Г. А. Угольницкий, А. Б. Усов, Теоретико-игровая модель согласования интересов при инновационном развитии корпорации, *Компьютерные исследования и моделирование*, 2016, том 8, выпуск 4, 673–684

DOI: 10.20537/2076-7633-2016-8-4-673-684

КОМПЬЮТЕРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ И МОДЕЛИРОВАНИЕ 2016 Т. 8 № 4 С. 673–684

Ки&М

МОДЕЛИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ И СОЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ

УДК: 519.83+519.86

Теоретико-игровая модель согласования интересов при инновационном развитии корпорации

Г. А. Угольницкий[a], А. Б. Усов[b]

Южный федеральный университет,
Россия, 344090, г. Ростов-на-Дону, ул. Мильчакова, д. 8а

E-mail: [a] ougoln@mail.ru, [b] usov@math.rsu.ru

Получено 05.07.2016, после доработки — 21.07.2016.
Принято к публикации 29.07.2016.

Исследуются динамические теоретико-игровые модели инновационного развития корпорации. Предлагаемые модели основаны на согласовании частных и общественных интересов агентов. Предполагается, что структура интересов каждого агента включает как частную (личные интересы), так и общественную (интересы компании в целом, в первую очередь отражающие необходимость ее инновационного развития) составляющие. Агенты могут делить персональные ресурсы между этими направлениями. Динамика системы описывается не дифференциальным, а разностным уравнением. При исследовании предложенной модели инновационного развития используются имитация и метод перебора областей допустимых управлений субъектов с некоторым шагом. Основной вклад работы — сравнительный анализ эффективности методов иерархического управления для информационных регламентов Штакельберга/Гермейера при принуждении/побуждении (четыре регламента) с помощью индексов системной согласованности. Предлагаемая модель носит универсальный характер и может быть использована для научно обоснованной поддержки ПИР компаний всех отраслей экономики. Специфика конкретной компании учитывается в ходе идентификации модели (определения конкретных классов используемых в модели функций и числовых значений параметров), которая представляет собой отдельную сложную задачу и предполагает анализ системы официальной отчетности компании и применение экспертных оценок ее специалистов. Приняты следующие предположения относительно информационного регламента иерархической игры: все игроки используют программные стратегии; ведущий выбирает и сообщает ведомым экономические управления либо административные управления, которые могут быть только функциями времени (игры Штакельберга) либо зависеть также от управлений ведомых (игры Гермейера); при известных стратегиях ведущего ведомые одновременно и независимо выбирают свои стратегии, что приводит к равновесию Нэша в игре ведомых. За конечное число итераций предложенный алгоритм имитационного моделирования позволяет построить приближенное решение модели или сделать вывод, что равновесия не существует. Достоверность и эффективность предложенного алгоритма следуют из свойств методов сценариев и прямого упорядоченного перебора с постоянным шагом. Получен ряд содержательных выводов относительно сравнительной эффективности методов иерархического управления инновациями.

Ключевые слова: игра Гермейера, игра Штакельберга, иерархия, имитационное моделирование, инновационное развитие, побуждение, принуждение

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 15-01-00432.

COMPUTER RESEARCH AND MODELING
2016 VOL. 8 NO. 4 P. 673–684

Ки&М

MODELS OF ECONOMIC AND SOCIAL SYSTEMS

UDC: 519.83+519.86

Game-theoretic model of coordinations of interests at innovative development of corporations

G. A. Ougolnitsky[a], A. B. Usov[b]

Southern Federal University,
8a Milchakova st., Rostov-on-Don, 344090, Russia

E-mail: [a] ougoln@mail.ru, [b] usov@math.rsu.ru

Received 05.07.2016, after completion — 21.07.2016.
Accepted for publication 29.07.2016.

Dynamic game theoretic models of the corporative innovative development are investigated. The proposed models are based on concordance of private and public interests of agents. It is supposed that the structure of interests of each agent includes both private (personal interests) and public (interests of the whole company connected with its innovative development first) components. The agents allocate their personal resources between these two directions. The system dynamics is described by a difference (not differential) equation. The proposed model of innovative development is studied by simulation and the method of enumeration of the domains of feasible controls with a constant step. The main contribution of the paper consists in comparative analysis of efficiency of the methods of hierarchical control (compulsion or impulsion) for information structures of Stackelberg or Germeier (four structures) by means of the indices of system compatibility. The proposed model is a universal one and can be used for a scientifically grounded support of the programs of innovative development of any economic firm. The features of a specific company are considered in the process of model identification (a determination of the specific classes of model functions and numerical values of its parameters) which forms a separate complex problem and requires an analysis of the statistical data and expert estimations. The following assumptions about information rules of the hierarchical game are accepted: all players use open-loop strategies; the leader chooses and reports to the followers some values of administrative (compulsion) or economic (impulsion) control variables which can be only functions of time (Stackelberg games) or depend also on the followers' controls (Germeier games); given the leader's strategies all followers simultaneously and independently choose their strategies that gives a Nash equilibrium in the followers' game. For a finite number of iterations the proposed algorithm of simulation modeling allows to build an approximate solution of the model or to conclude that it doesn't exist. A reliability and efficiency of the proposed algorithm follow from the properties of the scenario method and the method of a direct ordered enumeration with a constant step. Some comprehensive conclusions about the comparative efficiency of methods of hierarchical control of innovations are received.

Keywords: Germeyer's game, Shtakelberg's game, hierarchy, simulation modeling, innovative development, compulsion, impulsion

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2016, vol. 8, no. 4, pp. 673–684 (Russian).
This work was supported by the Russian foundation for basic research, the project No. 15-01-00432.

Введение

Разработка и использование инноваций определяют магистральный путь устойчивого развития организаций любого типа. В России утвержден перечень крупных компаний с государственным участием, которые должны разработать и реализовать Программы инновационного развития (ПИР).

Важнейшим аспектом реализации ПИР служит создание системы управления инновационной деятельностью компании. Дело в том, что инновации — это внедрение новшеств, а внедрение — процесс насильственного проникновения инородных элементов в сопротивляющуюся среду. Теория и практика инноватики убедительно показывают, что попытки внедрения новшеств обязательно вызывают противодействие у значительной части сотрудников компании, заинтересованных прежде всего в достижении собственных целей и сохранении существующего порядка. Система управления инновационной деятельностью призвана реализовать механизмы согласования частных интересов сотрудников организации с общей целью разработки и использования инноваций [Новиков, Иващенко, 2006]. Без таких механизмов «мотивации инноваций» инновационная система окажется лишенной реального субъекта разработки и сопровождения и будет обречена на неудачу.

Настоящая работа посвящена анализу динамических моделей согласования общественных и частных интересов (СОЧИ-моделей) на примере задачи инновационного развития корпорации. Предлагаемая модель инновационного развития корпорации ориентирована в первую очередь на согласование интересов участников инновационного процесса, описывая в то же время его динамику.

Предполагается, что структура интересов каждого агента включает как частную (личные интересы), так и общественную (интересы компании в целом, в первую очередь отражающие необходимость ее инновационного развития) составляющие. Агенты могут делить персональные ресурсы между этими направлениями. Отношения между агентами строятся на основе иерархии: имеется ведущий и несколько ведомых. Близкие модели изучаются в экономике общественных благ [Long, 2010]. При этом используется аппарат дифференциальных игр [Зенкевич, Петросян, Янг, 1991; Basar, Zhu, 2011; Differential Games, 2000; Jorgense, Zaccour, 2004]. В иерархических дифференциальных играх существенно различие между играми Штакельберга, когда стратегия ведущего представляет собой постоянное управление [Basar, Olsder, 1999], и играми Гермейера, где эта стратегия (механизм управления) зависит от управлений ведомых [Горелик, Горелов, Кононенко, 1991].

Концепция иерархического управления на базе математического моделирования описана в [Угольницкий, 2016]. Принуждение предполагает воздействие ведущего игрока (субъекта управления устойчивым развитием) на множество допустимых управлений ведомого (субъекта воздействия на управляемую динамическую систему), а побуждение — на его функцию выигрыша [Угольницкий, Усов, Рыжкин, 2014; Угольницкий, Усов, Рыжкин, 2015].

Модели согласования интересов исследовались нами в [Никитина и др., 2015]. Ниже эти модели использованы в новой предметной области (инновационное развитие). Кроме того, в отличие от [Никитина и др., 2015] теперь динамика системы описывается не дифференциальным, а разностным уравнением. При исследовании предложенной модели инновационного развития используются имитация и метод перебора областей допустимых управлений субъектов с некоторым шагом [Павловский, 2000].

Основной вклад работы — сравнительный анализ эффективности методов иерархического управления для информационных регламентов Штакельберга/Гермейера при принуждении/побуждении (четыре регламента) с помощью индексов системной согласованности [Basar, Zhu, 2011].

Типовая модель инновационного развития корпорации

Рассматривается двухуровневая иерархическая модель инновационного развития корпорации, включающая субъекта управления верхнего уровня (ведущего), n субъектов управления нижнего уровня (ведомых, агентов инновации), управляемую систему.

Ведущий воздействует на каждого из ведомых. Его цель состоит в поддержании системы в некотором заданном состоянии, обеспечивающем ее устойчивое функционирование. Добиться этого он может многими способами, поэтому, кроме того, он стремится к максимизации своего выигрыша. Взаимоотношения между субъектами управления данной системы носят следующий характер: ведущий воздействует на ведомых, ведомые — на управляемую систему. Непосредственное воздействие ведущего на последнюю отсутствует.

Целевой функционал ведущего имеет вид

$$J_0(\cdot) = \sum_{t=1}^{T} e^{-\rho t}[x(t) - D(q(t))] \to \max\,. \tag{1}$$

Для воздействия на ведомых ведущий распоряжается функциями$\{w_i(t)\}_{i=1}^{n}$. При принуждении $w_i(t) = q_i(t)$, $i = 1, 2, \ldots, n$, а при побуждении — $w_i(t) = s_i(t)$. Здесь t — время; T — конечный горизонт времени, до которого ведется моделирование; s_i — доля дохода (вознаграждение) i-го агента от использования инноваций; q_i — возможные административные ограничения управлений ведомых (величин u_i) снизу; u_i — управления ведомых, доля рабочего времени i-го агента, используемая на развитие и продвижение инноваций; $x = x(t)$ — доход от реализации производимой продукции в момент времени t; ρ — коэффициент дисконтирования; J_0 — общий дисконтированный доход корпорации в целом на периоде $[0, T]$ с учетом затрат $D(q)$ на административный контроль (при принуждении); $s = (s_1, s_2, \ldots, s_n)$; $q = (q_1, q_2, \ldots, q_n)$; D — непрерывная выпуклая функция, $D(0) = 0$. Считаем, что контроль за ведомыми проводится только при принуждении, а при побуждении $D(q) = 0$.

Ограничения на управления ведущего имеют вид

– при принуждении

$$0 \le q_i(t) \le r_i, \tag{2}$$

– при побуждении

$$s_i(t) \ge 0; \ \sum_{i=1}^{n} s_i(t) = 1, \tag{3}$$

где r_i — временные ресурсы i-го агента.

Целевые функционалы ведомых берутся в виде

$$J_i(\cdot) = \sum_{t=1}^{T} e^{-\rho t}[p_i(r_i - u_i(t)) + s_i(t)x(t)] \to \max, \quad i = 1, 2, \ldots, n. \tag{4}$$

Максимизация (4) проводится по функции u_i — доли рабочего времени i-го агента, используемой на развитие и продвижение инноваций, $i \in N$. Здесь $N = \{1, 2, \ldots, n\}$ — множество агентов инноваций. Это множество может рассматриваться на разных уровнях и включать сотрудников, подразделения, фирмы в составе корпорации; $r_i - u_i$ — доля рабочего времени i-го агента, идущая на реализацию его частных интересов, не связанных с инновациями; p_i — функция дохода i-го агента от реализации его частных интересов; J_i — общий дисконтированный доход i-го агента на периоде $[0, T]$;

Ограничения на управления ведомых имеют вид

$$q_i(t) \le u_i(t) \le r_i, \qquad i = 1, 2, \dots, n. \tag{5}$$

Здесь при побуждении $q_i(t) = 0$, $i = 1, 2, \dots, n$.

Динамика системы описывается разностным уравнением вида

$$x(t+1) = x(t) + h(x(t)) + \sum_{i=1}^{n} g_i(u_i(t)), \quad x(0) = x_0, \ \ i = 1, \dots, n, \ \ t = 0, 1, \dots, T-1. \tag{6}$$

Здесь g_i — функция вклада i-го агента в увеличение дохода корпорации за счет инноваций, h — функция динамики дохода в отсутствие инноваций, x_0 — доход от реализации производимой продукции в начальный момент времени.

Итак, исследуется модель (1)–(6), которая представляет собой динамическую неантагонистическую игру $n + 1$ агента при наличии иерархии в отношениях между ними. Близкие к (1)–(6) постановки задач рассматриваются в динамических моделях экономики общественных благ. В этих работах функции выигрыша игроков также включают две составляющие: личное потребление агента и его полезность от производства общественного блага. Так, в работе [Fershtman, Nitzan, 1991] показано, что программные стратегии, по сравнению с позиционными, приводят к более высокому стационарному запасу общественного блага. В статье [Dockner, Long, 1993] установлено, что, кроме линейных позиционных стратегий, существуют также пары нелинейных, которые образуют равновесие Нэша в позиционных стратегиях. В [Wirl, 1996] показано, что использование нелинейных стратегий позволяет добиться лучшего исхода, чем в [Fershtman, Nitzan, 1991]. В работах [Yanase, 2005; Yanase, 2007] описывается долевое распределение общественного дохода посредством субсидий. Исследуется вопрос о том, какие постоянные субсидии обеспечивают долгосрочное социально оптимальное значение общественного блага. В статье [Benchekroun, Long, 2008] вводится уровень кооперации как переменная состояния, косвенно влияющая на целевые функционалы эгоистичных агентов и динамику. Чем больше этот уровень, тем выше доверие индивидов друг к другу и соответствующая готовность к инвестициям в общественное благо, преодолевающая проблему безбилетника без использования угроз. В работе [Kemp, Long, 2009] дополнительно учитывается удовлетворенность донора от личного вклада в общественное благо. В целом авторы указанных работ уделяют основное внимание получению аналитических результатов при существенных упрощениях исходных моделей, численные методы используются в основном для иллюстрации. В настоящей статье вопросы существования, единственности и устойчивости равновесий не изучаются. Функционал выигрыша ведущего игрока не представляет собой утилитаристскую функцию общественного благосостояния, а включает фазовую переменную и затраты на административное управление. Акцент сделан на сравнительном анализе методов иерархического управления в достаточно общей модели посредством численных расчетов, в связи с чем получены содержательные выводы.

Методика исследования

Предлагаемая модель носит универсальный характер и может быть использована для научно обоснованной поддержки ПИР компаний всех отраслей экономики. Специфика конкретной компании учитывается в ходе идентификации модели (определения конкретных классов используемых в модели функций и числовых значений параметров), которая представляет собой отдельную сложную задачу и предполагает анализ системы официальной отчетности компании и применение экспертных оценок ее специалистов.

С математической точки зрения модель (1)–(6) представляет собой динамическую неантагонистическую игру, в которой динамика описывается разностным уравнением. Ее аналитическое решение может быть получено, как правило, лишь в некоторых частных случаях. В общем случае для получения решения применяются численные методы и имитационное моделирование.

Примем следующие предположения относительно информационного регламента игры:

– все игроки используют программные стратегии;

– ведущий выбирает и сообщает ведомым экономические управления (3) либо административные управления (2), которые могут быть только функциями времени (игры Штакельберга) либо зависеть также от управлений ведомых (игры Гермейера);

– при известных стратегиях ведущего ведомые одновременно и независимо выбирают свои стратегии, что приводит к равновесию Нэша в игре ведомых. Будем считать, что множество равновесий Нэша не пусто.

Приведем алгоритмы построения равновесий для модели (1)–(6) при разных информационных регламентах. Для моделей общего вида эти алгоритмы были сформулированы в [Угольницкий, Усов, 2013; Угольницкий, Усов, 2014].

Алгоритм построения равновесия в игре Штакельберга при побуждении (принуждении) состоит в следующем.

1. Ведущий игрок (государство) выбирает программную стратегию вида $s(t) = \{s_i(t)\}_{i=1}^N \in \in S = \{s_i(t) \geq 0,\ i = 1, \ldots, N,\ s_1(t) + ... + s_N(t) = 1,\ t \geq 0\}$ (при побуждении) или $q(t) = \{q_i(t)\}_{i=1}^N \in \in Q = \{0 \leq q_i(t) \leq r_i,\ i = 1, \ldots, N,\ t \geq 0\}$ (при принуждении) и сообщает ее остальным игрокам.

2. Зная выбранную ведущим игроком стратегию, остальные игроки разыгрывают между собой динамическую игру (4)–(6), решением которой служит равновесие Нэша $NE(w(\cdot))$, где при побуждении $w(\cdot) = s(\cdot)$, а при принуждении $w(\cdot) = q(\cdot)$.

3. Ведущий игрок выбирает свою программную стратегию таким образом, чтобы максимизировать выигрыш (1) на множестве равновесий Нэша $NE(w(\cdot))$.

Алгоритм построения равновесия в игре Гермейера при побуждении (принуждении) состоит в следующем.

1. Ведущий игрок определяет стратегии наказания ведомых, если они отказываются с ним сотрудничать. Для этого в ходе динамической игры (4)–(6) находятся равновесия Нэша в зависимости от управлений ведущего — $NE(w(\cdot))$, где при побуждении $w(\cdot) = s(\cdot)$, а при принуждении $w(\cdot) = q(\cdot)$.

Допустим, что есть L_w штук равновесий Нэша при фиксированном управлении ведущего $w(t)$. Обозначим их через

$$(u_i^{NE}(t))_k = (u_i^{NE}(w(t), t))_k, \qquad i = 1, \ldots, n, \quad k = 1, 2, \ldots, L_w \text{ и } u_k^{NE}(t) = \left\{(u_i^{NE}(t))_k\right\}_{i=1}^n.$$

Вводится стратегия наказания ведомого ведущим:

$$w^P(t) = \left\{w_i^P(t)\right\}_{i=1}^n : w_i^P(t) = \arg \min_{w(t)\in W} \max_{1\leq k\leq L_w} J_i((u_i^{NE})_k(t), x(t)), \qquad i = 1, \ldots, n.$$

Находятся величины максимальных выигрышей ведомых, в случае когда они отказываются сотрудничать с ведущим и он применяет стратегию наказания:

$$(L_F)_i = \min_{w(t)\in W} \max_{1\leq k\leq L_w} J_i((u_i^{NE})_k(t), x(t)), \qquad i = 1, \ldots, n.$$

2. Решается задача оптимального управления (1)–(3), (5), (6) с дополнительными условиями $(L_F)_i < J_i(u_i(t), x(t))$, $i = 1, \ldots, n$.

Максимум (1) ищется по $2n$ функциям $w_i(t)$, $u_i(t)$; $i = 1, \ldots, n$. Решение указанной задачи оптимального управления обозначим $\{w_i^R(t),\ u_i^R(t)\}_{i=1}^n$, где $w_i^R(t)$ — стратегия поощрения i-го ведомого ведущим.

3. Ведущий предъявляет каждому ведомому стратегию с обратной связью

$$w_i(t) = \begin{cases} w_i^R(t), & \text{если } \ u_i(t) = u_i^R(t) \quad \forall\ t \in [0, \infty), \\ w_i^P(t), & \text{иначе.} \end{cases}$$

4. При экономически разумных ведомых равновесие имеет вид $\left\{w_i^R(t),\ u_i^R(t)\right\}_{i=1}^n$,

В случае входных данных общего вида решение иерархических игр для указанных информационных регламентов ищется с помощью имитационного моделирования по методу сценариев.

Алгоритмы имитационного моделирования

Алгоритм имитационного моделирования на основе метода сценариев для задачи (1)–(6) в случае игры Штакельберга состоит в следующем.

1. Область допустимых управлений ведущего ((3) при побуждении и (2) при принуждении) разбивается при каждом $t = 1, \ldots, T$ для каждого ведомого ($i = 1, \ldots, N$) на G частей точками $q_{it}^{(z_{it})} = z_{it} r_{it}/G$ при принуждении и $s_{it}^{(z_{it})} = z_{it}/G$ при побуждении ($z_{it} = 0, 1, \ldots, G$). В случае побуждения при выборе значений z_{it} учитывается условие $\sum_{i=1}^N s_{it}^{(z_{it})} = 1$, которое должно выполняться при $t = 1, \ldots, T$. В результате у ведущего при $t = 1, \ldots, T$ для каждого ведомого имеется не более чем $(G + 1)$ сценарий. Задается текущая стратегия ведущего из множества его допустимых управлений $\left\{ s_{it}^{(z_{it})} \right\}_{i,t=1}^{N(T)}$.

2. Области допустимых управлений ведомых (5) разбиваются при каждом $t = 1, \ldots, T$ на K частей точками $u_{it}^{(k_{tj})} = q_{it}^{(z_{it})} + k_{it}(r_{it} - q_{it}^{(z_{it})})/K,\ \ k_{it} = 0, 1, \ldots, K$ ($i = 1, \ldots, N$). В случае побуждения $q_{it}^{(z_{it})} = 0$. Путем прямого упорядоченного перебора управлений ведомых ($k_{it} = 0, 1, \ldots, K$) при каждом $t = 1, 2, \ldots, T$ строится равновесие Нэша, то есть находятся сеточные функции $\left\{u_{it}^{NE}(w_{it}^{(z_{it})})\right\}_{t=1}^T$, $i = 1, 2, \ldots, N$, при которых (4) с учетом (5), (6) принимают наибольшие значения среди перебираемых.

4. Найденные на предыдущем шаге стратегии ведомых $\left\{u_{it}^{NE}(w_{it}^{(z_{it})})\right\}_{t=1}^T$ ($i = 1, 2, \ldots, N$) подставляются в (1), (6). Ведущий игрок выбирает свою программную стратегию таким образом, чтобы максимизировать выигрыш (1) на множестве равновесий Нэша $\left\{u_{it}^{NE}(w_{it}^{(z_{it})})\right\}_{t=1}^T$ ($i = 1, 2, \ldots, N$) с учетом (2) или (3) и (6). Если число перебираемых управлений (сценариев) ведущего не исчерпано, то проводится выбор его новой стратегии. После этого необходимо вернуться на пункт 3 алгоритма.

5. Таким образом, определяется приближение к равновесию системы, т. е. набор величин $\left\{\left\{w_{it}^*\right\}_{t=1}^T, \left\{u_{it}^{NE}(w_{it}^*)\right\}_{t=1}^T\right\}_{i=1}^N$.

При выборе новой текущей стратегии одного из ведомых используется метод прямого упорядоченного перебора с постоянным шагом [Когай, Фадеев, 2001]. Интервал неопределенности при определении, например, стратегии i-го ведомого при побуждении есть $\varepsilon = r_i/(K + 1)$.

За конечное число итераций предложенный алгоритм имитационного моделирования позволяет построить приближенное решение модели (1)–(6) или сделать вывод, что равновесия не существует. Достоверность и эффективность предложенного алгоритма следуют из свойств методов сценариев и прямого упорядоченного перебора с постоянным шагом.

Алгоритм имитационного моделирования на основе метода сценариев для задачи (1)–(6) в случае игры Гермейера состоит в следующем.

1. Область допустимых управлений ведущего ((3) при побуждении и (2) при принуждении) разбивается при каждом $t = 1, \dots, T$ для каждого ведомого ($i = 1, \dots, N$) на G частей точками $q_{it}^{(z_{it})} = z_{it} r_{it}/G$ при принуждении и $s_{it}^{(z_{it})} = z_{it}/G$ при побуждении ($z_{it} = 0, 1, \dots, G$). В случае побуждения при выборе значений z_{it} учитывается условие $\sum_{i=1}^{N} s_{it}^{(z_{it})} = 1$, которое должно выполняться при $t = 1, \dots, T$. В результате у ведущего в каждый момент времени для каждого ведомого имеется не более чем $(G + 1)$ сценарий.

2. Области допустимых управлений ведомых (5) разбиваются при каждом $t = 1, \dots, T$ на K частей точками $u_{it}^{(k_{it})} = q_{it}^{(z_{it})} + k_{it}(r_{it} - q_{it}^{(z_{it})})/K$, $k_{ij} = 0, 1, \dots, K$ ($i = 1, \dots, N$). При побуждении $q_{it}^{(z_{it})} = 0$. Путем перебора стратегий ведущего, т. е. сеточных функций $(w_{it}^{(z_{it})})_{i,t=1}^{N(T)}$ ($z_{it} = 0, 1, \dots, G$) и реакций ($k_{it} = 0, 1, \dots, K$) каждого ведомого ($i = 1, 2, \dots, N$) при каждом $t = 1, 2, \dots, T$ определяются стратегии наказания ведомых ведущим $w^P = \left\{w_{it}^P\right\}_{i,t=1}^{N(T)}$ и гарантированный выигрыш ведомых, если они отказываются сотрудничать с ведущим $(L_F)_i$; $i = 1, \dots, N$.

3. Для каждого управления (сценария) ведущего $(w_{it}^{(z_{it})})_{i,t=1}^{N(T)} \in W$ ($z_{it} = 0, 1, \dots, G$) путем прямого упорядоченного перебора возможных стратегий ($k_{it} = 1, 2, \dots, K$) каждого ведомого ($i = 1, 2, \dots, N$) при каждом $t = 1, 2, \dots, T$ находится максимум (1) при условиях (5), (2) или (3) и дополнительных условиях $(L_F)_i < J_i(\left\{u_{it}\right\}_{t=1}^{T}, x(t))$. Решения указанных задач оптимального управления обозначим $\left\{u_i^R(\left\{w_{it}^{(z_{it})}\right\}_{t=1}^{T})\right\}_{i=1}^{N}$. Из них выбирается пара $(\left\{w_{it}^{(*)}\right\}_{i,t=1}^{N(T)}, \left\{u_i^R(\left\{w_{it}^{(*)}\right\}_{t=1}^{T})\right\}_{i=1}^{N})$, доставляющая максимум (1).

4. При экономически разумных ведомых равновесие имеет вид $\left(\left\{w_{it}^{(*)}\right\}_{i,t=1}^{N(T)}, \left\{u_i^R(\left\{w_{it}^{(*)}\right\}_{t=1}^{T})\right\}_{i=1}^{N}\right)$.

Численное исследование модели

В сделанных предположениях возможны четыре информационных регламента для модели (1)–(6) — игры Штакельберга и Гермейера, каждая в случае побуждения и принуждения. Численное исследование на тестовых примерах проведено в каждом случае.

Примем следующие обозначения для выигрышей ведущего(J_{NE}^{ind}) и индексов системной согласованности ($K_{NE}^{ind} = J_{NE}^{ind}/J_{\max}^{ind}$) при побуждении или принуждении в игре Штакельберга ($ind = comp - st$ или $ind = imp - st$) или Гермейера ($ind = comp - ger$ или $ind = imp - ger$) соответственно; $J_{\max}^{ind}$ — выигрыш ведущего в соответствующей игре, в случае когда все ведомые максимизируют (1).

Численное исследование проводилось согласно алгоритмам, сформулированным в пункте 4, для следующего набора входных функций:

$D(q(t)) = \sum_{i=1}^{n} \overline{\overline{C}}_i(t) q_i(t)/(r_i - q_i(t) + \varepsilon)$, $\overline{C}_i(t)$, $\overline{\overline{C}}_i(t)$ — заданные функции, $\varepsilon \ll 1$, $g_i(u) = A_i u^2$, $h(x) = B\sqrt{x}$

и следующих входных данных:

$\overline{C}_i(t) = 40$, $\overline{\overline{C}}_i(t) = 40$ ($i = 1, 2$), $p_1 = 10$, $p_2 = 15$, $r_1 = 10$, $r_2 = 15$, $x_0 = 100$, $A_1 = 0.7$, $A_2 = 0.5$, $T = 3$, $\rho = 0.1$, $B = 0.3$.

В таблицах 1–4 в примере 1 использованы указанные выше входные данные; в примере 2 — помимо них $\overline{C}_1(t) = \overline{C}_2(t) = 10$; в примерах 3 и 4 — $p_1 = 50$, $p_2 = 75$ и $r_1 = 50$, $r_2 = 65$ соответственно; в примерах 5 и 6 — $r_1 = 1$, $r_2 = 1.5$ и $x_0 = 10$.

В таблицах 1, 2 приведены результаты исследования игр Штакельберга в случае побуждения ($q_i = 0$, $i = 1, 2$) и принуждения ($s_i = 1/2$, $i = 1, 2$) соответственно, а в таблицах 3, 4 — игр Гермейера. Во всех примерах оптимальные стратегии субъектов зависят от выбранного метода управления и реализуемого информационного регламента. Сделанные выводы приведены в заключении.

Таблица 1. Результаты исследования в случае побуждения для игры Штакельберга

Пример	1, 2	3	4	5	6
$u_1^*(t_k)$ $(k = 1, 2, 3)$	10; 10; 0	0; 0; 0	50; 50; 50	0; 0; 0	10; 10; 0
$u_2^*(t_k)$ $(k = 1, 2, 3)$	0; 0; 0	0; 0; 0	65; 65; 65	0; 0; 0	0; 0; 0
$s_1^*(t_k)$ $(k = 1, 2, 3)$	0; 2/3; 1	0; 0; 0	0; 1/3; 1/3	0; 0; 0	0; 2/3; 1
$s_2^*(t_k)$ $(k = 1, 2, 3)$	1; 1/3; 0	1; 1; 1	1; 2/3; 2/3	1; 1; 1	1; 1/3; 0
$x(T)$	251	109	11735	109	157
J_1^{IMP-ST}(т. р.)	395	1232	5039	24	2569
J_2^{IMP-ST}(т. р.)	778	3033	13667	316	669
J_{NE}^{IMP-ST}(т. р.)	545	260	18706	260	315
$J_{\max}^{IMP-ST}$(т. р.)	1136	1136	18706	269	907
K_{NE}^{IMP-ST}	0.48	0.23	1	0.97	0.35

Таблица 2. Результаты исследования в случае принуждения для игры Штакельберга

Пример	1	2	3	4	5	6
$u_1^*(t_k)$ $(k = 1, 2, 3)$	10; 10; 0	10; 10; 6,6	6,6; 0; 0	50; 50; 50	0; 0; 0	10; 10; 0
$u_2^*(t_k)$ $(k = 1, 2, 3)$	15; 10; 0	15; 10; 10	10; 10; 0	65; 65; 65	0; 0; 0	15; 10; 0
$q_1^*(t_k)$ $(k = 1, 2, 3)$	3,3; 6,6; 0	3,3; 6,6; 6,6	6,6; 0; 0	0; 0; 0	0; 0; 0	3,3; 6,6; 0
$q_2^*(t_k)$ $(k = 1, 2, 3)$	10; 10; 0	10; 10; 10	10; 10; 0	0; 0; 0	0; 0; 0	10; 10; 0
$x(T)$	416	497	242	11735	109	323
J_1^{IMP-ST} (т.р.)	525	506	1201	9353	155	411
J_2^{IMP-ST}(т. р.)	679	598	1750	9353	185	565
J_{NE}^{IMP-ST}(т. р.)	681	878	331	18706	260	452
$J_{\max}^{IMP-ST}$ (т.р.)	1136	1136	1136	18706	269	907
K_{NE}^{IMP-ST}	0,6	0,77	0,29	1	0,97	0,5

Таблица 3. Результаты исследования в случае побуждения для игры Гермейера

Пример	1, 2	3	4	5	6
$u_1^*(t_k)$ $(k = 1, 2, 3)$	10; 10; 10	0; 0; 0	50; 50; 50	0; 0; 0	10; 10; 10
$u_2^*(t_k)$ $(k = 1, 2, 3)$	15; 15; 5	0; 0; 0	65; 65; 65	0; 0; 0	15; 15; 10
$s_1^*(t_k)$ $(k = 1, 2, 3)$	0; 0; 2/3	1/3; 1/3; 1/3	0; 0; 1/3	1/3; 1/3; 1/3	0; 0; 2/3
$s_2^*(t_k)$ $(k = 1, 2, 3)$	1; 1; 1/3	1/3; 1/3; 1/3	1; 1; 2/3	1/3; 1/3; 1/3	1; 1; 1/3
$x(T)$	562	109	11735	109	505
J_1^{IMP-ST} (т.р.)	277	1232	2898	24	249
J_2^{IMP-ST}(т. р.)	895	2772	15808	55	666
J_{NE}^{IMP-ST}(т. р.)	1062	260	18706	260	861
$J_{\max}^{IMP-ST}$(т. р.)	1136	1136	18706	269	907
K_{NE}^{IMP-ST}	0,93	0.23	1	0.97	0.95

Заключение

На основе проведенных расчетов можно сделать следующие выводы.

1. В данной постановке для достаточно широкого класса входных данных интересы субъектов нижнего и верхнего уровней в игре Штакельберга при побуждении плохо согласованы,

Таблица 4. Результаты исследования в случае принуждения для игры Гермейера

Пример	1, 2, 3	4	5	6
$u_1^*(t_k)$ $(k = 1, 2, 3)$	10; 10; 10	50; 50; 50	1; 1; 1	10; 10; 10
$u_2^*(t_k)$ $(k = 1, 2, 3)$	15; 15; 15	65; 65; 65	1.5; 1.5; 1.5	15; 15; 15
$q_1^*(t_k)$ $(k = 1, 2, 3)$	0; 0; 0	0; 0; 0	0; 0; 0	0; 0; 0
$q_2^*(t_k)$ $(k = 1, 2, 3)$	0; 0; 0	0; 0; 0	0; 0; 0	0; 0; 0
$x(T)$	662	11735	114	568
J_1^{IMP-ST}(т. р.)	568	9353	132	453
J_2^{IMP-ST}(т. р.)	568	9353	133	453
J_{NE}^{IMP-ST}(т. р.)	1136	18706	269	907
$J_{\max}^{IMP-ST}$(т. р.)	1136	18706	269	907
K_{NE}^{IMP-ST}	1	1	1	1

индекс системной согласованности невелик. Например, при малом доходе от производимой продукции в начальный момент времени или малом доходе агента от реализации своих частных интересов он близок к 0.2–0.3. В случае принуждения в игре Штакельберга ситуация для большинства входных данных меняется, индекс системной согласованности возрастает и необходимость в иерархическом управлении исчезает. В игре Гермейера для большинства входных данных индекс системной согласованности близок к единице при побуждении, а при принуждении просто равен единице. Именно в этом состоит преимущество информационного регламента игры Гермейера по сравнению с игрой Штакельберга. Но для реализации регламента игр Гермейера ведущий должен обладать значительными возможностями воздействия на ведомых.

2. С ростом затрат ведущего на административный контроль при принуждении индекс системной согласованности, как и доход ведущего, растут, доходы ведомых падают. С ростом доходов от реализации частных интересов индекс системной согласованности и доход ведущего падают, доходы ведомых растут. С ростом временных ресурсов ведомых индекс системной согласованности, как и доходы всех субъектов, растет. С ухудшением начального состояния системы доходы субъектов падают, а индекс системной согласованности растет.

3. При реализации информационного регламента игры Гермейера модель полностью согласована при принуждении для широкого класса входных функций (индекс системной согласованности равен 1).

4. Выбор наиболее эффективного метода иерархического управления (принуждение или побуждение) зависит от входных параметров модели. В большинстве случаев больший доход ведущему и лучшую системную согласованность обеспечивает принуждение, и только в отдельных случаях — побуждение.

5. В игре Штакельберга, в отличие от игры Гермейера, с ростом дохода от производимой продукции в начальный момент, временных ресурсов агентов или доходов агентов от реализации своих частных интересов индекс системной согласованности растет, а при большом (больше 1000) доходе от производимой продукции в начальный момент времени он близок к единице.

6. С ужесточением административного контроля за агентами при принуждении в игре Штакельберга, в отличие от игры Гермейера, индекс системной согласованности падает.

7. Увеличение доходов ведомых от реализации своих частных интересов приводит к резкому росту их доходов в игре Штакельберга и практически не меняет их доходы для достаточно

широкого класса входных данных в игре Гермейера. Доход ведущего при этом падает. Ведущему невыгодно увеличение доходов агентов от частной деятельности.

8. Увеличение временных ресурсов ведомых выгодно и им, и ведущему и в игре Гермейера, и в игре Штакельберга. Ужесточение административного контроля за агентами при принуждении в игре Штакельберга и в игре Гермейера увеличивает доход ведущего, доходы ведомых не возрастают.

Таким образом, математическое моделирование инновационного развития корпораций помогает выбрать информационный регламент и метод иерархического управления, которые обеспечивают максимальный экономический эффект от внедрения инноваций для всех субъектов и лучшую системную согласованность.

Список литературы (References)

Горелик В. А., Горелов М. А., Кононенко А. Ф. Анализ конфликтных ситуаций в системах управления. — М.: Радио и связь, 1991. — 288 с.

Gorelik V. A., Gorelov M. A., Kononenko A. F. Analiz konfliktnyh situacij v sistemah upravlenija [The analysis of conflict situations in control systems]. — M.: Radio i sviaz, 1991. — 288 s. (in Russian).

Зенкевич Н. А., Петросян Л. А., Янг Д. В. К. Динамические игры и их приложения в менеджменте. — СПб.: Высшая школа менеджмента, 2009. — 415 с.

Zenkevich N. A., Petrosjan L. A., Jang D. V. K. Dinamicheskie igry i ih prilozhenija v menedzhmente [Dynamic games and its applications in management]. — SPb.: Vishaia shkola menedzhmenta. 2009. — 415 s. (in Russian).

Когай В. В., Фадеев С. И. Применение продолжения по параметру на основе метода множественной стрельбы для численного исследования нелинейных краевых задач // Сибирский журнал индустриальной математики. — 2001. — Т. 4, № 1, В. 7. — С. 83–101.

Kogaj V. V., Fadeev S. I. Primenenie prodolzhenija po parametru na osnove metoda mnozhestvennoj strelby dlja chislennogo issledovanija nelinejnyh kraevyh zadach [Application of continuation in parameter on the basis of a method of multiple firing for numerical research of nonlinear regional problems] // Sibirskiy zurnal indystrialnoi matematiki. — 2001. — T. 4, No. 1, V. 7. — S. 83–101 (in Russian).

Никитина А. В. и др. Дифференциально-игровая модель предотвращения заморов в мелководных водоемах // Управление большими системами. — 2015. — Вып. 55. — С. 343–361.

Nikitina A. V. i drugie Differencialno-igrovaja model predotvrashhenija zamorov v melkovodnyh vodoemah [Differential and game model of prevention of zamor in shallow reservoirs] // Upravlenie bolshimi sistemami. — 2015. — Vip. 55. — S. 343–361 (in Russian).

Новиков Д. А., Иващенко А. А. Модели и методы организационного управления инновационным развитием фирмы. — М.: КомКнига, 2006. — 332 с.

Novikov D. A., Ivashenko A. A. Modeli i metody organizacionnogo upravlenija innovacionnym razvitiem firmy [Models and methods of organizational management by innovative development of companies]. — M.: Komkniga, 2006. — 332 s. (in Russian).

Павловский Ю. Н. Имитационные модели и системы. — М.: Фазис ВЦ РАН, 2000. — 134 с.

Pavlovskij J. N. Imitacionnye modeli i sistemy. [Imitating models and systems]. — M.: Fazis VC RAN, 2000. — 134 s. (in Russian).

Угольницкий Г. А. Управление устойчивым развитием активных систем. — Ростов-на-Дону: Издательство Южного федерального университета, 2016. — 940 с.

Ougolnickij G. A. Upravlenie ustojchivym razvitiem aktivnyh sistem. [Control of a sustainable development of active systems]. — Rostov-nan-Dony.: Izdatelstvo Iyznogo federalnogo universiteta, 2016. — 940 s. (in Russian).

Угольницкий Г. А., Усов А. Б. Исследование дифференциальных моделей иерархических систем управления путем их дискретизации // Автоматика и телемеханика. — 2013. — № 2. — С. 109–122.

Ougolnickij G. A., Usov A. B. Research of differential models of hierarchical control systems by their sampling // Automation and Remote Control. — 2013. — No. 2. — P. 109–122. (Russ. ed.: *Ougolnickij G. A., Usov A. B.* Issledovanie differencialnyh modelej ierarhicheskih sistem upravlenija putem ih diskretizacii // Avtomatika i telemehanika. — 2013. — No. 2. — S. 109–122.)

Угольницкий Г. А., Усов А. Б. Равновесия в моделях иерархически организованных динамических систем с учетом требований устойчивого развития // Автоматика и телемеханика. — 2014. — № 6. — С. 86–102.

Ougolnickij G. A., Usov A. B. Balance in models of hierarchically organized dynamic systems taking into account requirements of a sustainable development// Automation and Remote Control. — 2014. — No. 6. — P. 86–102. (Russ. ed.: *Ougolnickij G. A., Usov A. B.* Ravnovesija v modeljah ierarhicheski organizovannyh dinamicheskih sistem s uchetom trebovanij ustojchivogo razvitija // Avtomatika i telemehanika. — 2014. — No. 6. — S. 86–102 (in Russian).

Угольницкий Г. А., Усов А. Б., Рыжкин А. И. Метод побуждения в играх Гермейера при моделировании трехуровневой системы управления судовыми балластными водами // Компьютерные исследования и моделирование. — 2014. — Т. 6. № 4. — С. 535–542.

Ougolnickij G. A., Usov A. B., Ryzhkin A. I. Metod pobuzhdenija v igrah Germejera pri modelirovanii trehurovnevoj sistemy upravlenija sudovymi ballastnymi vodami/ [The compulsion metod in Germeyer's games when modeling a three-level control system of ship ballast waters] // Komputernie issledovania i modelirovanie. — 2014. — T. 6. No. 4. — S. 535–542 (in Russian).

Угольницкий Г. А., Усов А. Б., Рыжкин А. И. Метод принуждения в играх Гермейера при моделировании трехуровневой системы управления судовыми балластными водами // Компьютерные исследования и моделирование. — 2015. — Т. 7, No. 2. — С. 281–288.

Ougolnickij G. A., Usov A. B., Ryzhkin A. I. Metod prinuzhdenija v igrah Germejera pri modelirovanii trehurovnevoj sistemy upravlenija sudovymi ballastnymi vodami [The impulsion method in Germeyer's games when modeling a three-level control system of ship ballast waters] // Komputernie issledovania i modelirovanie. — 2015. — T. 7, No. 2. — S. 281–288 (in Russian).

Basar T., Olsder G. Y. Dynamic Non-Cooperative Game Theory. — Philadelphia: Country-region place SIAM, 1999. — 519 p.

Basar T., Zhu Q. Prices of Anarchy, Information, and Cooperation in Differential Games // J. Dynamic Games and Applications. — 2011. — Vol. 1. — P. 50–73.

Benchekroun H., Long N. V The build up of cooperative behavior among non-cooperative selfish agents // Journal of Economic Behavior and Organization. — 2008. — Vol. 67(1). — P. 243–252.

Dockner E., Jorgensen S., Long N. V., Sorger G. Differential Games in Economics and Management Science. — Cambridge: Cambridge University Press, 2000. — 396 p.

Dockner E., Long N. V. International pollution control: Cooperative versus non-cooperative strategies // Journal of Environmental Economics and Management. — 1993. — Vol. 25. — P. 13–29.

Fershtman C., Nitzan S ynamic voluntary provision of public goods // European Economic Review. — 1991. — Vol. 35. — P. 1057–1067.

Jorgensen S., Zaccour G. Differential Games in Marketing. — Kluwer: Kluwer Academic Publishing, 2004. — 176 p.

Kemp M. C., Long N. V. Foreign aid in the presence of corruption: A differential game // Review of International Economics. — 2009. — Vol. 17(2). — P. 230–243.

Long N. V. A Survey of Dynamic Games in Economics // World Scientific Publishing, 2010. — 292 p.

Wirl F. Dynamic voluntary provision of public goods: Extension to nonlinear strategies // European Journal of Political Economy. — 1996. — Vol. 12. — P. 555–560.

Yanase A. Pollution control in open economies: Implications of within-period interactions for dynamic game equilibrium // Journal of Economics. — 2005. — Vol. 54(3). — P. 217–311.

Yanase A. Dynamic games of environmental policy in a global economy: Taxes versus quotas // Review of International Economics. — 2007. — Vol. 15(3). — P. 592–611.