

Поддержано Министерством науки и высшего образования РФ, грант 075-15-2020-788.

Оценки норм дифференциальных операторов в весовых пространствах потенциалов

@ Баймурзаева А.Б.

ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, г. Нур-Султан, Казахстан

Рассматривался дифференциальный оператор

$$L_0 f = \sum_{|\alpha| \leq l} a_\alpha(x) D^\alpha f, \quad f \in C_0^\infty(\Omega),$$

с локально суммируемыми в области $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ коэффициентами $a_\alpha(x)$. Решена задача о существовании корректно определенного ограниченного продолжения L_0 как оператора, действующего из пространства $H_p^m(\Omega; \rho, v_m)$ в $H_p^t(\Omega; \rho, v_t)$, $0 < t < m - l$, $1 < p < \infty$. Для $s > 0$, $1 < p < \infty$ пространство $H_p^s(\Omega; \rho, v_s)$ определяется как пополнение класса $C_0^\infty(\Omega)$ бесконечно дифференцируемых и финитных в Ω функций по норме

$$\|f; H_p^s(\Omega; \rho, v_s)\| = \left[\sum_{j \geq 1} (\rho^p(x^j) \|\psi_j f; H_p^s\|^p + v_s^p(x^j) \|\psi_j f; L_p\|^p) \right]^{\frac{1}{p}}. \quad (1)$$

В (1) $v_s(x) = \rho(x)h^{-s}(x)$, функции $\rho(x)$, $0 < h(x) \leq 1$ удовлетворяют условиям погружения $Q(x) = \{y \in \mathbb{R}^n : |y_j - x_j| < \frac{h(x)}{2}; 1 \leq j \leq n\} \subset \Omega$ ($x \in \Omega$) и ограниченного колебания

$$\varkappa^{-1} \leq \frac{\rho(y)}{\rho(x)}, \frac{h(y)}{h(x)} \leq \varkappa, \quad \text{если } y \in \tau Q(x) (0 < \tau < 1),$$

$\{\psi_j\}$ - разбиение единицы, соотнесенное двойному покрытию типа Безиковича $\{\tau^2 Q(x^j), \tau Q(x^j)\}$ в области Ω (см. [1]).

Семейство $\{H_p^s(\Omega; \rho, v_s), s > 0\}$ инвариантно относительно комплексной интерполяции, содержит весовые пространства Соболева, Соболева-Слободецкого.

Работа была проделана при поддержке гранта МОН РК AP08856104.

- [1] Kussainova L.K., Sultanaev Ya.T., Murat G.K. Approximate Estimates for a Differential Operator in a Weighted Hilbert Space // Differential Equations. 2019. Vol. 55, No 12. P. 1589-1597.