А. В. Михайлов, О методе проектирования автоматических регуляторов, предложенном проф. Г. В. Щипановым, *Автомат. и телемех.*, 1940, выпуск 5, 129–143

О МЕТОДЕ ПРОЕКТИРОВАНИЯ АВТОМАТИЧЕСКИХ РЕГУЛЯТОРОВ, ПРЕДЛОЖЕННОМ ПРОФ. Г. В. ЩИПАНОВЫМ[1]

Общие замечания

В своем методе проектирования автоматических регуляторов[1] проф. Г. В. Щипанов основной задачей авторегулирования считает «компенсацию влияния возмущающих сил на машину или процесс» (см. стр. 50). Согласно этому методу, задача расчета регулятора, «прежде всего, есть вопрос о числе степеней свободы его (регулятора), обеспечивающих придание машине или процессу заданных свойств и поведения».

На основании формально-математического исследования трех систем дифференциальных уравнений, каждая из которых описывает отдельную физическую систему авторегулирования (с одностепенным, двухстепенным и трехстепенным регуляторами), проф. Щипанов приходит к выводу о необходимости применения регулятора с тремя степенями свободы, как обеспечивающего, по его мнению, полную независимость регулируемого параметра от внешних воздействий, а также сводящего к нулю погрешность регулирования от твердого трения в сервомоторе. Значения постоянных этого трехстепенного регулятора должны удовлетворять при этом некоторому математическому условию, которое проф. Щипанов назвал условием полной компенсации (влияния внешних воздействий). Такому регулятору он дал название «идеального».

Настоящая статья имеет своей целью показать физическую сущность математических условий проф. Щипанова и дать практическую оценку метода расчета регуляторов, предложенного им.

Кроме того, имея своей целью выявить элементы рационального, содержащиеся в работе проф. Щипанова, автор настоящей статьи не ограничился констатацией факта практической непригодности условий проф. Щипанова[2]. Использовав для своих исследований метод гармонического анализа, автор сформулировал ряд указаний для проектирования авторегулирующих систем.

Для удобства сопоставления наших выводов с выводами, сделанными в статье проф. Щипанова, мы полностью используем его обозначения.

Одностепенный регулятор (прямого действия)

Система авторегулирования с одностепенным регулятором состоит из объекта регулирования (машины) и регулятора прямого действия, т. е. без усилительных устройств.

Символические уравнения для объекта и регулятора соответственно имеют вид:

$$\Phi\varphi + T_{\text{ф}}\theta = f(t); \quad T\theta + \Phi_\theta\,\varphi = 0. \tag{1}$$

Здесь имеем: φ — регулируемый параметр объекта регулирования[3], θ — параметр регулятора, воздействующий на объект регулирования. Параметры φ и θ суть функции времени. Функция $f(t)$ — есть внешняя, нарушающая сила; t — время.

Далее, в системе (1): Φ, $T_{\text{ф}}$, T, Φ_θ — функции вида полиномов не выше второй степени относительно p, с постоянными действительными коэффициентами, именно:

$$\Phi = Ip^2 + K_m p + K, \tag{2}$$

$$T = Jp^2 + L_m p + L, \tag{3}$$

$$\Phi_\theta = Ap^2 + Bp + C, \tag{4}$$

где $p = \dfrac{d}{dt}$ — символ дифференцирования.

Функции $T_{\text{ф}}$ проф. Щипанов дает частное значение:

$$T_{\text{ф}} = D = \text{действ. постоянная.} \tag{5}$$

---

[1] См. «Автоматика и телемеханика» № 1, 1939.

[2] В отличие от критической статьи Л. Н. Михайлова «По поводу статьи проф. Щипанова», «Вестник инженеров и техников», № 11, 1939.

[3] В дальнейшем для краткости мы будем называть его также машиной.

Физический смысл первого уравнения системы (1) сводится к тому, что сумма внешних сил, действующих на машину $[f(t) - T_{\varphi}\theta]$, состоящая из внешней силы и силы воздействия регулятора, в динамике уравновешивается суммой внутренних сил машины (Φ_{φ}).

Внешняя для машины сила ($-T_{\varphi}\theta$), учитывая выражение (5), прямо пропорциональна параметру θ регулятора. Для ее получения необходимо вспомогательное устройство, преобразовывающее координату регулятора в силу, действующую на машину.

Второе уравнение системы (1) выражает равенство внешних (относительно регулятора) сил $(-\Phi_{\theta}\,\varphi)$, действующих на регулятор, сумме внутренних сил регулятора ($T\theta$).

Внешняя для регулятора сила $(-\Phi_{\theta}\,\varphi)$, равная:

$$-\Phi_{\theta}\,\varphi = -(Ap^2 \mp Bp \mp C)\,\varphi, \tag{4a}$$

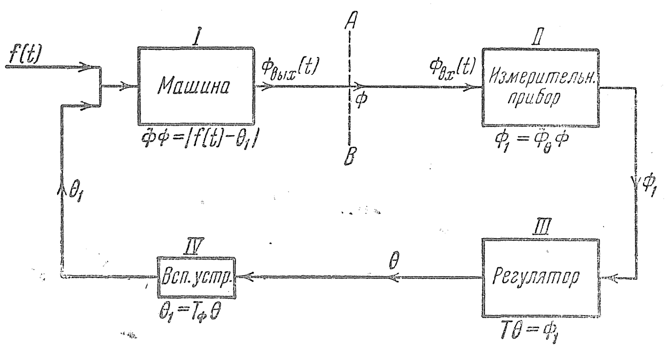
состоит из трех составляющих, пропорциональных соответственно параметру φ и первым двум его производным. Для создания этой силы необходимо также вспомогательное устройство. Это устройство Г. В. Щипанов называет «измерительным прибором». Постоянные A, B и C, характеризующие «измерительный прибор», не являются моментом его инерции, коэффициентом вязкого трения и т. д. Это очевидно из выражения (4a), которое не содержит производных от собственной координаты θ регулятора. «Измерительный прибор» преобразует координату машины φ в пропорциональную силу, создавая одновременно силы, пропорциональные первой и второй производной от φ. Такое устройство правильнее было бы назвать дифференцирующим устройством.

Если считать все постоянные, входящие в выражения для Φ, T_{φ}, T и Φ_{θ}, существенно положительными, а символу p приписать знак плюс, то в системе уравнений (1) знаки перед членами $\Phi\varphi$, $T_{\varphi}\theta$ и т. д. следует отнести к параметрам φ и θ. Эти знаки, следовательно, определяют собой относительное направление координат φ и θ как для машины, так и для регулятора. В этих условиях система (1) описывает неустойчивый процесс регулирования.

Мы проведем анализ для устойчивой системы. Для такой системы будем иметь:

$$\left.\begin{aligned} \Phi\varphi \mp T_{\varphi}\theta &= f(t), \\ T\theta - \Phi_{\theta}\,\varphi &= 0. \end{aligned}\right\} \tag{1a}$$

На фиг. 1 показана схема соединения отдельных элементов исследуемой авторегулирующей системы, описываемой уравнениями (1a).



Фиг. 1

I — объект регулирования, *II* — измерительный прибор, *III* — регулятор, *IV* — вспомогательное устройство. (Стрелки показывают направление воздействий)

Исключение введенных нами на схеме (фиг. 1) вспомогательных переменных φ_1 и θ_1 из уравнений, подписанных под квадратами, как раз и дает систему (1a).

Воздействия φ, φ_1, θ и θ_1 образуют замкнутый контур и, как это оч видно из схемы, в этом контуре они распространяются лишь в одном направлении от звена *I* к звену *II* и т. д. Это свойство, присущее отдельным звеньям, мы в дальнейшем будем называть свойством детектирования воздействий[1].

[1] Более подробное определение свойства детектирования и соответствующие примеры см. «Автоматика и телемеханика» № 3, 1938 — А. В. Михайлов. Метод гармонического анализа в теории регулирования и «Ж.Т.Ф.» № 1, 1939 — А. В. Михайлов, «Теория устойчивости линейных цепей обратной связи».

В первом приближении можно считать, что схема, показанная на фиг. 1, практически осуществима, если отвлечься от условия компенсации проф. Щипанова.

Нашей задачей является исследование поведения параметра φ во времени при воздействии на систему внешней силы $f(t)$. Рассматривая в уравнениях (1а) символ $p = \frac{d}{dt}$ как оператор Хивисайда, придавая функции $f(t)$ частное значение $f(t) = [1]$ (единичная функция Хивисайда) и решая (1а) относительно φ, получим операторное уравнение:

$$\varphi(t) = \frac{T(p)}{\Phi(p)T(p) + T_{\varphi}(p)\Phi_{\theta}(p)}[1] = f(p)[1]. \tag{6}$$

Здесь $T(p)$, $\Phi(p)$... суть функции от оператора p, соответствующие функциям T, Φ, ... уравнениях (1а).

Проф. Щипанов предлагает в целях нейтрализации влияния силы $f(t)$ на угол поворота φ машины положить равной нулю функцию:

$$T(p) = Jp^2 + L_m p + L = 0, \tag{3а}$$

т. е. положить

$$J = L_m = L = 0.$$

Допустим, что функция (3) стремится к нулю так, что сначала делаются равными нулю постоянные J и L_m. После этого, обозначая L через T_1, условие проф. Щипанова запишем так:

$$T_1 = L = \text{действ. число} \to 0. \tag{7}$$

Решение уравнения (6) в этом случае для нулевых начальных условий будет[1]:

$$\varphi(t) = \frac{T_1}{2\pi i}\int\limits_{\sigma - i\infty}^{\sigma + i\infty} \frac{e^{pt}}{p} f_1(p)\,dp, \tag{8}$$

где $f_1(p)$ получена из $f(p)$ [см. (6)] заменой в последней $T(p)$ на T_1 [см. (7)] и вынесением за знак интеграла постоянной T_1.

Из (8) очевидно, что при выполнении условия (7) функция $\varphi(t)$ стремится к значению нуль *для любого момента времени*. Следовательно, в переходном режиме, вызванном внезапным приложением к машине постоянной по величине внешней силы $f(t) = [1]$, отклонений параметра φ, при выполнении условия $T_1 \to 0$, не последует. Проф. Щипанов сделал иной вывод (см. стр. 57). Он пришел к ошибочному заключению, что в свободных колебаниях φ изменяться будет, причем закон этого изменения подчинен якобы уравнению:

$$(Ap^2 + Bp + C)\varphi = 0. \tag{α'}$$

Для выявления причины ошибочного вывода проф. Щипанова дадим правильный ход рассуждений, не прибегая к интегралу Бромвича (8).

Возьмем уравнение (6) из статьи Г. В. Щипанова (стр. 56):

$$\begin{vmatrix} \Phi T_{\varphi} \\ \Phi_{\theta} T \end{vmatrix} \varphi = Tf(t). \tag{α}$$

Полагая $T \to 0$, будем считать, как и прежде [см. (7)], что сначала делаются равными нулю постоянные J и L_m при производных. Тогда условие $T \to 0$ запишется:

$$T_1 = L = \text{действ. число} \to 0. \tag{7}$$

Уравнение (α) теперь перейдет в дифференциальное уравнение:

$$\frac{\Phi T_1 - \Phi_{\theta} T_{\varphi}}{T_1}\varphi = f(t). \tag{β}$$

Число T_1 мы перенесли в знаменатель левой части уравнения (β), ибо нашей задачей является узнать поведение функции φ при воздействии на систему внешней силы $f(t)$, а не силы $f(t)T_1$, которая при $T_1 = 0$ *делается равной нулю*.

Переписав уравнение (β) в виде:

$$\left(\Phi - \frac{\Phi_{\theta} T_{\varphi}}{T_1}\right)\varphi = f(t), \tag{γ}$$

замечаем, что при $T_1 \to 0$, членом Φ, входящим в сумму левой части, можно пренебречь.

---

[1] См. Лурье. Операционное исчисление, ОНТИ, 1938, стр. 33.

Подставляя сюда, кроме того, выражения для Φ_θ и $T_ф$ из уравнений (4) и (5), получаем (при $T_1 \to 0$):

$$-\left(\frac{D}{T_1} Ap^2 \pm \frac{D}{T_1} Bp \pm \frac{D}{T_1} C\right) ф = f(t), \qquad (\delta)$$

из которого очевидно, что при $T_1 \to 0$ коэффициенты при $p^2 ф$, $pф$ и $ф$ стремятся к бесконечности.

Рассматривая уравнение (δ) как уравнение некоторой механической колебательной системы, заключаем, что уменьшение T_1 равносильно увеличению момента инерции и коэффициентов вязкого трения и пружины. Очевидно, что перемещения $ф$ этой системы под действием внешней силы $f(t)$ конечной величины, при $T_1 \to 0$, будут безгранично уменьшаться.

Свободное состояние системы, очевидно, будет описываться уравнением (при $T_1 \to 0$):

$$\left(\frac{D}{T_1} Ap^2 \pm \frac{D}{T_1} Bp + \frac{D}{T_1} C\right) ф = 0,$$

а не уравнением (α').

Переход к случаю $T_1 = 0$ недопустим, ибо он дал бы уравнение $\infty = 0$.

Возвратимся к исследованию системы операторным методом.

Если функция внешней силы $f(t)$ не является единичной функцией [1], а имеет произвольный характер и если изображение этой функции есть $\varphi(p)$, то $ф(t)$ найдется согласно уравнению:

$$ф(t) = \frac{T_1}{2\pi i} \int\limits_{\sigma - i\infty}^{\sigma + i\infty} \frac{e^{pt}}{p} f_1(p) \varphi(p) dp, \qquad (9)$$

из которого очевидно, что и в этом случае условие (7) обеспечивает тот же эффект, что и при $f(t) = [1]$.

На основании проведенного исследования следует, между прочим, сделать вывод, что одностепенный регулятор проф. Щипанова (так же, как и двухстепенный, и трехстепенный регуляторы, что станет очевидным из дальнейшего) не имеет ничего общего с так называемым изодромным регулятором, который обеспечивает независимость регулируемого параметра от внешних сил при установившихся режимах, но не обеспечивает этой независимости во время переходных процессов.

Обратимся к вопросу устойчивости рассматриваемой системы. Об устойчивости можно судить по характеру корней импеданцной функции [1] $Z(p)$ — [см. (6)]:

$$Z(p) = \Phi(p)\, T(p) \pm \Phi_\theta(p)\, T_ф(p). \qquad (10)$$

Уравнение (10) есть характеристическое уравнение системы. Если действительные части всех корней этого уравнения отрицательны, то система устойчива, и наоборот. Учитывая выражения для $\Phi(p)$, $T(p)$... и т. д., заключаем, что уравнение (10) имеет четвертую степень. Применение критерия Гурвица наглядно показывает, что уменьшать в произвольном отношении коэффициенты функции $T(p)$ [см. (3)], с точки зрения устойчивости,— недопустимо.

Имеется лишь один способ уменьшения этих коэффициентов: сначала сделать равными нулю коэффициенты J и L_m при производных, а затем уже стремить к нулю свободный член L.

Отсюда можно сделать такой вывод: к выполнению условия Г. В. Щипанова можно приблизиться, не нарушая условия устойчивости системы, лишь в том случае, если регулятор *III* (см. фиг. 1) будет описываться уравнением без производных, т. е. если регулятор будет «безинерционным» [2].

В этом случае $T(p) = T_1 = L$ [см. (7)]. Физический смысл условия проф. Щипанова, записанного в виде [7] (т. е. при условии $J = L_m = 0$), обозначает, что чувствительность такого безинерционного регулятора должна стремиться к бесконечности.

Поскольку условие $J = L_m = 0$ практически никогда не осуществимо, постольку никогда практически не осуществимо и условие проф. Щипанова $T = 0$, если даже исходить лишь из соображений устойчивости.

Более того, если бы и оказалось возможным приблизиться к условию $T = 0$, еще не нарушая условия устойчивости, то и в этом случае эту возможность не

---

[1] См. Эфрос и Данилевский. Операционное исчисление и контурные интегралы, ОНТИ, 1937, стр. 187.

[2] Точнее, если регулятор не будет обладать временными постоянными.

удалось бы использовать практически из-за разрушающих усилий в машине, возникновение которых с неизбежностью следует ожидать при выполнении условия $T \to 0$ и при произвольном виде функции $f(t)$, представляющей собой внешнюю силу, действующую на машину I (см. фиг. 1).

Действительно, при изменении $f(t)$ угол поворота φ машины не изменится лишь при единственном условии, а именно, если сила θ_1, создаваемая регулятором III и вспомогательным устройством IV, мгновенно следуя за изменениями силы $f(t)$, будет изменяться так, чтобы в любой момент времени сохранялась неизменной сумма внешних сил, действующих на машину:

$$f(t) - \theta_1 = \text{const}.$$

Но единственной причиной, могущей вызвать нужное изменение силы θ_1, является изменяющаяся сила $f(t)$. Последняя же, согласно схеме фиг. 1, может подействовать на звенья III и IV только через машину I. Следовательно, инерционная машина оказывается на пути воздействия от $f(t)$ к θ_1. Понятно, что мгновенность передачи этого воздействия может быть получена лишь ценой больших усилий в машине, преодолевающих ее инерцию и вязкое трение, и тем больших, чем больше скорость и ускорение изменения функции $f(t)$, за которой безинерционно должна следить координата машины. Единичная функция $f(t) = [1]$ вызовет в машине бесконечно большие усилия.

В свете произведенного анализа, естественно задать вопрос: какой практический смысл имеет введенный проф. Щипановым в систему регулирования «измерительный прибор», являющийся, по существу, дифференцирующим устройством. Очевидно, что наши выводы не изменились бы ни в какой мере, если бы функцию, характеризующую «измерительный прибор», мы ограничили частным видом

$$\Phi_\theta = C = \text{const}, \tag{11}$$

подобно тому как это было сделано проф. Щипановым для функции $T_ф$ [см. (5)]. Следовательно, введение устройства II как дифференцирующего является излишним усложнением системы.

Выводы, сделанные нами в отношении физической сущности условия Г. В. Щипанова $T = 0$, приводят к заключению, что предложенный им метод расчета регуляторов для практики н е п р и е м л е м, а сама задача «полной компенсации влияния внешней силы» — никогда н е р а з р е ш и м а.

Однако мы не остановимся на констатации практической непригодности метода проф. Щипанова, а проведем более детальное исследование схемы, показанной на фиг. 1, методом гармонического анализа разомкнутых цепей авторегулирования[1]. В особенности этот метод окажется полезным при исследовании более сложных двухстепенного и трехстепенного регуляторов проф. Щипанова.

Обратимся к выражению (8) для $\varphi(t)$. Известно[2], что интеграл Бромвича, стоящий справа в этом выражении, физически представляет собой сумму бесконечно большого числа гармонических составляющих искомой функции $\varphi(t)$, соответствующих решениям уравнения (6) для установившихся режимов, для гармоник всего непрерывного спектра частот внешней силы $f(t) = [1]$.

В таком понимании уравнения (8) условие (7) проф Щипанова обозначает, что система авторегулирования, удовлетворяющая этому условию, будет иметь для установившегося режима реакцию $\overline{\varphi}$,— соответствующую внешней силе $f(t)$ вида $f_{max} \cos \omega t$,— стремящуюся к нулю, для всего непрерывного спектра круговых частот ω от нуля до ∞. И наоборот, система, установившаяся реакция $\overline{\varphi}$ которой на внешнюю силу вида $f_{max} \cos \omega t$ стремится к нулю для всех $\omega = 0 \div \infty$, удовлетворяет условию проф. Щипанова $T \to 0$.

Реакция $\overline{\varphi}$ исследуемой системы для установившегося режима крайне просто находится из операторного уравнения (6) заменой в нем оператора p на $i\omega$, а единичной функции [1] на $\overline{f} (= f_{max} \cos \omega t)$. Однако прежде чем написать выражение для $\overline{\varphi}$, мы представим уравнение (6) в более удобном для исследования виде.

Каждое из звеньев I, II, IV (см. фиг. 1) одностепенного регулятора, как уже говорилось, обладает свойством детектирования регулирующих воздействий.

---

[1] См. «Автоматика и телемеханика» № 3, 1938 — А. В. М и х а й л о в. «Метод гармонического анализа в теории регулирования; «Журнал технической физики» № 1, 1939 — А. В. М и х а й л о в «Теория устойчивости линейных цепей обратной связи».

[2] См. Zeitschr. f. Techn. Ph. № 11, 1939 — K. W. W a g n e r. Über Bedingungen und Sinn der Operatorenrechnung nach Heaviside, стр.301.

Наличие свойства детектирования у замкнутой цепи авторегулирования позволяет свести ее исследование к исследованию функции $K(p)$* (где p — оператор), определяемой уравнением [1]

$$K(p) = \frac{U_{\text{вых}}(t)}{U_{\text{вх}}(t)}, \tag{12}$$

где $U_{\text{вх}}(t)$ — воздействие, поданное на вход разомкнутой цепи, полученной в результате размыкания замкнутой детектирующей цепи на входе детектирующего звена, а $U_{\text{вых}}(t)$ — реакция разомкнутой цепи, получающаяся на выходе ее, под действием функции $U_{\text{вх}}(t)$.

Исследование функции $K(p)$ имеет то преимущество, что она является произведением более простых функций $K_1(p)$, $K_2(p), \ldots$, характеризующих собою отдельные детектирующие звенья замкнутой цепи [2]:

$$K(p) = K_1(p) \cdot K_2(p) \ldots \tag{13}$$

Это позволяет свести исследование всей системы авторегулирования, характеризующейся функцией $K(p)$, к исследованию отдельных, простых звеньев этой системы, характеризующихся функциями $K_1(p)$, $K_2(p)$, ...

Найдем функцию $K(p)$ для одностепенного регулятора. Для этого необходимо разорвать замкнутую цепь ни фиг. 1 на входе одного из детектирующих звеньев. Разорвем ее на входе звена II по линии $A-B$. Какими-либо искусственными способами подадим на «измерительный прибор» II воздействие $\varphi_{\text{вх}}(t)$ любого вида, заменяющее собой воздействие машины I.

Очевидно, что это воздействие, трансформируясь в звеньях III, IV и I, вызовет изменения угла поворота машины, которые мы обозначим через $\varphi_{\text{вых}}(t)$. При этом внешнюю силу $f(t)$ мы положим равной нулю. Функции $\varphi_{\text{вх}}(t)$ и $\varphi_{\text{вых}}(t)$, очевидно, будут связаны операторным уравнением:

$$\varphi_{\text{вых}}(t) = -\frac{T_{\text{ф}}\, \Phi_0}{T\, \Phi}\, \varphi_{\text{вх}}(t), \tag{14}$$

которое получается в результате совместного решения всех уравнений, подписанных под квадратами на фиг. 1, после того как в уравнении «измерительного прибора» положено $\varphi = \varphi_{\text{вх}}(t)$, а в уравнении машины положено: $\varphi = \varphi_{\text{вых}}(t)$ и $f(t) = 0$.

Из уравнения (14) находим выражение для функции $K(p)$

$$-\frac{\varphi_{\text{вых}}(t)}{\varphi_{\text{вх}}(t)} = K(p) = \frac{T_{\text{ф}}(p)\, \Phi_0\,(p)}{T(p)\, \Phi(p)}. \tag{15}$$

Вводя ее в уравнение (6), получим нужный для исследования вид этого уравнения:

$$\varphi(t) = \frac{1}{\left[1 \pm \frac{T_{\text{ф}}(p)\, \Phi_0\,(p)}{T(p)\, \Phi(p)}\right] \Phi(p)}\,[1] = \frac{1}{[1 \pm K(p)]\, \Phi(p)}\,[1]. \tag{6a}$$

Переходя к решениям этого уравнения для установившегося режима, для отдельных гармонических составляющих единичной функции [1] Хивисайда, получим:

$$\overline{\varphi} = \frac{1}{[1 \pm K(i\omega)]\;\Phi(i\omega)}\,\overline{f}. \tag{16}$$

Здесь

$$K(i\omega) = \frac{T_{\text{ф}}(i\omega)\, \Phi_0\,(i\omega)}{T(i\omega)\, \Phi(i\omega)}. \tag{17}$$

Условие проф. Щипанова может быть записано следующим образом:

$$|\overline{\varphi}| = \left|\frac{1}{[1 + K(i\omega)]\;\Phi(i\omega)} \cdot \overline{f}\;\right| \to 0. \quad \text{для } \omega = 0 \div \infty. \tag{18}$$

Исследование этого выражения позволит нам, в отличие от условия проф. Щипанова, сформулировать практически приемлемые руководящие указания для расчета регуляторов.

---

* В статьях, указанных в первой сноске на стр. 133, эта функция обозначена также через $K(p)$.

[1] См. стр. 59 и 66 первой статьи, указанной в первой сноске на стр 133.

[2] См. стр. 21 второй статьи, указанной в первой сноске на стр 133.

Уравнение (18) может быть удовлетворено лишь при условии:

$$\left| K(i\omega) \right| \begin{array}{l} \to \infty \\ \text{для } \omega = 0 \div \infty, \end{array} \tag{19}$$

ибо модуль функции $\Phi(i\omega)$, характеризующей объект регулирования, не может равняться бесконечности для всех круговых частот ω от 0 до ∞.

Но $|K(i\omega)|$ равен произведению модулей $|K_2(i\omega)|$, $|K_3(i\omega)|$, $|K_4(i\omega)|$, $|K_1(i\omega)|$, характеризующих соответственно отдельные звенья *II*, *III*, *IV* и *I* (см. фиг. 1).

При этом:

$$K_2(i\omega) = \frac{\overline{f_1}}{\overline{\varphi}} = \Phi_\theta(i\omega);\ K_3(i\omega) = \frac{\overline{\theta}}{\overline{\varphi_1}} = \frac{1}{T(i\omega)};\quad K_4(i\omega) = \frac{\overline{\theta_1}}{\overline{\theta}} = T_\varphi(i\omega);$$

$$K_1(i\omega) = -\frac{\overline{\varphi}}{\overline{\theta_1}} = \frac{1}{\Phi(i\omega)}. \tag{20}$$

Условие (19) теперь может быть переписано так:

$$|K(i\omega)| = |K_2(i\omega)| \cdot |K_3(i\omega)| \cdot |K_4(i\omega)| \cdot |K_1(i\omega)| \Bigg|_{\omega = 0 \div \infty} \to \infty \tag{19a}$$

Если положить $T(p) = T_1 \to 0$, то множитель $|K_3(i\omega)|$ этого выражения будет стремиться к бесконечности [см. (20)] для всех ω от 0 до ∞, благодаря чему условие (19а) оказывается наверное выполненным, если только произведение остальных множителей $|K_2|$, $|K_4|$, $|K_1|$ не равно нулю для каких-либо значений ω. Для одностепенного регулятора оно отлично от нуля для всех ω.

Из выражения (19а) очевидно, что условие компенсации влияния внешней силы $f(t)$ выполняется не только при $|K_3(i\omega)| \to \infty$, (т. е. при $T \to 0$), но также и при:

$$\left| K_2(i\omega) \right| \Bigg|_{\omega = 0 \div \infty} \to \infty$$

и при

$$\left| K_4(i\omega) \right| \Bigg|_{\omega = 0 \div \infty.} \to \infty$$

Первое будет обеспечено, если для «измерительного прибора» положить $C \to \infty$ [см. (20) и (4)], а второе будет обеспечено, если для вспомогательного устройства положить $D \to \infty$ [см. (20) и (5)]. В обоих случаях для обеспечения устойчивости необходимо, чтобы регулятор *III* (см. фиг. 1) не обладал временными постоянными.

Что касается множителя $|K_1(i\omega)|$, характеризующего объект регулирования, то использовать его для компенсации влияния внешней силы практически не представляется возможным.

Теперь можно сделать некоторые выводы, которые должны быть руководящими при расчете регуляторов с точки зрения уменьшения влияния внешней силы $f(t)$ на регулируемый параметр φ.

1. В общем случае внешняя сила $f(t)$ представляет собой сумму гармоник всего непрерывного спектра круговых частот от 0 до ∞.

2. Влияние каждой из этих гармоник $\overline{f}$ данной круговой частоты ω_1 на регулируемый параметр φ тем меньше, чем больше модуль вектора $K(i\omega) = -\frac{\overline{\varphi}_{\text{вых}}}{\overline{\varphi}_{\text{вх}}}$, характеризующего разомкнутую цепь регулирующих воздействий, определенного для $\omega = \omega_1$. При значении этого модуля, стремящемся к бесконечности, влияние данной гармоники внешней силы стремится к нулю.

3. Практически не представляется возможным сделать этот модуль бесконечно большим ни для одного из значений ω, отличных от нуля, из-за наличия временных постоянных в системе авторегулирования. Более того, практически не представляется возможным сделать его хотя бы достаточно большим для круговых частот, начиная уже с нескольких десятков и выше, по мотивам устойчивости и допустимых напряжений в элементах авторегулирующей системы.

4. Учитывая все эти соображения, для практических расчетов авторегулирующих систем следует считать неприемлемым условие Г. В. Щипанова $T = 0$, требующее бесконечно большого значения модуля $|K(i\omega)|$ для всех ω от 0 до ∞.

5. В качестве руководящего указания для расчетов, с точки зрения уменьшения влияния внешней силы на регулируемый параметр, следует рекомендовать лишь

максимально возможное (и при том разумное, определяемое конкретными требованиями практики) увеличение модуля вектора $K(i\omega)$ для максимально возможного диапазона круговых частот ω (считая от нуля).

При этом безразлично, какое из звеньев замкнутой регулирующей цепи будет использовано для этой цели и как именно. Важно лишь, чтобы при этом получались наивыгоднейшие условия как с точки зрения устойчивости системы, так и с точки зрения практической целесообразности (простота конструкции, дешевизна эксплоатации и т. д.).

Следует указать, что наивыгоднейшие условия с точки зрения устойчивости получаются тогда, когда все элементы регулятора (измерительный, усилительный, управляющий) обладают несоизмеримо малыми временными постоянными по сравнению с временными постоянными объекта регулирования (число степеней свободы регулятора при этом играет второстепенную роль).

Следует заметить, что сформулированное выше указание 5-е было в свое время высказано автором настоящей статьи на страницах журналов «Автоматика и телемеханика» и «Журнал технической физики»[1].

Двухстепенный регулятор

Не считая практически выполнимым свой одностепенный регулятор из-за требующейся здесь «безинерционности» самого регулятора (звена *III*, фиг. 1), проф. Щипанов предлагает для практического использования более совершенный, двухстепенный регулятор, не требующий, по его мнению, «безинерционных» приборов и элементов.

Система авторегулирования с двухстепенным регулятором состоит из: 1) объекта регулирования (машины), 2) регулятора и 3) сервомотора. Символические уравнения для этих трех элементов системы, даваемые проф. Щипановым, соответственно будут:

$$\begin{aligned} &\Phi\phi + R_{\text{ф}}\rho + S_{\text{ф}}\sigma = f(t) \\ &R\rho + S_{\rho}\,\sigma + \Phi_{\rho}\,\phi = 0 \\ &S\sigma + R_{\sigma}\,\rho + \Phi_{\sigma}\,\phi = 0. \end{aligned} \tag{21}$$

Здесь: ϕ — регулируемый параметр объекта регулирования (машины), ρ — параметр регулятора, воздействующий на сервомотор и на машину, σ — параметр сервомотора, воздействующий на машину и на регулятор. Параметры ϕ, ρ и σ суть функции времени t. Функция $f(t)$ есть внешняя, нарушающая сила, действующая на машину.

Взаимодействия между машиной, регулятором и сервомотором осуществляются через вспомогательные устройства, характеризующиеся символами с индексами: Φ_{ρ}, Φ_{σ}, $R_{\text{ф}}$, R_{σ} и т. д.

Проф. Щипанов считает возможным положить равными нулю множители $R_{\text{ф}}$ и Φ_{σ}. Тогда система уравнений (21) перейдет в систему:

$$\begin{aligned} &\Phi\phi + S_{\text{ф}}\sigma = f(t) \\ &R\rho + S_{\rho}\,\sigma + \Phi_{\rho}\,\phi = 0 \\ &S\sigma + R_{\sigma}\,\rho = 0, \end{aligned} \tag{22}$$

которая и подлежит исследованию.

На фиг. 2 показана схема соединения отдельных элементов исследуемой системы авторегулирования, описываемой уравнениями (22). Эти элементы здесь обозначены квадратами, так же как и вспомогательные устройства, через которые осуществляется взаимодействие между элементами. Стрелки указывают направление регулирующих воздействий.

Исключение из уравнений, подписанных под квадратами, вспомогательных переменных ϕ_1, ρ_1, σ_2, σ_1 дает как раз систему уравнений (22).

Отличительная черта схемы двухстепенного регулятора, по сравнению со схемой одностепенного регулятора (см. фиг. 1), заключается в том, что эта схема состоит из двух замкнутых контуров регулирующих воздействий: α и β (см. фиг. 2). Контур β назовем дополнительным в отличие от основного α, который включает в себя машину.

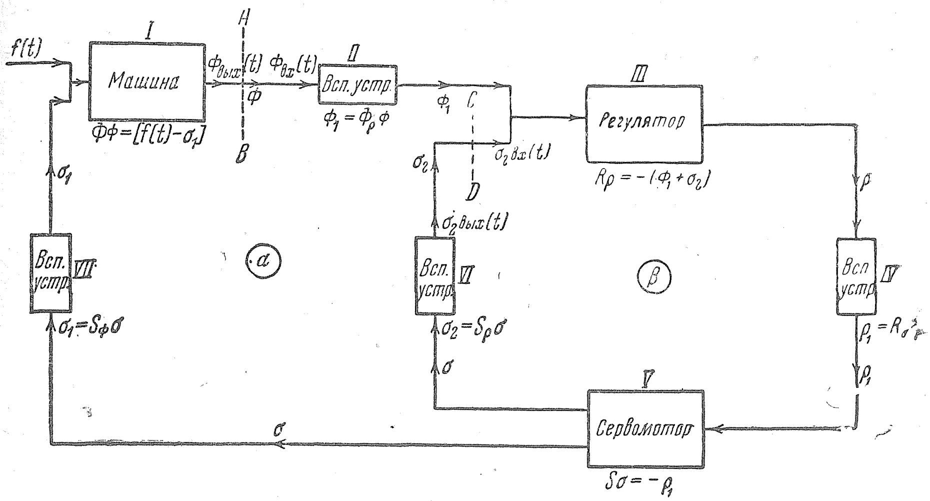
Будем рассматривать контур β как единое звено, входным воздействием которого является ϕ_1, а выходным σ. Тогда это звено явится одним из звеньев основного контура α.

---

[1] См. первую сноску на стр. 133 [в первой статье — стр. 8, формулы (26) и (27), где $\overline{f} = U_x$, $\overline{\phi} = U_{\text{вх}} - U_{\text{вых}}$; во второй статье — стр. 22].

Разомкнем контур α по линии $A - B$ (см. фиг. 2) между звеньями I и II, подобно тому как это было нами сделано для одностепенного регулятора; найдем функцию:

$$K(p) = \frac{\varphi_{\text{вых}}(t)}{\varphi_{\text{вх}}(t)} .$$



Фиг. 2

Она явится произведением:

$$K(p) = K_1(p) K_2(p) K_\beta(p) K_7(p), \tag{23}$$

где

$$K_1(p) = \frac{\varphi}{\sigma_1} = -\frac{1}{\Phi(p)},$$

$$K_2(p) = \frac{\varphi_1}{\varphi} = \Phi_\rho(p),$$

$$K_7(p) = \frac{\sigma_1}{\sigma} = S_\varphi(p).$$

Что касается функции $K_\beta(p)$, характеризующей контур β, то она равна отношению:

$$K_\beta(p) = \frac{\sigma}{\varphi_1} = \frac{R_\sigma(p)}{[R(p)S(p) - R_\sigma(p)S_\rho(p)]}, \tag{24}$$

найденному совместным решением уравнений, подписанных под квадратами III, IV, V и VI.

Решение системы уравнений (22) относительно параметра $\varphi(t)$ дает выражение в операторной форме $\{$для $f(t) = [1]\}$:

$$\varphi(t) = \frac{1}{[1 + K(p)]\Phi(p)} \cdot [1], \tag{25}$$

где $K(p)$ определяется уравнением (23).

Перенося на формулу (25) все рассуждения, примененные к формуле (6а), заключаем, что условие компенсации влияния внешней силы $f(t)$ проф. Щипанова:

$$\Delta_{B\,\varphi} = \begin{vmatrix} R & S_\rho \\ R_\sigma & S \end{vmatrix} = RS - R_\sigma S_\rho = 0, \tag{26}$$

[см. стр. 60 статьи Г. В. Щипанова, уравнение (19)], которое делает равной бескоконечности функцию $K_\beta(p)$ [см. (24)], входящую в произведение (23), может быть записано в форме:

$$|K(i\omega)| = |K_1(i\omega)| \cdot |K_2(i\omega)| \cdot |K_\beta(i\omega)| \cdot |K_7(i\omega)| \to \infty \text{ для } \omega = 0 \div \infty \qquad (27)$$

[сравни (19з)],

где $K(i\omega)$, $K_1(i\omega)$ . . . получаем соответственно из $K(p)$, $K_1(p)$, . . . [см. (23) и (24)] заменой p на $i\omega$.

Если в одностепенном регуляторе условие $T=0$ делало равным бесконечности множитель $K_3(i\omega)$ [см. (20)], то в двухстепенном регуляторе условие (26) делает равным бесконечности множитель $K_\beta(i\omega)$ для всех ω от 0 до ∞.

Таким образом физический смысл этих двух условий один и тот же.

Очевидно, что все выводы, сделанные нами о практической неприменимости условия $T=0$, полностью сохраняют силу и в отношении условия $\Delta B_ф = 0$. Однако в двухстепенном регуляторе для создания «безинерционного» звена каковым оказывается контур β) используется прием, заслуживающий особого внимания.

В отличие от одностепенного регулятора, временные постоянные звеньев III (регулятор) и V (сервомотор), входящих в «безинерционный» дополнительный замкнутый контур β, не равны нулю. «Безинерционность» здесь достигается компенсацией эффекта от этих временных постоянных путем введения производных, создаваемых вспомогательными устройствами IV и VI.

Покажем это. Разомкнем контур β по линии $C-D$ между звеньями IV и III (см. фиг. 2). Основной контур α считаем разомкнутым по линии $A-B$, благодаря чему его влияние на контур β отсутствует ($\varphi_1 = 0$).

Решая совместно уравнения, подписанные под квадратами III, IV, V и VI, для разомкнутого контура β находим[1]:

$$\frac{\sigma_{2\,\text{вых}}(t)}{\sigma_{2\,\text{вх}}(t)} = K_\sigma(p) = \mp \frac{S_\rho(p) R_\sigma(p)}{S(p) R(p)}. \qquad (28)$$

В случае выполнения условия $\Delta_{B_ф} = 0$ [см. (26)] имеем:

$$\frac{\sigma_{2\,\text{вых}}(t)}{\sigma_{2\,\text{вх}}(t)} = K_\sigma(p) = \mp 1, \qquad (28а)$$

т. е. воздействие $\sigma_{2\,\text{вых}}(t)$, возникающее на выходе разомкнутого контура β в результате приложения к входу этой цепи силы $\sigma_{2\,\text{вх}}(t)$ в любой момент времени точно равно этой силе.

Это и говорит о том, что контур β, содержащий регулятор и сервомотор с временными постоянными, отличными от нуля, при выполнении условия (26) приобретает свойства «безинерционного» благодаря соответствующему выбору вида функций S_ρ и R_σ, характеризующих вспомогательные устройства IV и VI. Последние, по существу, являются дифференцирующими устройствами, создающими производные, нейтрализующие эффект от производных, входящих в уравнения регулятора и сервомотора. Идея, заложенная в этом приеме нейтрализации эффекта от естественных производных, полностью совпадает с идеей, положенной в основу принципиальной схемы, решающей ту же задачу и приведенной автором в статье «Метод гармонического анализа в теории регулирования», стр. 49, рис 8, схема «е».

В той же статье указывается, что средства для создания производных, нейтрализующих эффект от естественных производных элементов регулирующей цепи, следует рассматривать *лишь как малоинерционные*, ибо практически мы не располагаем безинерционными элементами.

Это имеет своим следствием тот факт, что вспомогательные устройства IV и VI, наверное, не обеспечат создания нужных производных для гармоник всего спектра круговых частот ω от 0 до ∞. Практически, уравнение (28а) будет иметь место лишь для некоторого ограниченного диапазона частот гармонических составляющих функции $\sigma_{2\,\text{вх}}(t)$ [а следовательно, и функции внешней силы $f(t)$].

Наличие паразитных временных постоянных в дифференцирующих устройствах IV и VI приведет к тому, что с ростом ω отношение:

$$\frac{\overline{\sigma}_{2\,\text{вых}}}{\overline{\sigma}_{2\,\text{вх}}} = \overline{K}_\sigma,$$

[1] Обратим внимание на то, что знак +, стоящий перед отношением $\dfrac{\sigma_{2\,\text{вых}}(t)}{\sigma_{2\,\text{вх}}(t)}$ характеризует положительную обратную связь в отличие от отрицательной, имеющей место, например, в одностепенном регуляторе [см. (15)].

соответствующее данной гармонике $\sigma_{2\,\text{вх}_{max}} \cos \omega t$, все больше будет отличаться от положительного действительного числа, равного единице, вследствие чего будет нарушаться условие компенсации влияния внешней силы $f(t)$. Представляет интерес физическая сторона явлений, возникающих при отклонении отношения (28а) от $+1$.

Выразив правую часть уравнения (24) через $K_\sigma(p)$ [см. (28)], определив из него σ и заменив p на $i\omega$, получим выражение для установившихся значений $\overline{\sigma}$:

$$\overline{\sigma} = \frac{K_\sigma(i\omega)}{R(i\omega)\,S(i\omega)\,[1 - K_\sigma(i\omega)]} \cdot \overline{\varphi}_1,$$

из которого очевидно, что если $K_\sigma(i\omega)$ действительно и меньше $+1$, то отношение $\frac{\overline{\sigma}}{\overline{\varphi}_1} = K_\beta(i\omega)$ не равно бесконечности, и условие компенсации:

$$|K_\beta(i\omega)| \to \infty \quad \text{для } \omega = 0 \div \infty.$$

оказывается невыполненным из-за конечного значения модулей $|K_\beta(i\omega)|$ для соответствующих ω.

То же можно сказать и о случае, когда $K_\sigma(i\omega)$ равно комплексному числу.

Если $K_\sigma(i\omega)$ — действительное число и большее $+1$, то знак $\overline{\sigma}$ изменяется на обратный при том же знаке $\overline{\varphi}_1$, что говорит о наличии генерации энергии в контуре β (см. фиг. 2), т. е. о неустойчивости его.

Следовательно, условие проф. Щипанова ставит вспомогательный контур β на грань устойчивости. Значение функции $K_\sigma(i\omega)$ определяется параметрами контура β, которые в процессе эксплоатации не представляется возможным сохранять постоянными. Таким образом и с этой точки зрения условие $\Delta_{B_\text{ф}} = 0$ оказывается практически неприемлемым.

Вопроса об устойчивости основного контура α мы здесь касаться не будем. Укажем лишь, что он явится центральным при попытках претворения условия $\Delta_{B_\text{ф}} = 0$ в практику.

Основные выводы, которые следует сделать в отношении двухстепенного регулятора проф. Щипанова, — следующие:

1. Так же как и одностепенный регулятор, двухстепенный регулятор проф. Щипанова практически не осуществим и, в основном, — по тем же причинам.

2. Способ компенсации эффекта от естественных временных постоянных регулятора и сервомотора в двухстепенном регуляторе, путем введения вспомогательных дифференцирующих устройств, принципиально следует считать правильным, но практически полностью не осуществимым.

3. Способ получения «безинерционного» звена, обеспечивающего условие

$$|K(i\omega)| \to \infty \quad \text{для } \omega = 0 \div \infty \tag{a}$$

путем создания вспомогательного контура β с положительной обратной связью, — практически следует считать неприемлемым из-за значительных влияний на условие (а) постоянных этого контура.

4. Условие $\Delta_{B_\text{ф}} = 0$ ставит вспомогательный контур β на грань устойчивости, что является дополнительным подтверждением практической непригодности двухстепенного регулятора.

Новое, с чем мы встречаемся в двухстепенном регуляторе по сравнению с одностепенным, — это идея введения производных в цепи авторегулирования в целях ослабления эффекта от естественных временных постоянных отдельных звеньев этой цепи.

Эта идея в том или ином виде (регулирование по производным) все настойчивее внедряется в практику благодаря тому, что она позволяет обеспечить устойчивую работу авторегулирующей системы одновременно с повышением ее быстродействия.

В этом направлении для практических расчетов необходимо дать следующие руководящие указания:

1. Всегда целесообразно элементы регулятора выбирать с малыми значениями временных постоянных по сравнению с таковыми у машины.

2. Лишь в том случае, если желают дополнительно улучшить качество регулирования, следует обращаться к введению производных.

В первую очередь следует вводить производные, для получения которых не требуется сложных устройств. Обычно это имеет место, когда для создания производных используется энергия мощных звеньев (машина, орган управления и т. д.), а полученные производные подаются в цепь маломощного измерительного или усилительного устройства.

Лишь в случаях высоких требований практики к быстродействию регулятора следует обращаться к полным принципиальным схемам ослабления эффекта от естественных временных постоянных, приведенным в цитированной выше статье автора[1].

Трехстепенный регулятор

Двухстепенный регулятор, по мнению Г. В. Щипанова, обладает тем недостатком, что точность его работы зависит от величины твердого трения в отдельных его элементах и, в первую очередь,— в сервомоторе.

Выясним величину и характер этой погрешности, прежде чем перейти к исследованию трехстепенного регулятора. Для этой цели мы используем путь, несколько отличный от формально-математического анализа, данного проф. Щипаноным.

Допустим сначала, что из всех звеньев регулирующей цепи с двухстепенным регулятором (см. фиг. 2) твердым трением обладает лишь регулятор *III*.

Пусть приращение $\Delta\varphi_1$ силы φ_1, требующееся для преодоления твердого трения регулятора и приведения его в движение, в одном из двух направлений, равно: $\Delta\varphi_1 = F_\rho$.

Найдем то приращение $(\Delta\varphi)_R$ регулируемого параметра φ, которое необходимо для создания приращения силы $\Delta\varphi_1 = F_\rho$, требующееся для преодоления твердого трения.

Это приращение может быть найдено из операторного уравнения, связывающего между собой φ_1 и φ. Это уравнение имеет вид (см. ур. под квадратом *II*, фиг. 2):

$$\varphi = \frac{\varphi_1}{\Phi_\rho(p)}. \tag{б}$$

Заменим в нем φ на $\delta\varphi$, а φ_1 на $\delta\varphi_1$, где $\delta\varphi$ и $\delta\varphi_1$ суть приращения функций φ и φ_1 относительно некоторого начального их значения φ_0 и φ_{10}. Кроме того, представим себе, что $\delta\varphi$ увеличивается от нуля и до значения $(\Delta\varphi)_R$ однозначно. Это ограничение необходимо для получения правильного результата при определении значения $(\Delta\varphi)_R$, учитывая физические свойства твердого трения.

Кроме того, допустим, что $\delta\varphi$ изменяется равномерно и при том очень медленно. Это ограничение, очевидно, мы вправе сделать, ибо закон изменения $\delta\varphi$ во времени не может повлиять на конечный результат при определении $(\Delta\varphi)_R$. Но при очень медленном изменении функции $\delta\varphi$, в операторном уравнении:

$$\delta\varphi = \frac{\delta\varphi_1}{\Phi_\rho(p)},$$

полученном из уравнения (б), можно положить: $p = \frac{d}{dt} = 0$. Обозначая функцию $\Phi_\rho(p)$ при $p = 0$ через $\Phi_\rho(0)$, окончательно получим значение для $(\Delta\varphi)_R$:

$$(\Delta\varphi)_R = \frac{\Delta\varphi_1}{\Phi_\rho(0)} = \frac{F_\rho}{\Phi_\rho(0)}. \tag{в}$$

По достижении отклонением $\delta\varphi$ значения $(\Delta\varphi)_R$ регулятор придет в действие и передаст регулирующее воздействие последующим звеньям по направлению стрелок (см. фиг. 2).

Если твердым трением обладает, кроме того, и сервомотор *V*, то регулирующее воздействие распространяется не на всю систему, а лишь до сервомотора. Рассуждая аналогично предыдущему, найдем, что при наличии твердого трения в сервомоторе отклонение $\delta\varphi$, необходимое для приведения в действие **всей системы** авторегулирования, будет равно величине $(\Delta\varphi)_\Sigma$:

$$(\Delta\varphi)_\Sigma = (\Delta\varphi)_R + (\Delta\varphi)_S, \tag{г}$$

где $(\Delta\varphi)_S$ — дополнительное изменение параметра φ, требующееся для преодоления трения в сервомоторе и равное

$$(\Delta\varphi)_S = \frac{R(0)}{R_\sigma(0)\,\Phi_\rho(0)}\,\Delta\rho_1 = \frac{R(0)}{R_\sigma(0)\Phi_\rho(0)}\cdot F_\sigma, \tag{д}$$

где приращение силы, действующей на сервомотор, $(\Delta\rho_1)$ равно F_σ, а F_σ — сила, необходимая для преодоления трения сервомотора *V*. Уравнение (д) найдено путем совместного решения уравнений, подписанных под квадратами *II*, *III* и *IV* (см.

[1] См. первую статью (стр. 19. фиг. 8) в первой сноске на стр. 133

фиг. 2) (в уравнении регулятора положено $\sigma_2 = 0$, ибо, пока трение сервомотора не преодолено, воздействие на звено *VI* не передается). Знак (—) перед $(\Delta\varphi)_S$ изменен на (+), ибо нас интересует абсолютное значение этой величины.

Если в уравнение (г) подставить развернутые выражения для $R(p)$, $R_\sigma(p)$ и $\Phi_\rho(p)$, даваемые проф. Щипановым (см. стр. 61), положив в них $p = 0$, то получим формулу проф. Щипанова:

$$(\Delta\varphi)_\Sigma = \frac{F_\rho + F_\sigma}{H},$$

(где $(\Delta\varphi)_\Sigma$ соответствует $\varphi_{\text{застоя}}$ у проф. Щипанова (см. стр. 62).

Из формул (в) и (д) видно, что погрешность регулирования $(\Delta\varphi)_R$ или $(\Delta\varphi)_S$, вызванная трением в регуляторе или сервомоторе, тем меньше, чем больше $\Phi_\rho(0)$ и $R_\sigma(0)$ и чем меньше $R(0)$.

Введем в уравнения (в) и (д) функции $K_2(p)$, $K_3(p)$ и $K_4(p)$, соответствующие звеньям *II*, *III* и *IV*.

Тогда уравнения (в) и (д) напишутся:

$$(\Delta\varphi)_R = \frac{F_\rho}{K_2(0)}, \tag{в — 1}$$

$$(\Delta\varphi)_S = \frac{F_\sigma}{K_2(0)\, K_3(0)\, K_4(0)}. \tag{д — 1}$$

Здесь $K_{2,3,4}(0)$ представляют собой значения функций $K_2(i\omega)$, $K_3(i\omega)$ и $K_4(i\omega)$, полученных заменой $p = i\omega$ при $\omega = 0$.

Из выражений (в — 1) и (д — 1) очевидно, что если хотя бы одна из функций $K_2(i\omega)$, $K_3(i\omega)$, $K_4(i\omega)$, характеризующих звенья, лежащие на пути от регулируемого параметра φ к звену, имеющему твердое трение (по направлению распространения регулирующих воздействий), обладает свойством:

$$\left| K(i\omega) \right| \begin{matrix} \longrightarrow \infty \\ \text{для } \omega = 0 \end{matrix},$$

то абсолютная величина $\Delta\varphi$ погрешности регулирования, определяемой твердым трением, стремится к нулю.

Иначе говоря, чем больше чувствительность звеньев, лежащих на пути от регулируемого параметра к звену с твердым трением, тем меньше погрешность регулирования.

Теперь не трудно оценить трехстепенный регулятор с точки зрения погрешности от трения.

На фиг. 3 приведена схема трехстепенного регулятора. Если из уравнений, подписанных под квадратами, исключить вспомогательные величины σ_1, φ_1, θ_1, ρ_1, ρ_2, θ_2, введенные для удобства исследования, то будет получена система уравнений:

$$\left.\begin{aligned} &\Phi\varphi + S_\varphi\sigma = f(t), \\ &R\rho + T_\rho\theta = 0, \\ &T\theta + R_\Theta\rho + \Phi_\Theta\varphi = 0, \\ &S_\sigma + R_\sigma\rho + T_\sigma\theta = 0, \end{aligned}\right\} \tag{29}$$

описывающая систему авторегулирования с трехстепенным регулятором.

В этой системе вспомогательное устройство *VII*, описываемое уравнением $\theta_2 = T_\sigma\theta$, является излишним, ибо воздействие конечной величины, проходящее через него, складывается с бесконечно большим по величине воздействием, проходящим через звено *VI*. Поэтому в дальнейших рассуждениях устройство *VII* мы будем считать отсутствующим.

Тогда схема трехстепенного регулятора оказывается состоящей из основного контура воздействий α и вспомогательного контура β, подобно тому как это имело место в двухстепенном регуляторе. Условие компенсации, выведенное проф. Щипановым для трехстепенного регулятора, обеспечивает для контура β выполнение условия:

$$\left| K_\beta(i\omega) \right| \begin{matrix} \longrightarrow \infty \\ \text{для } \omega = 0 \div \infty \end{matrix} \tag{е}$$

теми же средствами, что и в двухстепенном регуляторе (введением производных).

Следовательно, все выводы, сделанные в отношении двухстепенного регулятора, полностью относятся и к трехстепенному регулятору.

Но контур β здесь не включает в себя сервомотора с твердым трением (см. фиг. 3), чем исключается соответствующая погрешность этого контура. Кроме того, контур β, обладающий свойством (е), оказывается расположенным на пути от регулируемого параметра ϕ к сервомотору *VIII*. Согласно соображениям, приведенным ранее, последнее обстоятельство и обеспечивает в трехстепенном регуляторе отсутствие погрешности регулирования от трения в сервомоторе.

Поскольку практически неосуществимо полностью условие (е), постольку недостижима и полная компенсация погрешности от твердого трения в трехстепенном регуляторе, так же как неосуществим практически и сам трехстепенный регулятор.

Вопрос устойчивости основного контура α здесь не будет затронут.

Указания в отношении твердого трения, которые следовало бы дать для практических расчетов регуляторов, заключаются в следующем.

Все элементы регулятора, расположенные до усилительного устройства (по направлению распространения регулирующих воздействий), должны обладать наименьшим возможным твердым трением. Элементы, расположенные после усилительного устройства, могут обладать тем большим трением, чем больше чувствительность усилительного устройства (при условии постоянства погрешности регулирования). К объекту регулирования (машине) можно предъявлять наименьшие требования в отношении твердого трения по сравнению с остальными звеньями замкнутой цепи авторегулирования.

Заключительное замечание

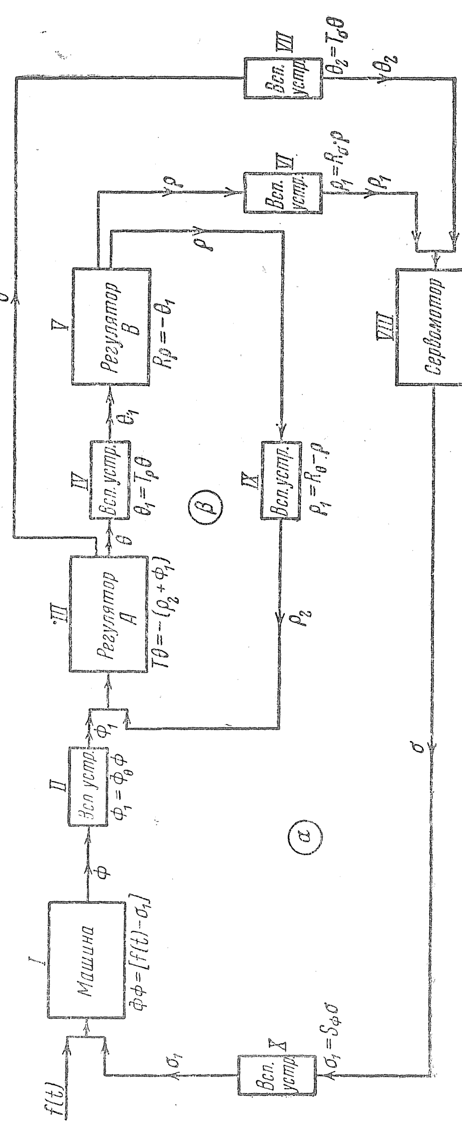
На основе всех приведенных соображений не трудно схему фиг. 3 трехстепенного регулирования упростить, сохранив условия компенсации твердого трения и влияния внешней силы $f(t)$, сформулированные проф. Щипановым.

На фиг. 4 показана такая схема. Контур β здесь состоит из регулятора *III* и вспомогательного устройства *VI*. Этот контур обеспечивает условие [1].

$$\left| K_\beta (i\omega) \right| \begin{array}{c} \longrightarrow \infty \\ \text{для } \omega = 0 \div \infty \end{array}.$$

Так как этот контур расположен на пути от регулируемого параметра ϕ к сервомотору, то погрешность от трения в последнем сведена к нулю.

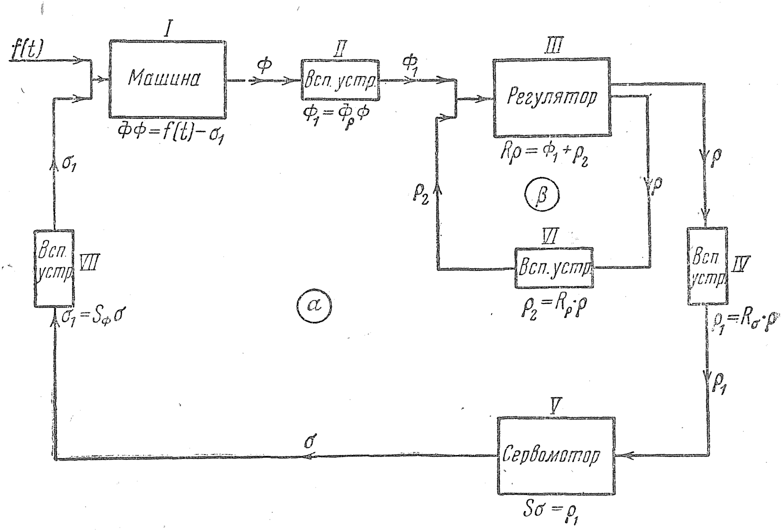
Понятно, что схема фиг. 4 также неосуществима практически, как и схема проф. Щипанова. Она приведена здесь с единственной целью дополнительно подчеркнуть, что формально-математический подход к решению задач теории автоматического регулирования (что имеет место в работе Г. В. Щипанова), без физического толкования и практической оценки полученных математических выводов, недопустим.



Фиг. 3

[1] Если положить $R_\rho = R$ (см. уравнения звеньев *III* и *VI*).

Полагая, что на фиг. 4 регулятор и сервомотор описываются каждый уравнением 2-го порядка, заключаем, что по классификации проф. Щипанова мы здесь имеем дело с двухстепенным регулятором, а не с трехстепенным. Отсюда можно заключить, что классификация регуляторов, предложенная проф. Щипановым, не обоснована.



Фиг. 4

Выводы, сделанные нами в процессе проведенного исследования, можно кратко сформулировать следующим образом:

1. Проектировочные, расчетные уравнения, рекомендуемые проф. Г. В. Щипановым, для практики неприемлемы, в виду того что сама задача «полной компенсации», поставленная им, практически неразрешима.

2. Связь, которую установил проф. Щипанов между числом степеней свободы регулятора и свойствами авторегулирующей системы в отношении уменьшения влияния на регулируемый параметр внешних сил и твердого трения, — не является закономерной связью.

3. Формально-математический подход проф. Щипанова к решению задач теории автоматического регулирования, лишенный физического толкования и критерия практики, привел его к выводам, которые не могут считаться правильными даже в том случае, если их рассматривать как теоретический (практически неосуществимый) предел тех требований, которые выдвигаются современной теорией регулирования.

4. Одной из ближайших задач теории авторегулирования является изыскание конкретных, практически приемлемых средств сокращения времени переходных процессов и динамических отклонений регулируемого параметра путем правильного выбора основных элементов регулятора, а также путем использования производных от функций, участвующих в процессе регулирования.

Канд. техн. наук А. В. Михайлов