

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЦЕНТР МИРОВОГО УРОВНЯ

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ им. В.А. СТЕКЛОВА
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

НАУЧНО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР

Весенний семестр 2023/2024 учебного года

Программа курса

**«Введение в теорию
детерминантных процессов»**

(лекторы - Александр Игоревич Буфетов, Сергей Михайлович Горбунов,
Алексей Владимирович Клименко)

– Несколько частиц случайно и независимо блуждают по целым точкам прямой. Какова вероятность, что за время T их траектории не пересекутся? Каково условное, при условии отсутствия пересечений, распределение положений частиц?

– Дан конечный связный граф. Поддерево нашего графа, содержащее все его вершины, называется *остовным*. Сколько у графа есть остовных деревьев? Какая доля их содержит данное ребро? данный набор рёбер?

– Коэффициенты степенного ряда — независимые стандартные гауссовские комплексные случайные величины. Какова вероятность, что у задаваемой рядом голоморфной функции нет нулей внутри круга радиуса $1/2$?

– Элементы комплексной матрицы — независимы и гауссовы. Как распределено её наименьшее сингулярное число?

Формулировки этих задач сильно отличаются, а решения похожи: во всех задачах возникает замечательный объект: *детерминантный точечный процесс*. Первый пример детерминантного процесса возник в 60-е годы в работах Дайсона, посвящённых матрицам, чьи элементы задаются случаем — как в последней задаче. С тех пор область применения детерминантных процессов постоянно расширяется.

Теория детерминантных процессов — активно развивающаяся молодая область математики. Мы начнём с основ, однако довольно быстро выйдем на открытые вопросы. Мы особенно будем стараться подчеркнуть связь теории с классическим анализом.

Примерное содержание курса

1. Ортогональные полиномиальные ансамбли. Случайные матрицы (Фишер, Вишарт, Вигнер, Дайсон). Радиальная часть меры Хаара на унитарной группе.
2. Скейлинговый предел кругового унитарного ансамбля — синус-процесс Дайсона.
3. Случайные диаграммы Юнга. Меры Шура. Дискретный синус-процесс Бородина-Окунькова-Ольшанского. Теоремы Сегё и формула Бородина-Окунькова.
4. Детерминантные процессы с ядрами Бесселя и Эйри.
5. Теорема Макки-Сошникова-Шираи-Такахаси о существовании детерминантного процесса.
6. Меры Пальма. Теорема Шираи-Такахаси о мере Пальма детерминантного процесса. Жёсткость детерминантных процессов.
7. Квази-симметрии детерминантных процессов.
8. Предельные теоремы для детерминантных процессов. Центральная предельная теорема Сошникова и скорость сходимости в ней.
9. *Гауссов мультипликативный хаос для синус-процесса.