

- [2] Т. П. Лукашенко, О свойствах систем разложения, подобных ортогональным, Изв. РАН. Сер. матем., 62:5 (1998), 187–206.

## Автопредставление ограниченных функций на $\mathbb{R}^m$

@ Рассадин А.Э.

Высшая школа экономики, г. Нижний Новгород, Россия

Пусть  $UC_b(\mathbb{R}^m)$  — пространство всех равномерно непрерывных ограниченных функций  $f: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^m$ , снабжённое чебышёвской нормой:

$$\|f\| = \sup_{\vec{x} \in \mathbb{R}^m} |f(\vec{x})|,$$

тогда справедливы следующие утверждения:

**Теорема.** Если  $f \in UC_b(\mathbb{R}^m)$ , а  $R$  и  $\gamma$  — произвольные положительные числа, то

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sup_{|\vec{\xi}| \leq R} \|f - S_n^\gamma(\vec{\xi})f\| = 0,$$

где  $|\vec{\xi}| = \sqrt{\xi_1^2 + \xi_2^2 + \dots + \xi_m^2}$ , а  $S_n^\gamma(\vec{\xi})$  — линейный оператор, действующий на функции из  $UC_b(\mathbb{R}^m)$  по правилу:

$$(S_n^\gamma(\vec{\xi})f)(\vec{x}) = \frac{\exp(\gamma |\vec{\xi}|)}{2^n} \sum_{k=0}^n C_n^k \left(1 - \frac{2\gamma |\vec{\xi}|}{n}\right)^k f\left(\vec{x} + \frac{2k-n}{n} \vec{\xi}\right)$$

( $C_n^k$  — биномиальные коэффициенты).

**Следствие.** Пусть  $f \in UC_b(\mathbb{R}^m)$  и  $\gamma$  — произвольное положительное число, тогда:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \|f - \sigma_n^\gamma f\| = 0,$$

где  $\sigma_n^\gamma$  — линейный оператор, действующий на функции из  $UC_b(\mathbb{R}^m)$  по правилу:

$$(\sigma_n^\gamma f)(\vec{x}) = \frac{\exp(\gamma |\vec{x}|)}{2^n} \sum_{k=0}^n C_n^k \left(1 - \frac{2\gamma |\vec{x}|}{n}\right)^k f\left(\frac{2k}{n} \vec{x}\right).$$

Доказательство теоремы основано на применении результатов статьи [1] к решению задачи Коши для линейного эволюционного уравнения с постоянными коэффициентами вида ( $|\vec{v}| \neq 0$ ,  $\sigma > 0$ ):

$$\frac{\partial u}{\partial t} + v_1 \frac{\partial u}{\partial x_1} + v_2 \frac{\partial u}{\partial x_2} + \dots + v_m \frac{\partial u}{\partial x_m} + \sigma u = 0, \quad u(\vec{x}, 0) = f(\vec{x}).$$

- [1] Remizov I.D. Solution-giving formula to Cauchy problem for multidimensional parabolic equation with variable coefficients // Journal of Mathematical Physics. 2019. Vol. 6. No. 7. P. 071505-1-8.

## **Вырождение квантового поиска при амплитудных шумах в канале обращения к оракулу**

**@ Растёгин А.Э., Шемет А.М.**

Иркутский государственный университет, г. Иркутск, Россия

Поиск Гровера и родственные ему методы используются во многих алгоритмах обработки информации на квантовых носителях. Интерфейс с так называемым оракулом является одной из уязвимостей квантового поиска, которая остаётся недостаточно изученной. Влияние коллективных ошибок амплитудного типа в канале обращения к оракулу на работу квантового алгоритма Гровера рассмотрено в рамках подхода, предложенного в статье [1]. Другим методом квантовый поиск при наличии частично локализованного шума исследуется в работе [2]. Он позволяет сформулировать сценарий поиска при наличии помех разного типа, однако решение полученных уравнений “до конца” требует дальнейших упрощений. Разработана эффективно двумерная модель амплитудных шумов, которая приводит к замкнутым аналитическим выражениям для базовых характеристик, в том числе для вероятности получения корректного ответа как функции числа итераций. Вероятность успеха изменяется с ростом числа шагов таким образом, что не очень высокий уровень ошибок способен привести к быстрому вырождению квантового поиска. Алгоритм Гровера оказывается довольно чувствительным к амплитудным ошибкам, даже если они возникают только в канале обращения к оракулу. Данное заключение согласуется с выводами, полученными при изучении поиска при наличии фазовых ошибок [1]. Эти результаты следует учитывать при анализе разнообразных применений квантового поиска для решения практических задач.

- [1] Rastegin A.E. Degradation of Grover’s search under collective phase flips in queries to the oracle // Front. Phys. **13**, 130318 (2018)
- [2] Reitzner D., Hillery M. Grover search under localized dephasing // Phys. Rev. A **99**, 012339 (2019)