



# Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

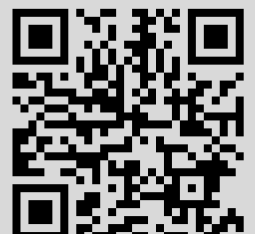
С. В. Крючков, Е. И. Кухарь, Е. С. Ионкина, Изменение знака проводимости сверхрешетки, индуцированное интенсивным электромагнитным излучением, *Физика твердого тела*, 2016, том 58, выпуск 7, 1254–1258

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением  
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.149.214.230

29 декабря 2024 г., 04:33:50



03,12

## Изменение знака проводимости сверхрешетки, индуцированное интенсивным электромагнитным излучением

© С.В. Крючков<sup>1,2</sup>, Е.И. Кухарь<sup>1</sup>, Е.С. Ионкина<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Волгоградский государственный социально-педагогический университет, лаборатория физики низкоразмерных систем, Волгоград, Россия

<sup>2</sup> Волгоградский государственный технический университет, Волгоград, Россия

E-mail: eikuhar@yandex.ru

(Поступила в Редакцию 18 ноября 2015 г.)

Вычислена плотность тока в сверхрешетке, помещенной в квантующее электрическое поле и поле электромагнитного излучения. Вычисления проведены с учетом неупругого рассеяния носителей заряда на фононах. Показана возможность абсолютной отрицательной проводимости, т.е. возникновения электрического тока, направленного против вектора напряженности квантующего электрического поля.

Работа поддержана грантом РФФИ № 16-42-340186 р\_а, а также осуществлена при финансовой поддержке Минобрнауки России на выполнение государственных работ в сфере научной деятельности в рамках базовой части государственного задания № 2014/411 (код проекта 522).

### 1. Введение

Существует ряд теоретических и экспериментальных работ, в которых исследовалось влияние интенсивных электромагнитных (ЭМ) полей на электрические свойства низкоразмерных систем со сверхрешеткой (СР) [1–7]. Предсказанные в этих работах нелинейные электрические и оптические свойства СР открывают новые возможности в проектировании усилителей и генераторов терагерцевого излучения [8,9]. При определенных условиях сильное электрическое поле, приложенное вдоль оси СР, приводит к кардинальному изменению электронного спектра [10–16]: непрерывный спектр преобразуется в набор эквидистантных энергетических уровней (так называемая штарковская лестница). В [8,17] обсуждаются возможности использования электронных переходов между такими уровнями для генерации ЭМ-излучения. Экспериментально состояния Ванье–Штарка изучались в [18–22].

В [23,24] построена общая теория электропроводности полупроводников, учитывающая конечность зоны проводимости и электрон-фононное взаимодействие. Отметим, что электрон-фононное взаимодействие в условиях штарковского квантования изучено в [3,25]. С использованием общего метода, развитого в [23,24], в [26] вычислена плотность тока, возникающего вдоль оси двумерного (2D) материала с СР в условиях квантующего электрического поля. Расчеты в [26] показали возможность электрофонного резонанса (ЭФР), предсказанного в [27] для объемных полупроводников.

Влияние высокочастотного (ВЧ) электрического поля, напряженность которого осциллирует в направлении, перпендикулярном оси СР, на продольную проводимость 2D-материала с СР, помещенного в квантующее элек-

трическое поле, исследовано в [28,29]. При этом в [29] пренебрегалось поглощением и испусканием квантов ВЧ-поля. В [28] отмечалось, что в условиях ВЧ-поля в узкозонных полупроводниках возможен эффект отрицательной проводимости, при котором ток течет в направлении, противоположном постоянному электрическому полю. Существенным обстоятельством здесь было наличие конечной ширины зоны проводимости как в продольном, так и в поперечном по отношению к тянущему полю направлении. Изменение знака проводимости, индуцированное ВЧ-токами, экспериментально наблюдалось в джозефсоновских контактах [30]. В [4] обсуждалась возможность такого эффекта в графеновой СР, подверженной действию слабого ЭМ-излучения. Эффект смены знака проводимости, индуцированный микроволновым излучением в полупроводниках, помещенных в квантующее магнитное поле, исследован в [31,32].

Далее вычислена плотность тока, возникающего вдоль оси квантовой СР, помещенной в квантующее электрическое поле и в поле ЭМ-излучения. Показана возможность смены знака проводимости. Найдены условия проявления такого эффекта. В отличие от [31,32] магнитное поле отсутствует. В настоящей работе учитываются процессы поглощения и излучения квантов ВЧ-поля, что делает полученные результаты отличными от приведенных в [29]. В отличие от [4] исследован случай интенсивного ЭМ-излучения.

### 2. Возможность отрицательной проводимости СР в поле ЭМ-излучения

Рассмотрим 2D-структуру с СР, помещенную в плоскости таким образом, что  $Ox$  — ось СР. В приближении

сильной связи динамика электронов в минизоне в ряде полупроводниковых СР описывается следующим законом дисперсии:

$$\varepsilon_{SL}(\mathbf{p}) = \varepsilon_{p_y} + 2\Delta \sin^2 \frac{p_x d}{2\hbar}, \quad (1)$$

где  $\varepsilon_{p_y} = p_y^2/2m$ ,  $m$  — постоянная эффективная масса, соответствующая движению электрона в направлении  $Oy$ ,  $\Delta$  — полуширина минизоны,  $d$  — период СР. Например, выражение (1) описывает движение электронов в минизоне СР на основе GaAs/AlGaAs [1,26].

Пусть монохроматическая ЭМ-волна падает на рассматриваемую структуру так, что напряженность электрического поля волны совершает осцилляции в плоскости 2D-структуры перпендикулярно оси СР с амплитудой  $E_0$  и частотой  $\omega$ . Кроме того, предполагаем, что СР расположена в квантующем электрическом поле с вектором напряженности  $\mathbf{E}$ , параллельным оси СР. Абсолютная величина  $\mathbf{E}$  удовлетворяет следующим условиям:

$$\varepsilon_g \gg \hbar\Omega_{St}, \quad \Omega_{St}\tau \gg 1, \quad (2)$$

где  $\Omega_{St} = eEd/\hbar$ ,  $\tau$  — время релаксации,  $\varepsilon_g$  — ширина щели в зонной структуре. Первое условие (2) позволяет использовать одноминизонное приближение. Второе неравенство (2) является условием квантования энергии движения носителей заряда вдоль оси СР [10–14]

$$\varepsilon = \varepsilon_{p_y} + \hbar\Omega_{St}\nu, \quad \nu = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Согласно общей теории, ток  $j_x$ , возникающий вдоль оси СР под действием указанных выше полей, равен  $j_x = j_+ + j_-$  [23], где

$$j_{\pm} = \frac{2\pi edn_0}{\hbar} \sum_{\nu} \sum_{\mathbf{q}} \sum_{p_y} \sum_{p'_y} \nu f(p_y) |C_{\mathbf{q}}|^2 |M_{\nu}(q_x)|^2 \times \sum_s |G_s(q_y)|^2 \left( N_{\mathbf{q}} + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \right) \times \delta(\varepsilon_{p'_y} - \varepsilon_{p_y} \pm \hbar\omega_{\mathbf{q}} - \nu\hbar\Omega_{St} - s\hbar\omega) \delta_{p'_y, p_y - \hbar q_y}. \quad (3)$$

Здесь  $N_{\mathbf{q}}$  — число фононов с волновым вектором  $\mathbf{q}$ ,  $|C_{\mathbf{q}}|^2 = g/q^2$ ,  $g$  — константа связи электронов с фононами [25],  $n_0$  — поверхностная концентрация свободных электронов,  $M_{\nu}(q_x)$  и  $G_s(q_y)$  — матричные элементы операторов, учитывающих влияние квантующего электрического поля и ЭМ-излучения соответственно. В приближении сильной связи [28]

$$|M_{\nu}(q_x)|^2 = J_{\nu}^2 \left( \frac{\Delta}{\hbar\Omega_{St}} \sin \frac{q_x d}{2} \right), \quad (4)$$

в приближении эффективной массы [28]

$$|G_s(q_y)|^2 = J_s^2 \left( \frac{eE_0 q_y}{m\omega^2} \right), \quad (5)$$

где  $J_{\nu}(\theta)$  — функция Бесселя. Функция распределения электронов  $f(p_y)$  зависит от поперечных составляющих

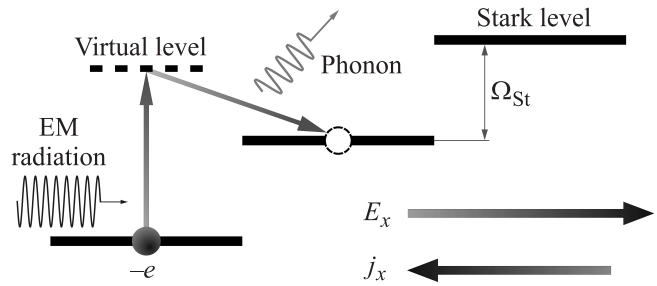


Рис. 1. Схема эффекта смены знака проводимости СР.  $\omega = \omega_0 + \Omega_{St}$ .

квазиимпульса электронов, учитывает разогрев электронного газа, вызванный высокочастотным ЭМ-излучением, и является решением уравнения баланса [23,24].

Температура  $T$  предполагается малой ( $T \ll \hbar\omega_{\mathbf{q}}$ ), так что выполнено условие  $N_{\mathbf{q}} \ll 1$ . В этом случае, как видно из (3), можно пренебречь влиянием процессов, идущих с поглощением фононов. Кроме того, считаем энергию поперечного движения, усредненную по каноническому ансамблю, значительно меньшей чем  $\hbar\Omega_{St}$ . Это позволяет пренебречь поперечной дисперсией электронов. Полагая также  $g = \text{const}$ ,  $\hbar\Omega_{St} \gg \Delta$  и пренебрегая дисперсией фонона ( $\omega_{\mathbf{q}} = \omega_0 = \text{const}$ ), перепишем (3) в виде

$$j_x = \frac{\pi edn_0 g}{2\hbar^4} \left( \frac{\Delta}{\Omega_{St}} \right)^2 \sum_{\nu=\pm 1} \sum_s \sum_{\mathbf{q}} \frac{\nu}{q^2} \sin^2 \left( \frac{q_x d}{2} \right) \times J_s^2(a_0 d q_y) \delta(\omega_0 - \nu\Omega_{St} - s\omega), \quad (6)$$

где  $a_0 = eE_0/m\omega^2 d$ . Из (6) следует, что плотность тока испытывает резонанс, если  $\omega_0 = s\omega \pm \Omega_{St}$ . В частности, если  $\Omega_{St} = \omega_0$ , возникает ЭФР [26,27]: резонанс тока, вызванный переходами электронов между штатковскими уровнями с излучением фонона.

Если же выполняется условие  $s_+\omega = \omega_0 + \Omega_{St}$ , где  $s_+$  — положительное целое число, то значение плотности тока  $j_x$  в резонансе, согласно (6), оказывается отрицательным. Эта ситуация соответствует отрицательной проводимости СР: электрический ток течет против направления вектора постоянного электрического поля  $\mathbf{E}$ . Электронные переходы, ответственные за этот эффект, сопровождаются поглощением  $s_+$  квантов ВЧ-поля и излучением фонона. Этот случай проиллюстрирован на рис. 1 для  $s_+ = 1$ .

### 3. Вольт-амперная характеристика СР в поле ЭМ-излучения

Для количественного анализа вольт-амперной характеристики СР в рассматриваемой ситуации необходимо учесть конечность ширины резонансов и значений тока в них. Уширение резонансов может быть вызвано,

например, столкновениями носителей с акустическими фононами, наличием дисперсии оптических фононов и т.д. В связи с этим заменим в (4)  $\delta$ -функции их лоренцевскими представлениями. Производя также замену суммирования по  $\mathbf{q}$  интегрированием, запишем вместо (6)

$$j_x = 4j_0 \left(\frac{\omega_0}{\Omega_{St}}\right)^2 \sum_{\nu=\pm 1} \sum_{s=-\infty}^{+\infty} \frac{\nu}{1 + (\omega_0 - \nu\Omega_{St} - s\omega)^2 \tau^2} \times \int_0^\pi Q_s(a_0\xi) \sin^2\left(\frac{\xi}{2}\right) \frac{d\xi}{\xi}. \quad (7)$$

Здесь  $j_0 = ed^3\Delta^2 n_0 g \tau / 8\pi^2 \hbar^4 \omega_0^2$ ,

$$Q_s(a_0\xi) = \int_0^\infty \frac{J_s^2(a_0\xi u) du}{1 + u^2}. \quad (8)$$

Далее рассмотрим две ситуации: 1) СР помещена в поле слабого ЭМ-излучения ( $a_0 \ll 1$ ); 2) СР помещена в поле интенсивного ЭМ-излучения ( $a_0 \gg 1$ ).

Если  $a_0 \ll 1$ , то в сумме по  $s$  в формуле (7) можем оставить слагаемые только с  $s = 0, \pm 1$ . При этом  $Q_0(a_0\xi) \sim \pi/2$ . Чтобы вычислить  $Q_1(a_0\xi)$  в первом неисчезающем приближении по параметру  $a_0$ , воспользуемся следующими интегральными представлениями:

$$J_1^2(\theta) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(2\xi_1) J_0(2\theta \sin \xi_1) d\xi_1, \\ J_0(\theta) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi e^{i\theta \sin \xi_2} d\xi_2. \quad (9)$$

Таким образом, вместо (8) имеем

$$Q_1(a_0\xi) = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\pi d\xi_2 \int_0^\pi \cos(2\xi_1) d\xi_1 \times \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(2ia_0\xi u \sin \xi_1 \sin \xi_2) du}{1 + u^2}. \quad (10)$$

Используя формулу

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{iqu} du}{1 + u^2} = \pi e^{-|q|},$$

перепишем (10) в виде

$$Q_1(a_0\xi) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi d\xi_2 \int_0^\pi \exp(-2a_0\xi \sin \xi_1 \sin \xi_2) \cos(2\xi_1) d\xi_1. \quad (11)$$

Интегрирование в (11) в линейном по параметру  $a_0$  приближении дает

$$Q_1(a_0\xi) = \frac{4a_0\xi}{3\pi}. \quad (12)$$

После подстановки  $s = 0, \pm 1$ , формулы (12) в (7) и интегрирования по переменной  $\xi$  получим

$$j_x = 2j_0 \left(\frac{\omega_0}{\Omega_{St}}\right)^2 \left[ \frac{\pi}{1 + (\omega_0 - \Omega_{St})^2 \tau^2} + \frac{4a_0}{3} \left( \frac{1}{1 + (\omega_0 - \Omega_{St} - \omega)^2 \tau^2} + \frac{1}{1 + (\omega_0 - \Omega_{St} + \omega)^2 \tau^2} - \frac{1}{(\omega_0 + \Omega_{St} - \omega)^2 \tau^2} \right) \right]. \quad (13)$$

Пусть значение напряженности квантующего поля далеко от условий возникновения ЭФР ( $|\omega_0 - \Omega_{St}| \tau \gg 1$ ). Тогда плотность тока в резонансе, соответствующем условию  $\omega = \omega_0 + \Omega_{St}$ , равна

$$j_{NC} \sim -\frac{e^2 d^2 n_0 g \tau}{3\pi^2 m \hbar^4 \omega^2} \left(\frac{\Delta}{\Omega_{St}}\right)^2 E_0. \quad (14)$$

Таким образом, вблизи значения напряженности квантующего электрического поля  $\mathbf{E}$ , отвечающего условию  $\omega = \omega_0 + \Omega_{St}$ , вектор плотности тока направлен против вектора  $\mathbf{E}$ , что соответствует отрицательной проводимости. В поле слабого ЭМ-излучения данный эффект мал по сравнению с ЭФР. Действительно, при  $a_0 = 0.1$  отношение абсолютных значений плотности тока в резонансах, соответствующих отрицательной проводимости (14) и ЭФР ( $j_{EPR}$ ), составляет  $|j_{NC}/j_{EPR}| \sim 10^{-2}$ . Для увеличения абсолютного значения плотности тока  $j_{NC}$  необходимо подвергать СР интенсивному ЭМ-излучению.

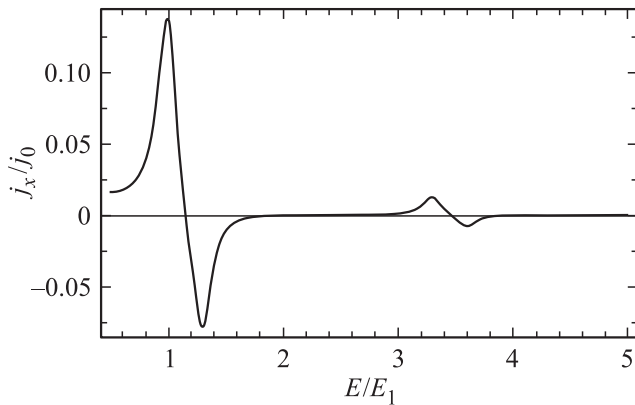
Теперь рассмотрим случай сильной ЭМ-волны ( $a_0 \gg 1$ ). Для этого используем следующее асимптотическое поведение функции (8) при  $a_0 \gg 1$ :

$$Q_s(a_0\xi) \sim \frac{1}{\pi a_0 \xi} \left( \ln(2a_0\xi) - \psi\left(s + \frac{1}{2}\right) \right), \quad (15)$$

где  $\psi(x)$  — дигамма-функция. После подстановки (15) в (7) получаем выражение для плотности тока

$$j_x = \frac{j_0}{a_0} \left(\frac{\omega_0}{\Omega_{St}}\right)^2 \left[ \frac{\ln(2a_0)}{1 + (\omega_0 - \Omega_{St})^2 \tau^2} + \sum_{s=1}^{\infty} \left( \ln(2a_0) - \psi\left(s + \frac{1}{2}\right) \right) \left( \frac{1}{1 + (\omega_0 - \Omega_{St} - s\omega)^2 \tau^2} + \frac{1}{1 + (\omega_0 - \Omega_{St} + s\omega)^2 \tau^2} - \frac{1}{1 + (\omega_0 + \Omega_{St} - s\omega)^2 \tau^2} \right) \right]. \quad (16)$$

Зависимость плотности тока от напряженности  $E$  квантующего электрического поля, построенная по формуле (16), показана на рис. 2 (здесь  $E_1 \equiv \hbar\omega_0/ed$ ). Видно,



**Рис. 2.** Зависимость плотности тока  $j_x$  (в единицах  $j_0$ ) от напряженности квантующего электрического поля  $E$  (в единицах  $E_1$ ).  $\omega = 2.3\omega_0$ ,  $\omega_0\tau = 10$ ,  $a_0 = 10$ .

что существует значение  $E$ , для которого плотность тока меняет знак. Резонанс отрицательного тока возникает, если выполнено следующее условие:

$$s\omega = \omega_0 + \Omega_{St}, \quad s = 1, 2, \dots \quad (17)$$

Из рис. 2 также видно, что при использовании интенсивного ЭМ-излучения абсолютные значения токов  $j_{EP}$  и  $j_{NC}$  становятся сравнимыми по порядку величины.

#### 4. Заключение

Как указывалось выше, отрицательная плотность тока на рис. 2 соответствует тому, что ток течет против направления квантующего электрического поля. Из рис. 2 видно, что резонанс отрицательного тока возникает при выполнении условия (17). Эффект смены знака проводимости СР не зависит от вида статистики и степени разогрева электронного газа. Возможность такого эффекта является следствием закона сохранения энергии в условиях штарковского квантования. Действительно, при выполнении условия (17) возникают электронные переходы между штарковскими уровнями с поглощением квантов ЭМ-излучения и излучением фонона (рис. 1). В результате энергия электрона повышается, и соответствующий ток направлен против вектора напряженности квантующего электрического поля  $\mathbf{E}$ . Таким образом, необходимым условием возникновения смены знака проводимости СР является передача энергии электронной подсистеме СР. Последнее достигается за счет облучения образца интенсивной ЭМ волной. Данный эффект исчезает в отсутствие ЭМ-излучения ( $E_0 = 0$ ) и увеличивается с повышением интенсивности излучения. Эффект смены знака проводимости СР аналогичен эффекту поглощения света атомом. При этом электрон переходит на более высокий энергетический уровень, „перемещаясь“ в направлении противоположном направлению кулоновской силы.

Проведем численные оценки параметров структуры СР и интенсивностей полей, при которых можно наблюдать описанное явление в эксперименте. Одним из условий наблюдения отрицательной проводимости СР является выполнение неравенств (2). Для типичных значений параметров СР [ $17-20$ ]  $\tau \sim 10^{-12}$  s,  $d \sim 10^{-6}$  cm,  $m \sim 10^{-28}$  g,  $\varepsilon_g \sim 0.1$  eV напряженность постоянного электрического поля, приложенного вдоль оси СР, должна лежать в пределах  $10^3 \ll E \ll 10^5$  V/cm. На рис. 2 представлены резонансы плотности тока для амплитуды ЭМ-излучения, равной  $E_0 = 10^4$  V/cm, и частоты, равной  $\omega = 2.3\omega_0$ . Из последнего равенства следует, что для  $\hbar\omega_0 = 6$  meV ( $\omega_0 \sim 10^{13}$  s $^{-1}$ ) энергия квантов ЭМ-излучения должна быть равна  $\hbar\omega = 13.8$  meV. Согласно условию (17), штарковская частота составляет  $\Omega_{St} = 1.3\omega_0$  и соответствует напряженности квантующего поля  $E = 8 \cdot 10^3$  V/cm. Другим условием наблюдения эффекта является использование низких температур:  $T \ll \hbar\omega_0$ . Из последнего неравенства следует, что температура не должна превышать 10 К, что может быть достигнуто при использовании, например, жидкого гелия.

#### Список литературы

- [1] P. Robrish, J. Xu, S. Kobayashi, P.G. Savvidis, B. Kolasa, G. Lee, D. Mars, S.J. Allen. *Physica E* **32**, 325 (2006).
- [2] G.J. Ferreira, M.N. Leuenberger, D. Loss, J.C. Egues. *Phys. Rev. B* **84**, 125 453 (2011).
- [3] A. Ka Chun Cheung, M. Berciu. *Phys. Rev. B* **88**, 035 132 (2013).
- [4] S.V. Kryuchkov, E.I. Kukhar'. *Superlatt. Microstruct.* **83**, 322 (2015).
- [5] M. Barbier, P. Vasilopoulos, F.M. Peeters. *Phys. Rev. B* **81**, 075 438 (2010).
- [6] D. Bolmatov, C.-Y. Mou. *ЖЭТФ* **139**, 119 (2011).
- [7] S.V. Kryuchkov, E.I. Kukhar'. *Chaos* **25**, 073 116 (2015).
- [8] В.Ф. Елесин, Ю.В. Копаев. *УФН* **173**, 776 (2003).
- [9] Ю.Ю. Романова. *ФТП* **46**, 1483 (2012).
- [10] J. Bleuse, G. Bastard, P. Voisin. *Phys. Rev. Lett.* **60**, 220 (1988).
- [11] J. Rotvig, A.-P. Juaho, H. Smith. *Phys. Rev. Lett.* **74**, 1831 (1995).
- [12] M. Gluck, A.R. Kolovsky, H.J. Korsch, N. Moiseyev. *Eur. Phys. J. D* **4**, 239 (1998).
- [13] M. Gluck, A.R. Kolovsky, H.J. Korsch. *Phys. Rep.* **366**, 103 (2002).
- [14] В.И. Санкин, П.П. Шкретий, Н.С. Савкина, Н.А. Кузнецов. Письма в *ЖЭТФ* **77**, 38 (2003).
- [15] M. Gluck, A.R. Kolovsky, H.J. Korsch, F. Zimmer. *Phys. Rev. B* **65**, 115 302 (2002).
- [16] H.K. Kelardeh, V. Apalkov, M.I. Stockman. *Phys. Rev. B* **90**, 085 313 (2014).
- [17] B.S. Shchamkhalova, R.A. Suris. *Superlatt. Microstruct.* **17**, 151 (1995).
- [18] P. Voisin, J. Bleuse, C. Bouche, S. Gaillard, C. Alibert, A. Regreny. *Phys. Rev. Lett.* **61**, 1639 (1988).
- [19] F. Beltram, F. Capasso, D.L. Sivco, A.L. Hutchinson, S.G. Chu, A.Y. Cho. *Phys. Rev. Lett.* **64**, 3167 (1990).

- [20] G. Wang, P. Tronc, J. Depeyrot, J.C. Harmand, J.F. Palmier, V.P. Kochereshko. *Superlatt. Microstruct.* **16**, 321 (1994).
- [21] M. Helm, W. Hilber, G. Strasser, R. DeMeester, F.M. Peeters. *Braz. J. Phys.* **29**, 652 (1999).
- [22] B. Rosam, D. Meinhold, F. Loser, V.G. Lyssenko, S. Glutsch, F. Bechstedt, F. Rossi, K. Kohler, K. Leo. *Phys. Rev. Lett.* **86**, 1307 (2001).
- [23] В.В. Брыксин, Ю.А. Фирсов. *ЖЭТФ* **61**, 2373 (1972).
- [24] И.Б. Левинсон, Я. Ясевичюте. *ЖЭТФ* **62**, 1902 (1972).
- [25] K. Hacker. *Phys. Status Solidi* **33**, 607 (1969).
- [26] С.В. Крючков, Н.П. Михеев. *ФТП* **16**, 2043 (1982).
- [27] V.V. Bryksin, Yu.A. Firsov, S.A. Kitorov. *Solid State Commun.* **39**, 385 (1981).
- [28] С.В. Крючков, В.А. Яковлев. *ФТП* **10**, 171 (1976).
- [29] С.В. Крючков, Н.П. Михеев. *ФТП* **18**, 809 (1984).
- [30] J. Nagel, D. Speer, T. Gaber, A. Sterck, R. Eichhorn, P. Reimann, K. Ilin, M. Siegel, D. Koelle, R. Kleiner. *Phys. Rev. Lett.* **100**, 217001 (2008).
- [31] В.Ф. Елесин. *УФН* **175**, 197 (2005).
- [32] В.И. Рьжий. *УФН* **175**, 205 (2005).