



Общероссийский математический портал

А. А. Блюдов, Д. В. Ефанов, В. В. Сапожников, Вл. В. Сапожников, О кодах с суммированием единичных разрядов в системах функционального контроля, *Автомат. и телемех.*, 2014, выпуск 8, 131–145

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.129.249.240

8 января 2025 г., 19:02:00



Логическое управление

© 2014 г. А.А. БЛЮДОВ, канд. техн. наук (tosha_super@mail.ru),
Д.В. ЕФАНОВ, канд. техн. наук (TrES-4b@yandex.ru),
В.В. САПОЖНИКОВ, д-р техн. наук (kat@pgups.edu),
Вл.В. САПОЖНИКОВ, д-р техн. наук (kat@pgups.edu)
(Петербургский государственный университет путей сообщения,
Санкт-Петербург)

О КОДАХ С СУММИРОВАНИЕМ ЕДИНИЧНЫХ РАЗРЯДОВ В СИСТЕМАХ ФУНКЦИОНАЛЬНОГО КОНТРОЛЯ

Рассмотрено полное множество кодов с суммированием единичных разрядов, используемых при организации систем функционального контроля комбинационных логических устройств. Предложены новые модифицированные коды, а также установлены их свойства по обнаружению ошибок в информационных разрядах. Дана классификация кодов.

1. Введение

Для контроля правильности вычисления функций комбинационными логическими устройствами используются системы функционального диагностирования [1–5]. В подобной системе исходная комбинационная схема $f(x)$, реализующая ряд рабочих булевых функций, снабжается дополнительным блоком $g(x)$, формирующим некоторое множество контрольных функций (рис. 1). Таким образом, выходы обоих блоков $f(x)$ и $g(x)$ можно сопоставить с вектором некоторого, заранее выбранного помехоустойчивого кода. Тогда функции $f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x)$ определяют значения разрядов информационного вектора кода длины m , а функции $g_1(x), g_2(x), \dots, g_k(x)$ – значения разрядов контрольного вектора длины k . Факт принадлежности формируемого кодового вектора выбранному коду определяется самопроверяемой схемой тестера. В этом случае на выходах тестера вырабатывается парафазный сигнал $\langle 10 \rangle$ или $\langle 01 \rangle$. При наличии внутренних ошибок в схеме тестера или же при несоответствии контрольной и информационной составляющих кодового вектора парафазность нарушается [6].

Подобный вариант организации контроля комбинационных логических устройств получил название метода вычисления контрольных разрядов. Он применим при использовании любого делимого кода. Но наиболее эффективным техническим решением является применение свойств кодов с суммированием единичных разрядов. В случае применения неразделимых кодов используется структура логического дополнения, описанная в [7].

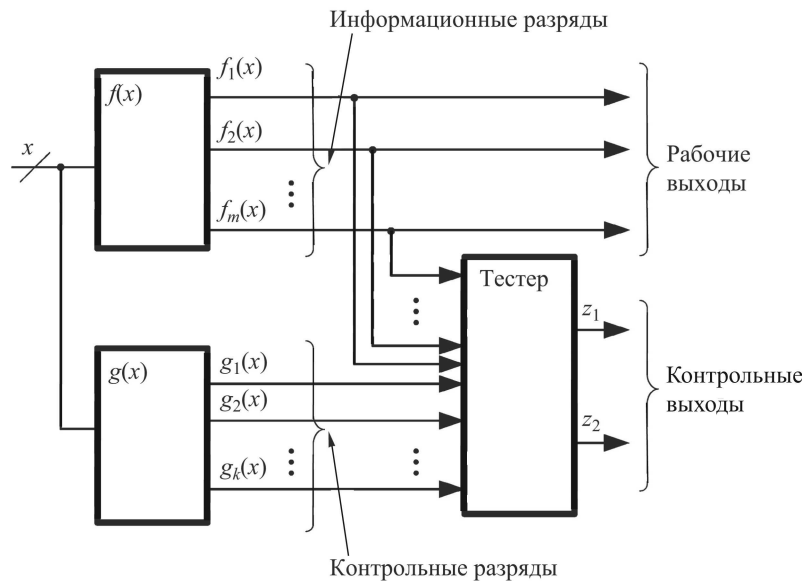


Рис. 1. Система функционального контроля.

Кодовые векторы кодов с суммированием единичных разрядов или (n, m) -кодов образуются при дополнении информационного вектора длины m контрольным вектором длины k ($k = n - m$), содержащим двоичное число, полученное путем вычислений сумм единичных информационных разрядов. Наиболее простым вариантом является использование классических кодов с суммированием (кодов Бергера, $S(n, m)$ -кодов) [8]. В таких кодах контрольные разряды принимают значения, равные двоичному числу, характеризующему сумму единичных разрядов информационных векторов кода [9, 10].

В настоящей статье рассматриваются не только классические $S(n, m)$ -коды, но и коды с суммированием, полученные с использованием модульного принципа подсчета числа единиц в информационных векторах, а также полное множество их модификаций. Проводится сравнение кодов по эффективности обнаружения искажений в информационных векторах, что актуально для систем функционального контроля, ввиду отдельной реализации структуры, изображенной на рис. 1. В ней невозможно одновременное возникновение искажений в обоих вычислительных блоках, так как одновременное появление двух и более не зависящих друг от друга неисправностей микронной аппаратуры является событием маловероятным; а любой одиночный отказ в системе функционального контроля не может привести к искажению выходов обоих блоков в силу того, что они реализованы отдельно.

2. Коды с суммированием единичных разрядов и оптимальные коды

Правила вычисления контрольных разрядов выбранного (n, m) -кода однозначно определяют его свойства по обнаружению искажений в информационных разрядах. Ошибка в информационном векторе (n, m) -кода будет обнаруживаемой тогда и только тогда, когда она переведет данный информа-

Таблица 1. Распределение информационных векторов в коде $S(8,5)$

Группы контрольных векторов					
000	001	010	011	100	101
00000	00001	00011	00111	01111	11111
	00010	00101	01011	10111	
	00100	00110	01101	11011	
	01000	01001	01110	11101	
	10000	01010	10011	11110	
		01100	10101		
		10001	10110		
		10010	11001		
		10100	11010		
		11000	11100		

ционный вектор в другой информационный вектор с аналогичным контрольным словом. Исходя из этого, любой код с суммированием может быть представлен как совокупность групп информационных векторов с одинаковыми контрольными векторами. Например, в табл. 1 представлено разбиение информационных векторов на контрольные группы для кода Бергера $S(8,5)$. Информационным векторам с одинаковым весом r соответствует одна и та же контрольная группа. Число необнаруживаемых искажений (характеристика свойств кода по обнаружению ошибок в информационных разрядах) может быть получено путем суммирования всех возможных переходов внутри всех контрольных групп.

В общем случае, так как в каждой контрольной группе веса r расположено ровно по C_m^r информационных векторов, а число переходов векторов внутри группы равно $C_m^r(C_m^r - 1)$, суммарное число необнаруживаемых ошибок вычисляется по формуле

$$(1) \quad N_m = \sum_{r=0}^m C_m^r (C_m^r - 1).$$

Для кода $S(8,5)$ подсчет по формуле (1) дает следующее число:

$$\begin{aligned} N_5 &= C_5^0 (C_5^0 - 1) + C_5^1 (C_5^1 - 1) + \dots + C_5^5 (C_5^5 - 1) = \\ &= 1 \cdot 0 + 5 \cdot 4 + 10 \cdot 9 + 10 \cdot 9 + 5 \cdot 4 + 1 \cdot 0 = \\ &= 0 + 20 + 90 + 90 + 20 + 0 = 220. \end{aligned}$$

Общее же количество искажений в информационных разрядах $S(n, m)$ -кода равно

$$(2) \quad N = 2^m (2^m - 1).$$

Для кода $S(8,5)$ -кода это число равно $N = 2^5(2^5 - 1) = 32 \cdot 31 = 992$.

$S(n, m)$ -коды обладают важным свойством [11]: для любого кода Бергера доля необнаруживаемых ошибок в информационных разрядах кратности d от общего числа ошибок информационных разрядов данной кратности не за-

висит от числа информационных разрядов и является постоянной величиной:

$$(3) \quad \beta_d = 2^{-d} C_d^{\frac{d}{2}}.$$

$S(n, m)$ -коды обладают весьма низкой эффективностью обнаружения ошибок в области малой кратности: ими не обнаруживается 50% двукратных искажений и 37,5% четырехкратных искажений.

В целом свойство по обнаружению ошибок любого кода с суммированием можно характеризовать коэффициентом γ , равным отношению числа необнаруживаемых искажений информационных разрядов к общему числу искажений информационных разрядов. Для кодов Бергера эта величина может быть рассчитана по формуле

$$(4) \quad \gamma = \frac{N_m}{N} = \frac{\sum_{r=0}^m C_m^r (C_m^r - 1)}{2^m (2^m - 1)}.$$

Классические коды с суммированием имеют сравнительно высокое значение величины γ [11]. В рассмотренном примере кода $S(8,5)$ $\gamma = 0,22177$, т.е. данный код не обнаруживает 22,177% искажений в информационных векторах.

Сравнительно высокое значение γ в области искажений информационных разрядов у кода Бергера объясняется неравномерностью распределения информационных векторов по группам контрольных векторов (см. табл. 1). Если распределить все информационные векторы в контрольные группы равномерно, то получим код, имеющий минимальное число необнаруживаемых ошибок информационных разрядов, т.е. некоторый *оптимальный код* ($O(n, m)$ -код) в смысле обнаружения ошибок в информационных разрядах при заданных m и k . Число необнаруживаемых искажений в информационных разрядах оптимальных кодов можно подсчитать по формуле [12]

$$(5) \quad N_{m,k}^{\min} = 2^m (2^{m-k} - 1).$$

К примеру, для $O(8,5)$ кода число необнаруживаемых ошибок равно $N_{8,5}^{\min} = 2^5 (2^{5-3} - 1) = 96$, что в 2,29 раза меньше, чем у рассмотренного выше $S(8,5)$ -кода.

Так как при заданных m и k имеется конкретный оптимальный код, то удобно число необнаруживаемых искажений информационных векторов кодов сравнивать с числом необнаруживаемых искажений в оптимальных кодах. Более того, можно ввести относительную величину, равную отношению числа необнаруживаемых ошибок в $O(n, m)$ -коде к числу необнаруживаемых ошибок $N_{m,k}$ в данном (n, m) -коде:

$$(6) \quad \xi = \frac{N_{m,k}^{\min}}{N_{m,k}}.$$

Величину ξ назовем *коэффициентом эффективности* кодов с суммированием. Чем ближе ξ к единице, тем ближе код с суммированием к оптимальному коду. Код $S(8,5)$ имеет эффективность, равную $\xi = 0,43636$.

3. Модульно модифицированные коды с суммированием единичных разрядов

Классические коды с суммированием обладают низким значением эффективности обнаружения ошибок информационных разрядов. Эту характеристику можно повысить, не увеличивая при этом число контрольных разрядов, за счет модификации кода по следующему алгоритму [13]:

1. Подсчитывается вес информационного вектора r .
2. Выбирается модуль $M \in 2^1, 2^2, \dots, 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil - 1}$ (где запись $\lceil b \rceil$ обозначает целое сверху от b).
3. Вес r берется по выбранному модулю $W = (r) \bmod M$.
4. Подсчитывается специальный поправочный коэффициент α как сумма по модулю двух заранее выбранных информационных разрядов.
5. Подсчитывается результирующий вес информационного слова $V = W + \alpha M$.

Коды, полученные по приведенному алгоритму, обозначим как $RSM(n, m)$ -коды.

В [13] предложено выбирать α по следующей формуле: $\alpha = x_m \oplus x_{m-1} \oplus \dots \oplus x_{k+1}$. Однако α может содержать любое количество информационных разрядов от 1 до $m-1$. К примеру, в табл. 2 даны несколько векторов, принадлежащих $RS4(8,5)$ -коду, в котором поправочный коэффициент вычисляется как $\alpha = x_5 \oplus x_4 \oplus x_3$.

Из табл. 2 видно, что вес V совпадает по четности с обычным весом информационного вектора r . Поэтому в контрольные группы $RSM(n, m)$ -кодов попадают информационные векторы с различным числом единичных разрядов, но одинаковым по четности. Подобное свойство обеспечивает сохранение основной особенности $S(n, m)$ -кода – возможности обнаружения всех ошибок нечетной кратности. Из табл. 2, например, следует, что векторы $\langle 01010 \rangle$ и $\langle 11000 \rangle$, имеющие одинаковый вес, располагаются в $RS4(8,5)$ -коде с $\alpha = x_5 \oplus x_4 \oplus x_3$ в разных контрольных группах, так как имеют разный результирующий вес V . С другой стороны, векторы $\langle 00000 \rangle$ и $\langle 10111 \rangle$, имеющие

Таблица 2. Некоторые векторы $RS4(8,5)$ -кода ($\alpha = x_5 \oplus x_4 \oplus x_3$)

Информационные разряды					r	W	α	V	Контрольные разряды		
x_5	x_4	x_3	x_2	x_1					y_3	y_2	y_1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1	1	1	5	1	0	1
0	1	0	1	0	2	2	1	6	1	1	0
1	0	1	1	1	4	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	2	2	0	2	0	1	0
1	1	1	1	1	5	1	1	5	1	0	1

Таблица 3. Распределение необнаруживаемых ошибок в $RSM(n, 10, i)$ -кодах

Код	Число необнаруживаемых ошибок кратности d					N_m
	$d = 2$	$d = 4$	$d = 6$	$d = 8$	$d = 10$	
$RS8(14,10,1)$	18432	48384	26880	2592	0	96288
$RS8(14,10,2)$	14848	37632	31360	8352	272	92464
$RS8(14,10,3)$	12288	37632	35840	6048	0	91808
$RS8(14,10,4)$	10752	40704	33920	6048	272	91696
$RS8(14,10,5)$	10240	42240	32000	7200	0	91680
$RS8(14,10,6)$	10752	40704	33920	6048	272	91696
$RS8(14,10,7)$	12288	37632	35840	6048	0	91808
$RS8(14,10,8)$	14848	37632	31360	8352	272	92464
$RS8(14,10,9)$	18432	48384	26880	2592	0	96288
$RS4(13,10,1)$	18432	64512	43008	4608	0	130560
$RS4(13,10,2)$	14848	50176	50176	14848	512	130560
$RS4(13,10,3)$	12288	50176	57344	10752	0	130560
$RS4(13,10,4)$	10752	54272	54272	10752	512	130560
$RS4(13,10,5)$	10240	56320	51200	12800	0	130560
$RS4(13,10,6)$	10752	54272	54272	10752	512	130560
$RS4(13,10,7)$	12288	50176	57344	10752	0	130560
$RS4(13,10,8)$	14848	50176	50176	14848	512	130560
$RS4(13,10,9)$	18432	64512	43008	4608	0	130560
$RS2(12,10,1)$	36864	129024	86016	9216	0	261120
$RS2(12,10,2)$	29696	100352	100352	29696	1024	261120
$RS2(12,10,3)$	24576	100352	114688	21504	0	261120
$RS2(12,10,4)$	21504	108544	108544	21504	1024	261120
$RS2(12,10,5)$	20480	112640	102400	25600	0	261120
$RS2(12,10,6)$	21504	108544	108544	21504	1024	261120
$RS2(12,10,7)$	24576	100352	114688	21504	0	261120
$RS2(12,10,8)$	29696	100352	100352	29696	1024	261120
$RS2(12,10,9)$	36864	129024	86016	9216	0	261120

разные веса, располагаются в одной контрольной группе. Такое перераспределение информационных слов между контрольными группами по сравнению с $S(n, m)$ -кодом дает вариант более сбалансированного разбиения.

В [12] рассмотрены классические модифицированные коды с суммированием ($RS(n, m)$ -коды), у которых число контрольных разрядов переменное, зависит от значения m и вычисляется так же как для кодов Бергера по формуле $k = \lceil \log_2(m + 1) \rceil$. С увеличением m растет и число контрольных разрядов в кодах, что отражается на сложности реализации контрольного оборудования системы функционального контроля (рис. 1). Число контрольных разрядов в кодах с суммированием можно зафиксировать, если применить модульный принцип подсчета весов информационных разрядов [14–16].

Модульные коды с суммированием или $SM(n, m)$ -коды образуются путем подсчета числа единичных разрядов в информационном слове по заранее выбранному модулю $M \in 2^1, 2^2, \dots, 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil - 1}$ и записью двоичного эквивалента полученной суммы в контрольном слове. Свойства по обнаружению

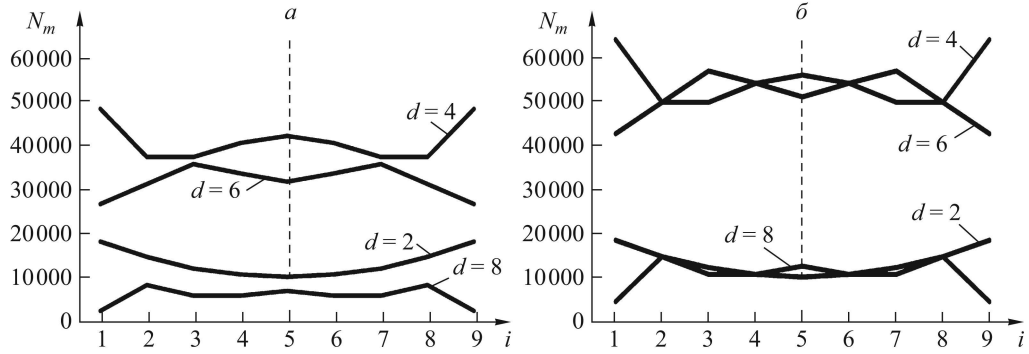


Рис. 2. Распределение необнаруживаемых ошибок по кратностям: a – в $RS8(14,10,i)$ -кодах; $б$ – в $RS4(13,10,i)$ -кодах.

ошибок в информационных векторах модульных кодов с суммированием описаны в [17, 18].

Используя алгоритм получения модифицированных кодов и фиксируя модуль $M \in 2^1, 2^2, \dots, 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil - 1}$, можно получить семейство модульных модифицированных кодов с суммированием, сохраняющих число контрольных разрядов в независимости от длины информационного слова. Кроме того, при заданном модуле можно менять число информационных разрядов при вычислении поправочного коэффициента $a = 1, 2, \dots, m-1$. Обозначим новые коды как $RSM(n, m, i)$ -коды, где i – число информационных разрядов в α .

Для примера в табл. 3 приведены рассчитанные значения чисел необнаруживаемых ошибок в модифицированных кодах с суммированием при $m = 10$ для всех возможных модулей подсчета: $M = 2, 4, 8$.

На рис. 2 показаны распределения необнаруживаемых ошибок по кратностям в семействах $RS8(14, 10, i)$ -кодов и $RS4(13, 10, i)$ -кодов. Видно, что коды обладают симметричным распределением числа необнаруживаемых ошибок по всем кратностям относительно значения $i = \frac{m}{2}$. Число наиболее вероятных ошибок второй кратности при приближении к значению $i = \frac{m}{2}$ уменьшается и достигает минимума при обозначенной величине. Семейство кодов $RS8(14, 10, i)$ имеет меньшее количество необнаруживаемых ошибок по всем кратностям в сравнении с семейством $RS4(13, 10, i)$ -кодов.

Из результатов экспериментальных исследований и построенных таблиц распределений необнаруживаемых ошибок информационных разрядов кодов с длинами информационных векторов $m = 2 \div 20$ вытекают такие закономерности:

1. Распределения необнаруживаемых ошибок в кодах $RSM(n, m)$ являются одинаковыми при одинаковом числе информационных разрядов в линейной сумме коэффициента α .
2. При заданном M всего существует $\lfloor \frac{m}{2} \rfloor$ ($\lfloor \frac{m}{2} \rfloor$ – целое снизу от $\frac{m}{2}$) вариантов построения $RSM(n, m)$ -кодов, каждый из которых имеет уникальное распределение необнаруживаемых ошибок по кратности.
3. Коды $RSM(n, m, i)$ и $RSM(n, m, m-i)$ имеют одно и то же распределение необнаруживаемых ошибок (см. пример на рис. 2).

4. В $RS2(n, m, i)$ - и $RS4(n, m, i)$ -кодах в независимости от длины информационного вектора и способа определения коэффициента α общее число необнаруживаемых ошибок постоянно.
5. Код $RS4(n, m, i)$ не обнаруживает ровно вдвое меньше ошибок информационных разрядов, нежели код $RS2(n, m, i)$.
6. Для $RSM(n, m, i)$ -кодов с $M \geq 8$ минимальным общим количеством необнаруживаемых ошибок обладает код, в котором для определения α использовалась сумма $\lfloor \frac{m}{2} \rfloor$ информационных разрядов.
7. Минимум необнаруживаемых искажений кратности $d = 2$ имеет модульный модифицированный код, для определения α в котором использовалась сумма $\lfloor \frac{m}{2} \rfloor$ информационных разрядов.
8. $RSM(n, m, i)$ -коды с модулями $M \geq 4$ имеют одинаковое число двукратных необнаруживаемых ошибок информационных разрядов при одинаковом i для заданной длины информационного слова m ; коды с модулем $M = 2$ имеют вдвое больше необнаруживаемых ошибок информационных разрядов кратности $d = 2$ при тех же i .
9. При малых m в $RSM(n, m, i)$ -кодах доминируют необнаруживаемые ошибки малых кратностей, с увеличением m последовательно приоритет по количеству необнаруживаемых ошибок переходит к ошибкам больших кратностей.
10. С увеличением m величина γ для модульных модифицированных кодов приближается к величине, вдвое меньшей обратной значению выбранного модуля подсчета.

Свойство 10 прослеживается по табл. 4, где приведены рассчитанные значения γ для различных кодов с суммированием. Для модульных не модифицированных кодов с суммированием с увеличением длины информационного слова значение γ приближается к величине, обратной модулю. Это объясняется сохранением числа контрольных разрядов в независимости от числа информационных разрядов в любом $SM(n, m)$ -коде. Модифицированный модульный код имеет при модуле M число контрольных разрядов на единицу большее, чем не модифицированный модульный код с тем же M . Число контрольных групп, соответственно, в 2 раза больше, а значение коэффициента γ – в 2 раза выше.

В табл. 5 приведены коэффициенты эффективности полного множества кодов с суммированием единичных разрядов. При этом модифицированные коды взяты с минимальными значениями общего числа необнаруживаемых ошибок – $RSM(n, m \lfloor \frac{m}{2} \rfloor)$ -коды.

Из сравнения кодов с суммированием с одинаковыми длинами информационных и контрольных векторов вытекает следующий список положений:

- $RS(n, m)$ -код более близок к оптимальному, нежели сравнимый с ним $S(n, m)$ -код, имеющий худшие показатели эффективности в области обнаружения ошибок в информационных векторах;
- $S2(n, m)$ -код (код паритета) и $RS2(n, m)$ -код являются оптимальными в своих классах;
- среди кодов $SM(n, m)$ и $RSM^*(n, m)$ (M^* – предыдущий к M модуль), сравнимых по количеству контрольных разрядов, более эффективными являются $RSM^*(n, m)$ -коды;

Таблица 4. Значение величины γ для кодов с суммированием

m	Значения коэффициента γ									
	$S(n, m)$	$RS(n, m)$	$S2(n, m)$	$S4(n, m)$	$S8(n, m)$	$S16(n, m)$	$RS2(n, m)$	$RS4(n, m)$	$RS8(n, m)$	$RS16(n, m)$
2	0,166667	0	0,333333	0,166667	0,166667	0,166667	0	0	0	0
3	0,214286	0,142857	0,428571	0,214286	0,214286	0,214286	0,142857	0,071429	0,071429	0,071429
4	0,225	0,1	0,466667	0,233333	0,225	0,225	0,2	0,1	0,091667	0,091667
5	0,221774	0,112903	0,483871	0,241935	0,221774	0,221774	0,225806	0,112903	0,100806	0,100806
6	0,213294	0,119048	0,492063	0,246032	0,213294	0,213294	0,238095	0,119048	0,10119	0,10119
7	0,203248	0,122047	0,496063	0,248031	0,203248	0,203248	0,244094	0,122047	0,098917	0,098917
8	0,193229	0,095221	0,498039	0,24902	0,19326	0,193229	0,247059	0,123529	0,095221	0,09519
9	0,183877	0,091304	0,499022	0,249511	0,184014	0,183877	0,248532	0,124266	0,091304	0,091227
10	0,175392	0,087518	0,499511	0,249756	0,175755	0,175392	0,249267	0,124633	0,087518	0,087327
11	0,167782	0,084079	0,499756	0,249878	0,168516	0,167782	0,249634	0,124817	0,084079	0,083707
12	0,160971	0,081031	0,499878	0,249939	0,162242	0,160971	0,249817	0,124908	0,081031	0,080393
13	0,154878	0,078374	0,499939	0,249969	0,156838	0,154878	0,249908	0,124954	0,078374	0,077392
14	0,149394	0,076078	0,499969	0,249985	0,152201	0,149394	0,249954	0,124977	0,076078	0,074673
15	0,144438	0,074104	0,499985	0,249992	0,14823	0,144438	0,249977	0,124989	0,074104	0,072207
16	0,139937	0,069962	0,499992	0,249996	0,144835	0,139937	0,249989	0,124994	0,069962	0,069962
17	0,135827	0,067911	0,499996	0,249998	0,141933	0,135827	0,249994	0,124997	0,070964	0,070964
18	0,132057	0,066027	0,499998	0,249999	0,139455	0,132057	0,249997	0,124999	0,069726	0,069726
19	0,128584	0,064291	0,499999	0,25	0,137339	0,128584	0,249999	0,124999	0,068669	0,068669
20	0,12537	0,062685	0,5	0,25	0,135532	0,12537	0,249999	0,125	0,067766	0,067766

Таблица 5. Эффективность кодов с суммированием ξ

m	$S(n, m)$	$RS(n, m)$	$S2(n, m)$	$S4(n, m)$	$S8(n, m)$	$S16(n, m)$	$RS2(n, m)$	$RS4(n, m)$	$RS8(n, m)$	$RS16(n, m)$
3	0,66667	1	1	0,66667	0,66667	0,66667	1	0	0	0
4	0,2963	0,66667	1	0,85714	0,2963	0,2963	1	0,66667	0	0
5	0,43636	0,85714	1	0,93333	0,43636	0,43636	1	0,85714	0,32	0
6	0,52093	0,93333	1	0,96774	0,52093	0,52093	1	0,93333	0,47059	0,15686
7	0,58111	0,96774	1	0,98413	0,58111	0,58111	1	0,96774	0,55721	0,23881
8	0,30442	0,61776	1	0,99213	0,62904	0,30442	1	0,98413	0,61776	0,28838
9	0,32992	0,66443	1	0,99608	0,66999	0,32992	1	0,99213	0,66443	0,32177
10	0,35112	0,70366	1	0,99804	0,70635	0,35112	1	0,99608	0,70366	0,347
11	0,36978	0,7379	1	0,99902	0,73923	0,36978	1	0,99804	0,7379	0,36767
12	0,38685	0,76849	1	0,99951	0,76913	0,38685	1	0,99902	0,76849	0,38577
13	0,4028	0,796	1	0,99976	0,79632	0,4028	1	0,99951	0,796	0,40226
14	0,41797	0,82078	1	0,99988	0,82093	0,41797	1	0,99976	0,82078	0,4177
15	0,43251	0,84303	1	0,99994	0,8431	0,43251	1	0,99988	0,84303	0,43237
16	0,22321	0,44646	1	0,99997	0,86296	0,44653	1	0,99994	0,86292	0,44646
17	0,23002	0,46006	1	0,99998	0,88065	0,46009	1	0,99997	0,88063	0,46006
18	0,23661	0,47323	1	0,99999	0,89632	0,47325	1	0,99998	0,89631	0,47323
19	0,24302	0,48604	1	1	0,91014	0,48605	1	0,99999	0,91014	0,48604
20	0,24926	0,49851	1	1	0,92228	0,49852	1	1	0,92228	0,49851

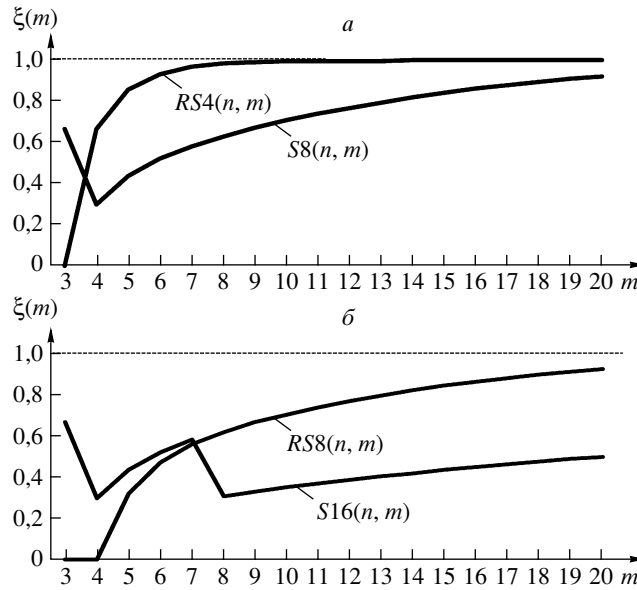


Рис. 3. Зависимость величины ξ от длины информационного слова: a – для модульных и модифицированных кодов с $k = 3$; b – для модульных и модифицированных кодов с $k = 4$.

– коды с фиксированным значением модуля M с увеличением длины информационного слова m приближаются по эффективности к оптимальным.

На рис. 3 для примера показаны графики изменения величин ξ для сравнимых по числу контрольных разрядов $S8(n, m)$ - и $RS4(n, m)$ -кодов (рис. 3, a) и $S16(n, m)$ - и $RS8(n, m)$ -кодов (рис. 3, b). Модифицированные коды более близки к оптимальным. Для обоих типов кодов с увеличением m величина ξ приближается к единице, т.е. при больших значениях m данные коды оптимальны в своем классе.

4. О мощности множества кодов с суммированием единичных разрядов

Результаты данной работы и работ [11–13, 17, 18] позволяют предложить следующую классификацию кодов с суммированием единичных разрядов, пригодных для организации контроля комбинационных логических устройств (рис. 4).

Определим мощность полного множества различных кодов с суммированием. Она складывается из числа возможных построенных при заданном m классических, модульных и модифицированных кодов с суммированием.

Рассмотрим не модифицированные коды (коды Бергера и модульные коды). Их число равно числу различных модулей $M \in 2^1, 2^2, \dots, 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil}$ (см. рис. 4), откуда следует, что для данного m можно построить ровно k не модифицированных кодов с суммированием единичных разрядов.

Модифицированный код с суммированием может быть построен для любого установленного модуля $M \in 2^1, 2^2, \dots, 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil - 1}$ (т.е. существует $k - 1$

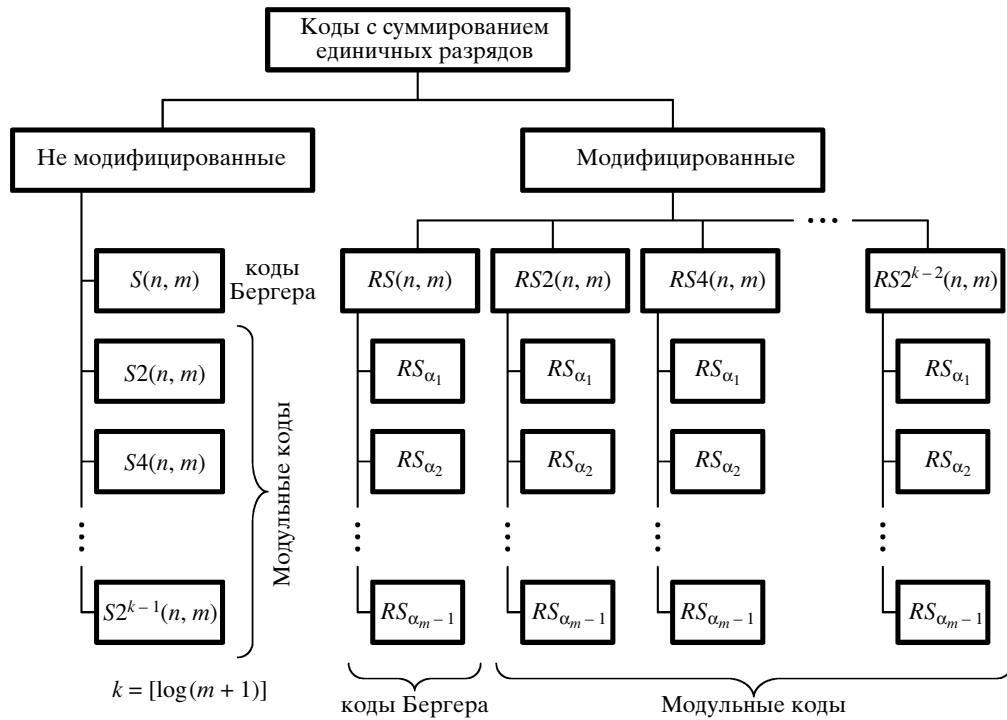


Рис. 4. Классификация кодов с суммированием единичных разрядов.

способ выбора модуля). Число модификаций – это количество вариантов выбора коэффициента α , т.е. $2^m - 2$.

Исходя из этого, мощность полного множества кодов с суммированием единичных разрядов для заданного m вычисляется по формуле

$$(7) \quad N_{S(n,m)} = k + (k - 1)(2^m - 2) = (k - 1)(2^m - 1) + 1.$$

Например, при $m = 5$ (в этом случае $k = 3$) существует

$$N_{S(n,5)} = (k - 1)(2^m - 1) + 1 = (3 - 1)(2^5 - 1) + 1 = 31 \cdot 2 + 1 = 63$$

кода с суммированием. Это коды $S(8,5)$, $S4(7,5)$, $S2(6,5)$ и модификации первых двух из них. Каждая модификация позволяет получить $2^5 - 2 = 30$ ($30 + 30 + 3 = 63$) различных кодов.

Мощность множества кодов с уникальными характеристиками по обнаружению искажений в информационных разрядах можно определить из следующих соображений. Каждый не модифицированный код имеет свои свойства по обнаружению ошибок в информационных разрядах. Существует $\lfloor \frac{m}{2} \rfloor$ вариантов построения модифицированного кода для заданных m и M . С учетом этих фактов мощность множества кодов с суммированием единичных разрядов с уникальными обнаруживающими способностями определяется по формуле

$$(8) \quad N_{S(n,m)}^U = k + (k - 1) \lfloor \frac{m}{2} \rfloor = k \left(\lfloor \frac{m}{2} \rfloor + 1 \right) - \lfloor \frac{m}{2} \rfloor.$$

Таблица 6. Мощности множеств некоторых кодов с суммированием

m	k	$N_{S(n,m)}$	$N_{S(n,m)}^U$	$\sigma = \frac{N_{S(n,m)}^U}{N_{S(n,m)}}$
3	2	8	3	0,375
4	3	31	7	0,22581
5	3	63	7	0,11111
6	3	127	9	0,07087
7	3	255	9	0,03529
8	4	766	16	0,02089
9	4	1534	16	0,01043
10	4	3070	19	0,00619
11	4	6142	19	0,00309
12	4	12286	22	0,00179
13	4	24574	22	0,0009
14	4	49150	25	0,00051
15	4	98302	25	0,00025
16	5	262141	37	0,00014
17	5	524285	37	$7,1 \cdot 10^{-5}$
18	5	1048573	41	$3,9 \cdot 10^{-5}$
19	5	2097149	41	$2 \cdot 10^{-5}$
20	5	4194301	45	$1,1 \cdot 10^{-5}$
50	6	$5,6295 \cdot 10^{15}$	131	$2,3 \cdot 10^{-14}$
100	7	$7,6059 \cdot 10^{30}$	307	$4 \cdot 10^{-29}$
200	8	$1,12486 \cdot 10^{61}$	708	$6,3 \cdot 10^{-59}$
500	9	$2,6187 \cdot 10^{151}$	2009	$8 \cdot 10^{-149}$
1000	10	$9,6436 \cdot 10^{301}$	4510	$5 \cdot 10^{-299}$

Для длины информационного вектора $m = 5$ существует

$$N_{S(n,5)}^U = 3 \left(\left\lfloor \frac{5}{2} \right\rfloor + 1 \right) - \left\lfloor \frac{5}{2} \right\rfloor = 7$$

кодов с суммированием единичных разрядов с различными распределениями необнаруживаемых ошибок информационных разрядов.

По формулам (7) и (8) рассчитаны мощности множеств кодов с суммированием единичных разрядов для некоторых m (табл. 6). Общее число кодов возрастает по показательной функции от m (см. (7)), а число кодов с уникальными распределениями необнаруживаемых искажений имеет линейную зависимость от длины информационного вектора m (см. (8)). В последнем столбце табл. 6 представлено отношение количества кодов с суммированием с уникальными распределениями необнаруживаемых искажений к общему количеству кодов с суммированием единичных разрядов.

5. Заключение

В статье рассмотрено полное множество кодов с суммированием единичных разрядов, используемых при организации систем функционального кон-

троля, а также установлены новые свойства кодов по обнаружению искажений в информационных векторах модифицированных кодов с суммированием. Практическим результатом является предоставление разработчику самопроверяемых комбинационных схем возможности выбора наилучшего варианта кодирования с учетом особенностей конкретных контролируемых устройств [19, 20].

Методика выбора варианта кодирования при проектировании контроле-пригодных логических устройств основывается на возможности постановки экспериментов с блоком $f(x)$. При этом моделируются все возможные неисправности в его внутренней структуре и фиксируются значения информационных функций $f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x)$, после чего дается оценка возможности идентификации дефекта при выборе того или иного варианта кодирования. Примером подобного рода экспериментов может служить тестирование на стандартных контрольных схемах MCNC Benchmark Circuits [21], специально разработанных для проверки эффективности различных способов построения надежных логических устройств.

Пусть, к примеру, комбинационная схема $f(x)$ имеет 10 выходов, и эксперимент показал, что ее структура исключает возникновение двукратных ошибок в формируемом информационном векторе. В этом случае целесообразно для контроля выбрать не оптимальный $RS(14,10,5)$ -код, а $RS(14,10,2)$ -код, так как он имеет меньшее количество четырехкратных необнаруживаемых искажений информационных векторов. Если же структура блока $f(x)$ исключает ошибки кратностей $d = 2$ и $d = 4$, то наилучшим способом кодирования является выбор $RS(14,10,1)$ -кода – он имеет наименьшее количество необнаруживаемых искажений информационных разрядов максимальных кратностей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Goessel M., Graf S.* Error Detection Circuits. London: McGraw-Hill, 1994.
2. *Pradhan D.K.* Fault-Tolerant Computer System Design. N.Y.: Prentice Hall, 1996.
3. *Lala P.K.* Self-checking and Fault-tolerant Digital Design. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers, 2001.
4. *Touba N.A., McCluskey E.J.* Logic Synthesis of Multilevel Circuits with Concurrent Error Detection // IEEE Trans. Computer-Aided Design Integrat. Circuits Syst. 1997. V. 16. P. 783–789.
5. *Zeng C., Saxena N., McCluskey E.J.* Finite State Machine Synthesis with Concurrent Error Detection // Int. Test Conf., Atlantic City, NJ. 1999. P. 672–679.
6. *Сапожников В.В., Сапожников Вл.В.* Самопроверяемые дискретные устройства. СПб: Энергоатомиздат, 1992.
7. *Гессель М., Морозов А.В., Сапожников В.В., Сапожников Вл.В.* Логическое дополнение – новый метод контроля комбинационных схем // АИТ. 2003. № 1. С. 167–176.
Goessel M., Morozov A.V., Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov Vl.V. Logic Complement, a New Method of Checking the Combinational Circuits // Autom. Remote Control. 2003. V. 64. No. 1. P. 153–161.
8. *Nicolaidis M., Zorian Y.* On-Line Testing for VLSI – A Compendium of Approaches // J. Electron. Testing: Theory Appl. 1998. V. 12. No. 1–2. P. 7–20.

9. *Berger J.M.* A Note on Error Detection Codes for Asymmetric Channels // Inform. Control. 1961. V. 4. No. 1. P. 68–73.
10. *Freiman C.V.* Optimal Error Detection Codes for Completely Asymmetric Binary Channels // Inform. Control. 1962. V. 5. No. 1. P. 64–71.
11. *Ефанов Д.В., Сапожников В.В., Сапожников Вл.В.* О свойствах кода с суммированием в схемах функционального контроля // АиТ. 2010. № 6. С. 155–162.
Efanov D.V., Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov Vl.V. On Summation Code Properties in Functional Control Circuits // Autom. Remote Control. 2010. V. 71. No. 6. P. 1117–1123.
12. *Блюдов А.А., Ефанов Д.В., Сапожников В.В., Сапожников Вл.В.* Построение модифицированного кода Бергера с минимальным числом необнаруживаемых ошибок информационных разрядов // Электронное моделирование. 2012. Т. 34. № 6. С. 17–29.
13. *Блюдов А.А., Сапожников В.В., Сапожников Вл.В.* Модифицированный код с суммированием для организации контроля комбинационных схем // АиТ. 2012. № 1. С. 169–177.
Blyudov A.A., Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov Vl.V. A Modified Summation Code for Organizing Control of Combinatorial Circuits // Autom. Remote Control. 2012. V. 73. No. 1. P. 153–160.
14. *Bose B., Lin D.J.* Systematic Unidirectional Error-Detection Codes // IEEE Trans. Comput. 1985. V. C-34. P. 1026–1032.
15. *Piestrak S.J.* Design of Self-Testing Checkers for Unidirectional Error Detecting Codes. Wrocław: Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 1995.
16. *Das D., and Toubia N.A.* Synthesis of Circuits with Low-Cost Concurrent Error Detection Based on Bose-Lin Codes // J. Electron. Testing: Theory Appl. 1999. V. 15. No. 1–2. P. 145–155.
17. *Blyudov A.A., Efanov D.V., Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov Vl.V.* Properties of Code with Summation for Logical Circuit Test Organization // Proc. 10th IEEE East-West Design&Test Sympos. (EWDTS'2012), Kharkov, Ukraine, September 14–17, 2012. P. 114–117.
18. *Блюдов А.А., Ефанов Д.В., Сапожников В.В., Сапожников Вл.В.* Коды с суммированием для организации контроля комбинационных схем // АиТ. 2013. № 6. С. 153–164.
Blyudov A.A., Efanov D.V., Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov Vl.V. Summation Codes for Organization of Control of Combinational Circuits // Autom. Remote Control. 2013. V. 74. No. 6. P. 1020–1028.
19. *Moshanin Vl., Ocheretnij V., Dmitriev A.* The Impact of Logic Optimization of Concurrent Error Detection // Proc. 4th IEEE Int. On-Line Testing Workshop, Capry, Italy, 1998. P. 81–84.
20. *Morozov A., Saposhnikov V.V., Saposhnikov Vl.V., Goessel M.* New Self-Checking Circuits by Use of Berger-Codes / 6th IEEE Int On-Line Testing Workshop, Palma de Mallorca, Spain, 2000. P. 141–146.
21. *Yang S.* Logic Synthesis and Optimization Benchmarks User Guide: Version 3.0 / Techn. report Microelectron. Center of North Carolina. P.O. Box 12889, Research Triangle Park, NC 27709, January 15, 1991. P. 44.

Статья представлена к публикации членом редколлегии П.П. Пархоменко.

Поступила в редакцию 05.04.2013