

Алгебраические поверхности

- (1) Основы программы минимальных моделей будут вводиться по мере необходимости. Каноническое расслоение, формула присоединения. Дивизоры и кривые, группы Пикара и Нерона–Севери, конус Келера и конус Мори. Критерии обильности. Структура Ходжа поверхностей, теорема Ходжа об индексе. Теорема об обращении в нуль, двойственность Серра. Размерность Кодaira. Конечнопорожденность канонического кольца и кольца Кокса. Раздутия и исключительные кривые. Теорема Кастельнуово о стягивании. Теорема о конусе, экстремальные лучи, теорема о стягивании. Минимальные модели. Канонические модели и канонические особенности.
- (2) Унилинейчатые поверхности. Рациональные поверхности. Критерий рациональности Кастельнуово. Пучок Гессе и другие интересные пучки. Поверхности Дель Пеццо, прямые на них, исключительные системы корней. Рациональные якобиевы эллиптические поверхности. Дювалевские особенности. Рациональные эллиптические поверхности без сечения. Пучки Альфана. Расслоения на коники, линейчатые поверхности, теорема Цзена, проективизации векторных расслоений. Поверхности Хирцебруха. Свитки. Поверхности Кобле. Многообразия Севери–Брауэра.
- (3) Кодaira размерность ноль. Абелевы поверхности. Биэллиптические поверхности. Куммеровы поверхности. $K3$ поверхности. Теорема Торелли. Поверхности Энриквеса. Модели Реуе и Кели. Связь с поверхностями Кобле.
- (4) Кодaira размерность один, общие эллиптические поверхности. Классификация Нерона–Кодaira–Тейта слоев минимальных моделей эллиптических кривых над локальным полем. Группа Морделла–Вейля, формула Шиоды–Тейта. Теория якобиевых эллиптических поверхностей. Теория Огга–Шафаревича, главные однородные пространства над эллиптическими кривыми.
- (5) Поверхности общего типа. Поверхности с $p_g = q = 0$. Пример: поверхность Годо. Поверхности Кампеделли. Поверхности Барлоу. Детерминантальные квинтики и поверхности Катанезе. Поверхности Бовиля. Факторы полидиска. Неравенство Богомолова–Мияоки–Яу. Факторы шара. Жесткость Мостова. Ложные проективные плоскости. Жесткие конфигурации прямых на плоскости, и другие жесткие конфигурации. Расслоения на кривые рода $g > 1$, гипотеза Шафаревича и гипотеза Морделла. Доказательство гипотезы Шафаревича. Трюк Паршина и доказательство гипотезы Морделла.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] В. А. Исковских, И. Р. Шафаревич: *Алгебраические поверхности*, Алгебраическая геометрия – 2, Итоги науки и техн. Сер. Современ. пробл. мат. Фундам. направления, 35, ВИНТИ, М., 1989, 131–263. Доступно на <http://mi.mathnet.ru/intf125>
- [2] Barth, W., Hulek, K., Peters, C., Van De Ven, A: *Compact complex surfaces*, 2003.
- [3] Arnaud Beauville: *Complex algebraic surfaces*, No. 34. Cambridge University Press, 1996.
- [4] Igor V. Dolgachev: *Classical Algebraic Geometry: a modern view*, Cambridge University Press 2012, available at <http://www.math.lsa.umich.edu/~idolga/CAG.pdf>, особенно последние четыре главы.
- [5] Matthias Schuett, Tetsuji Shioda: *Elliptic surfaces*, arXiv:0907.0298