Теорема Дубровина-Новикова, динамическая система Мамфорда и гиперэллиптические функции Клейна.

В. М. Бухштабер
Математический институт им. В.А. Стеклова РАН

На основе тэта-функциональных решений g-стационарной иерархии Кортевега-де Фриза и соответствующего g-уравнения Новикова, Дубровин и Новиков показали, что универсальное пространство якобианов гиперэллиптических кривых рода g (пространство ДН) бирационально эквивалентно пространству $\mathbb{C}^{3g+1}$.

На основе теории неособых гиперэллиптических кривых и тэта-функциональной теории их якобианов, Мамфорд ввел динамическую систему на $\mathbb{C}^{3g+1}$ и получил алгебро-геометрическое описание гиперэллиптических якобианов в пространстве решений этой системы, эквивалентном пространству ДН.

В рамках алгебро-геометрической теории интегрируемых систем, Ванхаекке и ряд других авторов развили теорию динамической системы Мамфорда и её обобщений.

В работе Бухштабера, Энольского и Лейкина на пространстве $\mathbb{C}^{3g+1}$ была введена полиномиальная динамическая система БЭЛ вида

$$D_\eta L_\xi = [L_\xi, M_{\xi,\eta}],$$

где D_η – оператор дифференцирования с параметром η, а L_ξ, $M_{\xi,\eta}$ – матричные функции на $\mathbb{C}^g$, $g \geqslant 1$, со значениями в алгебре Ли $sL(2, \mathbb{C}[\xi, \eta])$, указан вид функции $M_{\xi,\eta}$, при котором эта система интегрируется в гиперэллиптических функциях Клейна и получено соответствующее эффективное алгебро-геометрическое описание гиперэллиптических якобианов.

В первой части доклада будет представлена алгебраическая теория динамической системы Мамфорда. Ключевой результат: конструкция дифференциальных уравнений, соответствующих g-стационарной иерархии Кортевега-де Фриза и g-уравнению Новикова, не зависящая от теории гиперэллиптических кривых и абелевых функций на их якобианах. Приложения: построение решений в случае особых гиперэллиптических кривых.

Во второй части доклада будет описана редукция динамической системы Мамфорда к динамической системе БЭЛ. Ключевой результат: конструкция решений на основе многомерных уравнений теплопроводности в неголономном репере. Эффективная конструкция этих решений использует результаты, полученные совместно с Буньковой.