 (РЖМат, 1980, 1A307)
575. *Reid J.*, Abelian groups finitely generated over their endomorphism rings. Lect. Notes. Math., 1981, *874*, 41—52 (РЖМат, 1982, 3A266)
576. *Ren H., Wan Z.*, Automorphisms of $PGL_2(K)$ over any skew field K. Шусюэ сюэбао, Acta math. sin., 1982, *25*, № 2, 208—218 (РЖМат, 1982, 9A165)
577. *Renault G.*, Algèbre non commutative. Paris, Gauthier—Villars, 1975. ix, 181 pp. (РЖМат, 1976, 2A202 K)
578. *Resco R.*, A reduction theorem for the primitivity of tensor products. Math. Z., 1980, *170*, № 1, 65—76 (РЖМат, 1980, 7A210)
579. *Rhodes C.*, Sur des chaînes d'idéaux principaux dans un anneau commutatif Noetherien. C. r. Acad. sci., 1975, *281*, № 13, A495—A497 (РЖМат, 1976, 5A418)
580. *Richman F., Walker E. A.* Modules over PIDs that are injective over their endomrophism rings. Ring theory (Proc. Conf., Park City, Utah 1971). Academic Press, New York, 1972, 363—372
581. —, —, Homological dimension of Abelian groups over their endomorphism rings. Proc. Amer. Math. Soc., 1976, *54*, 65—68 (РЖМат, 1977, 1A357)
582. —, —, Cyclic Ext. Rocky Mount. J. Math., 1981, *11*, № 4, 611—615 (РЖМат, 1982, 8A152)
583. Ringe, Moduln und Homologishe Methoden. Tagungsber. Math. Forschungsinst. Oberwolfach, 1977, № 20, 1—15 (РЖМат, 1979, 3A237)
584. *Robert E.*, Sur quelques propriétés du foncteur Hom. Thèse doct. sci. math. Fac. sci. Univ. Paul Sabatier, 1970, 80 p. (РЖМат, 1973, 11A367D)
585. —, Une propriété d'exatitude du foncteur hom et quelques caratérisations de modules projectifs. J. Algebra, 1974, *28*, № 2, 253—282 (РЖМат, 1974, 11A327)
586. *Roggenkamp K. W.*, Bass algebras. J. Pure and Appl. Algebra, 1977, *9*, № 2, 169—179 (РЖМат, 1978, 2A391)
587. *Rosenstein J. G.*, On $GL_2(R)$ where R is a Boolean ring. Can. Math., Bull., 1972, *15*, № 2, 263—275 (РЖМат, 1973, 2A227)
588. *Roux B.*, Sur la dualité de Morita. Tohoku Math. J., 1971, *23*, № 3, 457—472 (РЖМат, 1972, 6A277)
589. —, Modules sur les anneaux artiniens. C. r. Acad. sci., 1973, *276*, № 3, A171—A174 (РЖМат, 1973, 9A277)
590. —, Modules injectifs indécomposables sur les anneaux artiniens et dualité de Morita. Semin. P. Dubreil. Algèbre. Univ. Paris, 1972—1973, *26*, 10/1—10/19 (РЖМат, 1976, 7A320)
591. —, Sur les anneaux de Köthe. An. Acad. brasil. ciénc., 1976, *48*, № 1, 13—28 (РЖМат, 1978, 1A222)
592. *Rowen L. H.*, Monomial conditions on prime rings. Isr. J. Math., 1977, *27*, № 2, 131—149 (РЖМат, 1978, 2A212)
593. *Sabbagh G.*, Endomorphisms of finitely presented modules. Proc. Amer. Math. Soc., 1971, *30*, № 1, 75—78 (РЖМат, 1973, 9A273)
594. *Salce L., Menegazzo F.*, Abelian groups whose endomorphism ring is linearly compact. Rend. Semin. mat. Univ. Padova, 1975, *53*, 315—325 (РЖМат, 1977, 1A176)
595. *Sally J. D., Vasconcelos W.*, Stable rings and a problem of Bass. Bull. Amer. Math. Soc., 1973, *79*, № 3, 574—576 (РЖМат, 1973, 12A387)
596. —, —, Stable rings. J. Pure and Appl. Algebra, 1974, *4*, № 3, 319—336 (РЖМат, 1975, 5A410)
597. *Sanchez Pedro Pablo*, On automorphism groups of finite dimensional modules. Compos. math., 1974, *28*, № 1, 21—31 (РЖМат, 1975, 3A341)
598. *Sandomierski F. L.*, Modules over the endomorphism ring of a finitely generated projective module. Proc. Amer. Math. Soc., 1972, *31*, № 1, 27—31 (РЖМат, 1972, 11A201)
599. *Sands A. D.*, Radicals and Morita contexts. J. Algebra, 1973, *24*, № 2, 335—345 (РЖМат, 1973, 7A250)

600. *Sarath B.*, Structure of some Noetherian injective modules. Can. J. Math., 1980, *32*, № 6, 1277—1287 (РЖМат, 1981, 11A275)
601. *Sato H.*, Duality of torsion modules over a *QF*-3 one-dimensional Gorenstein ring. Sci. Repts Tokyo Kyoiku Daigaku, 1975, *A13*, № 347—365, 28—36 (РЖМат, 1976, 8A548)
602. *Sato Masahisa,* On equivalences between module categories. Proc. 10-th Symp. Ring Theory, Matsumoto, 1977. Okayama, 1978, 83—94 (РЖМат, 1978, 11A307)
603. —, Fuller's theorem on equivalences. J. Algebra, 1978, *52*, № 1, 274—284 (РЖМат, 1978, 12A447)
604. —, On equivalences between module subcategories. J. Algebra, 1979, *59*, № 2, 412—420 (РЖМат, 1980, 2A257)
605. *Schaeffer H.*, Das von Staudtsche Theorem in der Geometrie der Algebren. J. reine und angew. math., 1974, *267*, 133—142 (РЖМат, 1974, 12A232)
606. *Schultz Ph.*, On a paper of Szele and Szendrei on groups with commutative endomorphism rings. Acta math. Acad. sci. hung., 1973, *24*, № 1—2, (РЖМат, 1973, 12A191)
607. —, The endomorphism ring of the additive group of a ring. J. Austral. Math. Soc., 1973, *15*, № 1, 60—69 (РЖМат, 1974, 1A250)
608. *Sharp R. Y.*, Secondary representations for injective modules over commutative Noetherian rings. Proc. Edinburgh. Math. Soc., 1976, *20*, № 2, 143—151 (РЖМат, 1977, 6A210)
609. *Sharpe D. W., Vámos P.*, Injective modules. Cambridge Univ. Press, 1972, IX, 190 pp. (РЖМат, 1973, 9A275)
610. *Shelah S.*, On endo-rigid, strongly $\aleph_1$-free Abelian groups in $\aleph_1$. Isr. J. Math., 1981, *40*, № 3—4, 291—295 (РЖМат, 1982, 11A105)
611. *Shock R. C.*, The ring of endomorphisms of a finite dimensional module. Isr. J. Math., 1972, *11*, № 3, 309—314 (РЖМат, 1972, 12A256)
612. *Shores T., Lewis W. J.*, Serial modules and endomorphism rings. Duke Math. J., 1974, *41*, № 4, 889—909 (РЖМат, 1975, 8A419)
613. *Singh S., Beg A.*, Restricted balanced rings. Arch. Math., 1979, *33*, № 2, 127—130 (РЖМат, 1980, 8A209)
614. *Sizen W. S.*, Triangularizing semigroups of matrices over a skew field. Linear Algebra and Appl., 1977, *16*, № 2, 177—187 (РЖМат, 1977, 12A376)
615. *Smalø S. O.*, Global dimension of special endomorphism rings over Artin algebras. Ill. J. Math., 1978, *22*, № 3, 414—427 (РЖМат, 1979, 7A423)
616. —, A limit on the Lowy length of the endomorphism ring of a module of finite length. Proc. Amer. Math. Soc., 1981, *81*, № 2, 164—166 (РЖМат, 1981, 11A272)
617. *Smith M.*, Finitely generated algebras over a field. Lect. Notes Math., 1979, *700*, 299 (РЖМат, 1979, 8A209)
618. *Snider R. L.*, Group algebras whose simple modules are finite dimensional over their commuting rings. Commun. Algebra, 1974, *2*, № 1, 15—25 (РЖМат, 1975, 5A273)
619. —, Rings whose modules are projective over endomorphism rings. Proc. Amer. Math. Soc., 1974, *46*, № 2, 164—168 (РЖМат, 1975, 10A304)
620. *Stafford J. T.*, A simple Noetherian rings not Morita equivalent to a domain. Proc. Amer. Math. Soc., 1978, *68*, № 2, 159—160 (РЖМат, 1978, 11A272)
621. —, Morita equivalence of simple Noetherian rings. Proc. Amer. Math. Soc., 1979, *74*, № 2, 212—214 (РЖМат, 1980, 1A274)
622. *Stenström B.*, The maximal ring of quotients of a triangular matrix ring. Math. scand., 1974, *34*, № 2, 162—166 (РЖМат, 1975, 11A367)
623. —, Rings of quotients. An introduction to methods of ring theory. Berlin e. a., Springer, 1975, VIII, 309 pp. (РЖМат, 1976, 1A299)
624. *Stephenson W.*, Modules whose lattice of submodules is distributive. Proc. London Math. Soc., 1974, *28*, № 2, 291—310 (РЖМат, 1974, 9A309)

625. *Stewart I.*, The Lie algebra of endomorphisms of an endomorphisms of an infinite-dimensional vector space. Compos. math., 1972, *25*, № 1, 79—86 (РЖМат, 1973, 3А290)
626. *Stölting R.*, Ebene metrische Geometrien über projektiven Moduln. Abh. math. Semin. Univ. Hamburg., 1980, *50*, 166—177 (РЖМат, 1981, 4А262)
627. *Stone D. R.*, Maximal left ideals and idealizers in matrix rings. Can. J. Math., 1980, *32*, № 6, 1397—1410 (РЖМат, 1981, 10А267)
628. *Stringall R. W.*, Primary modules determined by indecompossable idempotent endomorphisms. Proc. Amer. Math. Soc., 1972, *31*, № 1, 54—56 (РЖМат, 1972, 11А200)
629. *Suzuki Y.*, Double centralizers of torsionless modules. Proc. Jap. Acad., 1974, *50*, № 8, 612—615 (РЖМат, 1975, 11А376)
630. *Sweedler M.*, The predual theorem to the Jacobson-Bourbaki theorem. Trans. Amer. Math. Soc., 1975, *213*, 391—406 (РЖМат, 1976, 9А273)
631. *Tachikawa Hiroyki, Iwanaga Yasuo*, Morita's E_h-condition and double centralizers. I. J. Algebra, 1973, *26*, № 2, 167—171 (РЖМат, 1974, 3А212); II. ibid., 1974, *31*, № 1, 73—90 (РЖМат, 1975, 3А340)
632. *Takeuchi Mitsuhiro*, Morita theorems for categories of comodules. J. Fac. Sci. Univ. Tokyo. 1977, Sec. 1A, *24*, № 3, 629—644 (РЖМат, 1978, 10А224)
633. —, On direct modules. Hokkaido Math. J., 1972, *1*, № 2, 168—177 (РЖМат, 1973, 8А246)
634. —, The endomorphism ring of a indecomposable module with an Artinian projective cover. Hokkaido Math. J., 1975, *4*, № 2, 265—267 (РЖМат, 1976, 2А312)
635. *Thoma K.*, Die Untermoduln von $M(n, K)$. Arch. Math., 1979, *33*, № 4, 326—333 (РЖМат, 1980, 8А365)
636. *Tiwary A. K., Kumar A.*, On endomorphism ring of a pseudoprojective module. Ann. Fac. Sci. Univ. Nat. Zaire (Kinshasa). Sect. math., phys. 1978, *4*, № 1, 67—73
637. *Törner G.*, Some remarks on the structure of indecomposable injective modules over valuation rings. Commun. Algebra, 1976, *4*, № 5, 467—482 (РЖМат, 1977, 1А259)
638. —, Unzerlegbare injektive Moduln über Kettenringen. J. reine und angew. Math., 1976, *285*, 172—180 (РЖМат, 1977, 3А238)
639. *Treger R.*, Reflexive modules. J. Algebra, 1978, *54*, № 2, 444—466 (РЖМат, 1979, 7А453)
640. *Ulmer F.*, Localizations of endomorphism rings and fixpoints. J. Algebra, 1976, *43*, № 2, 529—551 (РЖМат, 1977, 9А325)
641. *Upham M. H.*, Localization and completion of *FBN* hereditary rings. Commun Algebra, 1979, 7, № 12, 1269—1307 (РЖМат, 1980, 3А188)
642. *Vámos P.*, Test modules and cogenerators. Proc. Amer. Math. Soc., 1976, *56*, № 1, 8—10 (РЖМат, 1977, 2А327)
643. —, Rings with duality. Proc. London Math. Soc., 1977, *35*, № 2, 275—289 (РЖМат, 1978, 4А329)
644. —, Semi-local Noetherian *PI*-rings. Bull. London Math. Soc., 1977, *9*, № 3, 251—256 (РЖМат, 1978, 10А177)
645. —, Finitely generated Artinian and distributive modules are cyclic. Bull. London Math. Soc., 1978, *10*, № 3, 287—288 (РЖМат, 1979, 8А275)
646. *Vinsonhaler C.*, Torsion free Abelian groups quasi-projective over their endomorphism rings. II. Pacif. J. Math., 1978, *74*, № 1, 261—265 (РЖМат, 1978, 11А302); Поправка: Pacif. J. Math., 1978, *79*, № 2, 564—565
647. —, *Wickless W. J.*, Torsion free Abelian groups quasi-projective over their endomorphism rings. Pacif. J. Math., 1977, *68*, № 2, 527—535 (РЖМат, 1978, 5А260)
648. —, —, Injective hulls of torsion-free Abelian groups as modules over their endomorphism rings. J. Algebra, 1979, *58*, № 1, 64—69 (РЖМат, 1980, 1А191)

649. —, —, The injective hull of a separable p-group as an E-module. J. Algebra, 1981, *71*, № 1, 32—40 (РЖМат, 1982, 1А192)
650. *Vogel A.*, Spectrum of a locally cyclic modules over a commutative von Neumann regular ring. Commun. Algebra, 1981, *9*, № 16, 1617—1637 (РЖМат, 1982, 3А482)
651. *Vorst T.*, The general linear group of polynomial rings over regular rings. Commun. Algebra, 1981, *9*, № 5, 499—509 (РЖМат, 1981, 8А404)
652. *Vovsi S. M.*, Lattices of invariant subspaces of group representations. Algebra univers., 1981, *12*, № 2, 221—223 (РЖМат, 1982, 1А258)
653. *Wagoner R. L.*, Cogenerator endomorphism rings. Proc. Amer. Math. Soc., 1971, *28*, № 2, 347—351 (РЖМат, 1972, 5А261)
654. *Walker C. L., Warfield R. B., Jr.*, Unique decomposition and isomorphic refinement theorems in additive categories. J. Pure and Appl. Algebra, 1976, *7*, № 3, 347—359 (РЖМат, 1976, 10А210)
655. *Warfield R. B.*, Decomposability of finitely presented modules. Proc. Amer. Math. Soc., 1970, *25*, № 1, 167—172 (РЖМат, 1971, 10А222)
656. —, Exchange rings and decompositions of modules. Math. Ann., 1972, *199*, № 1, 31—36 (РЖМат, 1973, 5А233)
657. —, Cancellation of modules and groups and stable range of endomorphism rings. Pacif. J. Math., 1980, *91*, № 2, 457—485 (РЖМат, 1981, 11А408)
658. *Waterhouse W. C.*, Automorphisms of $GL_n(R)$. Proc. Amer. Math. Soc., 1980, *79*, № 3, 347—351 (РЖМат, 1981, 2А359)
659. *Webb M. C.*, The endomorphism ring of homogeneously decomposable separable groups. Arch. Math., 1978, *31*, № 3, 235—243 (РЖМат, 1979, 9А146)
660. —, The endomorphism ring of pointed separable torsion-free Abelian groups. J. Algebra, 1978, *55*, № 2, 446—454 (РЖМат, 1979, 9А147)
661. *Wehrfritz B. A. F.*, Infinite linear groups. An account of the group-theoretic properties of infinite groups of matrices. Springer, Berlin e. a., 1973, XIV, 229 pp. (РЖМат, 1973, 12А247К)
662. —, Finitely generated groups of module automorphisms and finitely generated metabelian groups. Symp. math. Ist. naz. alta mat. Vol. 17. London—New York, 1975, 261—275 (РЖМат, 1977, 2А263)
663. —, Automorphism groups of Noetherian modules over commutative rings. Arch. Math., 1976, *27*, № 3, 276—281 (РЖМат, 1977, 2А469)
664. —, Finite central height in linear groups. Linear Algebra and Appl., 1977, *17*, № 1, 59—64 (РЖМат, 1977, 12А223)
665. —, Nilpotence in groups of semi-linear maps. Proc. London Math. Soc., 1978, *36*, № 3, 448—479 (РЖМат, 1978, 11А218)
666. —, Lectures around complete local rings. Queen Mary College Mathematics Notes, London, 1979
667. *Weller H.*, Zusammenhang zwischen verbandstheoretischen Eigenschaften des Verbandes $Z(R^3)$ und arithmetischen Eigenschaften des zugehörigen Rings. Mitt. Math. Sem. Giessen, 1975, № 118, 59 S. (РЖМат, 1976, 4А291)
668. *Wickless W. J.*, T as an E-submodule of G. Pacif. J. Math., 1979, *83*, № 2, 555—564 (РЖМат, 1980, 8А159)
669. *Wiedemann A.*, Orders with loops in their Auslender-Reiten graph. Commun. Algebra, 1981, *9*, № 6, 641—656 (РЖМат, 1981, 11А387)
670. *Wisbauer R.*, σ-semiperfecte und σ-perfekte moduln. Math. Z., 1978, *162*, № 2, 131—138 (РЖМат, 1979, 4А319)
671. —, Localization of modules and the central closure of rings. Commun. Algebra, 1981, *9*, № 14, 1455—1493 (РЖМат, 1982, 2А261)
672. *Xu Y. H.*, A theory of rings that are isomorphic to complete rings of linear transformations. I. Acta Math. Sinica, 1979, *22*, № 2, 204—218. II ibid., 1979, *22*, № 3, 303—315. III ibid., 1979, *22*, № 4, 389—403. IV. ibid., 1979, *22*, № 5, 556—568
673. *Yamagata Kunio*, On projective modules with the exchange property. Sci.

Repts Tokyo Kyoiku Daigaku, 1974, *12*, № 329—346, 149—158 (РЖМат, 1975, 8А330)

674. —, The exchange property and direct sums of indecomposable injective modules. Pacif. J. Math., 1974, *55*, № 1, 301—317 (РЖМат, 1975, 9А228)
675. —, On Morita duality for additive group valued functors. Commun. Algebra, 1979, *7*, № 4, 367—392 (РЖМат, 1979, 12А347)
676. —, On extensions over artinian rings with self-dualities. Tsukuba J. Math., 1980, *4*, № 1, 67—75 (РЖМат, 1981, 2А252)
677. *Yokoyama Yuichi*, A note on automorphisms of matrix algebras. TRU Math., 1981, *17*, № 1, 103—111 (РЖМат, 1982, 2А246)
678. *Zelmanowitz J.*, Semiprime modules with maximum conditions. J. Algebra, 1973, *25*, № 3, 554—574 (РЖМат, 1974, 1А269)
679. —, Orders in simple Artinian rings are strongly equivalent to matrix rings. Pacif. J. Math., 1973, *48*, № 2, 621—627 (РЖМат, 1974, 9А290)
680. —, An extension of the Jacobson density theorem. Bull. Amer. Math. Soc., 1976, *82*, № 4, 551—553 (РЖМат, 1977, 2А295)
681. —, Dense rings of linear transformations. Ring theory II, Proc. 2-nd Ohla Conf., 1975. New York—Basel, 1977 (РЖМат, 1978, 6А274)
682. —, Weakly primitive rings. Commun. Algebra, 1981, *9*, № 1, 23—45 (РЖМат, 1981, 9А188)
683. *Zimmermann W.*, Über die aufsteigende Kettenbedingung für Annulatoren. Arch. Math., 1976, *27*, № 3, 261—266 (РЖМат, 1976, 12А360)
684. *Zimmermann-Huisgen B.*, Endomorphism rings of self-generators. Pacif. J. Math., 1975, *61*, № 2, 587—602 (РЖМат, 1976, 12А340)
685. —, *Zimmermann W.*, Algebraically compact rings and modules. Math. Z., 1978, *161*, № 1, 81—93 (РЖМат, 1978, 12А468)

ВЫПУСКИ И ТОМА СЕРИИ, ОПУБЛИКОВАННЫЕ РАНЕЕ:

Алгебра, Топология. 1962, М., 1964
Математический анализ. Теория вероятностей. Регулирование. 1962. М., 1964
Геометрия. 1963, М., 1965
Математический анализ. 1963, М., 1965
Теория вероятностей. 1963, М., 1965
Алгебра. 1964, М., 1966
Математический анализ. 1964, М., 1966
Теория вероятностей. Математическая статистика. Теоретическая кибернетика, 1964, М., 1966
Алгебра. Топология. Геометрия. 1965, М., 1967
Математический анализ, 1965, М., 1966
Алгебра. Топология. Геометрия. 1966, М., 1968
Математический анализ, 1966, М., 1967
Теория вероятностей. Математическая статистика. Теоретическая кибернетика. 1966, М., 1967
Алгебра. Топология. Геометрия. 1967, М., 1969
Математический анализ. 1967, М., 1969
Теория вероятностей. Математическая статистика. Теоретическая кибернетика. 1967, М., 1969
Алгебра. Топология. Геометрия. 1968, М., 1970
Математический анализ. 1968, М., 1969
Теория вероятностей. Математическая статистика. Теоретическая кибернетика. 1968, М., 1970
Алгебра. Топология. Геометрия. 1969, М., 1970
Математический анализ. 1969, М., 1971
Теория вероятностей. Математическая статистика. Теоретическая кибернетика. 1969, М., 1970
Алгебра. Топология. Геометрия. 1970, М., 1971
Математический анализ. 1970, М., 1971
Теория вероятностей. Математическая статистика. Теоретическая кибернетика. 1970, М., 1971
Алгебра. Топология. Геометрия. Том 10. М., 1972: Том 11, 1974; Том 12, 1974; Том 13, 1975; Том 14, 1977; Том 15, 1977; Том 16, 1978; Том 17, 1979; Том 18, 1981; Том 19, 1982; Том 20, 1982; Том 21, 1983
Математический анализ. Том 10, 1973; Том 11, 1973; Том 12, 1974; Том 13, 1975; Том 14, 1977; Том 15, 1977; Том 16, 1978; Том 17, 1979; Том 18, 1980; Том 19, 1982; Том 20, 1982
Теория вероятностей. Математическая статистика. Теоретическая кибернетика. Том 10, 1972; Том 11; 1974; Том 12, 1975; Том 13, 1976; Том 14, 1977; Том 15, 1978; Том 16, 1978; Том 17, 1979; Том 18, 1981; Том 19, 1982; Том 20, 1983; Том 21, 1983
Современные проблемы математики. Том 1, 1973; Том 2, 1973; Том 3, 1974; Том 4, 1975; Том 5, 1975; Том 6, 1976; Том 7, 1976; Том 8, 1977; Том 9, 1977; Том 10, 1978; Том 11, 1978; Том 12, 1979; Том 13, 1979; Том 14, 1979; Том 15, 1980; Том 16, 1980; Том 17, 1981; Том 18, 1981; Том 19, 1982; Том 20, 1982; Том 21, 1982; Том 22, 1983
Проблемы геометрии. Том 7, 1975; Том 8, 1977; Том 9, 1979; Том 10, 1978, Том 11, 1981; Том 12, 1981; Том 13, 1982, Том 14, 1983