

Вещественное уравнение мКдФ: классическая и альтернативные формулы конечнозонных решений

А. О. Смирнов

Вещественное модифицированное уравнение Кортевега-де Фриза

$$v_t + v_{xxx} - 6v^2v_x = 0$$

является одним из самых известных интегрируемых нелинейных уравнений. Наряду с вещественным модифицированным уравнением мКдФ существуют его комплексные формы, являющиеся членами иерархии АКНС. Из условия совместности пары Лакса для комплексного уравнения мКдФ вытекает следующая система уравнений

$$\begin{aligned} p_t + p_{xxx} - 6pqp_x &= 0, \\ q_t + q_{xxx} - 6pqq_x &= 0. \end{aligned}$$

Полагая $q = \sigma p^*$ в данной системе уравнений, где $\sigma = \pm 1$, получаем комплексные уравнения мКдФ

$$p_t + p_{xxx} - 6\sigma|p|^2p_x = 0.$$

Конечнозонные решения комплексных уравнений из иерархии АКНС давно и хорошо известны. Известны также требования на риманову поверхность и на параметры решения, соответствующие каждому типу комплексного уравнения мКдФ. В отличие от случая комплексного уравнения, конечнозонные решения вещественного уравнения не являются широко известными. Нетрудно понять, для решений вещественного уравнения можно использовать формулы для комплексного уравнения, наложив новые условия на риманову поверхность, абелевы интегралы и на параметры решения.

Недавно автором и его учеником [1] была рассмотрена последовательность пар Лакса для уравнений из иерархии вещественного уравнения мКдФ и с помощью метода матрицы монодромии были найдены свойства римановых поверхностей, ассоциированных с конечнозонными решениями уравнений из данной иерархии. В настоящей работе даются условия на римановы поверхности, абелевы интегралы и другие параметры, при выполнении которых для решения вещественного уравнения мКдФ становится верна классическая формула Итса-Котлярова [2].

Хорошо известно, что решения уравнений КдФ и мКдФ связаны преобразованием Миуры. Естественно, это приводит к наличию связи между римановыми поверхностями конечнозонных решений данных уравнений. Во

второй части работы построены формулы конечнозонных решений вещественного уравнения мКдФ в терминах тэта-функций римановых поверхностей, ассоциированных с конечнозонными решениями обычного уравнения КдФ. Для построения использовалась теорема о редукции многомерной тэта-функции [3].

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (соглашение No 22-11-00196), <https://rscf.ru/project/22-11-00196/>

Список литературы

- [1] Смирнов А.О., Анисимов И.В., О конечнозонных решениях вещественного модифицированного уравнения Кортевега-де Фриза, *ТМФ.*, **220**:1 (2024), 191–209.
- [2] Итс А.Р., Котляров В.П., Об одном классе решений нелинейного уравнения Шредингера, *ДАН УССР, Сер.А.*, **11** (1976), 965–968.
- [3] Смирнов А. О., Конечнозонные решения абелевой цепочки Тоды рода 4 и 5 в эллиптических функциях, *ТМФ.*, **78**:1 (1989), 11–21.