

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЦЕНТР МИРОВОГО УРОВНЯ  
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ им. В.А. СТЕКЛОВА  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК  
НАУЧНО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР

Весенний семестр 2023/2024 учебного года

Программа курса  
**«Актуальные вычислительные подходы  
в многочастичных задачах  
квантовой механики»**  
(лектор - Ермаков Игорь Владимирович)

Вопрос вычислимости стоит в центре большинства современных задач многочастичной квантовой механики. Ключевой вопрос здесь: «Что мы можем узнать о системе, используя классический или квантовый компьютер?» В рамках данного курса мы попытаемся понять, насколько много информации можно получить, имея доступ лишь к вычислительным мощностям обычного ноутбука. В ходе курса мы рассмотрим ряд рутинных вопросов, которые постоянно возникают в современных задачах квантовой многочастичной физики.

В частности, мы научимся эффективно использовать точную диагонализацию и интегрируемость для анализа свойств многочастичной системы, оценивать вычислительную сложность возникающих задач, использовать спектральную статистику и теорию случайных матриц, а также применять квазиклассическое приближение для квантовой динамики. Мы также изучим классические и современные результаты в этой области. Лекции будут проходить в формате презентации теории, за которой последует разбор конкретной задачи от начала до конца. По окончании курса слушатели получат набор инструментов для продолжения самостоятельных исследований. Курс рассчитан на студентов начиная со 2-го курса и выше.

Предварительная программа

1. Введение.

1.1 Основные концепции. (Уравнение Шрёдингера, кубит, базис, квантовые вычисления, квантовые симуляции, квазиклассическое приближение. Различные модели многочастичной физики).

1.2 Вычислительная сложность многочастичных задач.

1.3 Проблема неустойчивости квазиклассических решений.

2. Низкоразмерные системы.

2.1 Двухуровневые системы (Бозе-Хаббард димер, модель Тависа-Каммингса).

2.2 Когерентные состояния, коллапсы и ревайвалы.

2.3 Алгебраический анзац Бете.

2.4\* Динамические уравнения Бете.

3. Многочастичные системы.

3.1 Примеры многочастичных систем (спиновые цепочки, взаимодействующие электроны).

3.2 Точная диагонализация, использование симметрий (трансляционная инвариантность, отражение и т.д.).

3.3 Применение теории случайных матриц, спектральная статистика,  $\langle r \rangle$ -value, статистика Вигнера-Дайсона, статистика Пуассона.

3.4 Таулессовское время, рост энтропии.

3.5 Плотность состояний, Ансамбль Гиббса, обобщённый ансамбль Гиббса, средняя сила.

3.6 Quantum typicality.

3.7 Квантовая интегрируемость и динамическая интегрируемость. Алгебра Онзагера и замкнутая иерархия уравнений Гейзенберга. Различные представления алгебры Онзагера.

4. Квазиклассическое приближение.

4.1 Квазиклассические уравнения движения, их неустойчивость, теорема КАМ, сечение Пуанкаре.

4.2 Ляпуновский спектр, зависимость экспоненты Ляпунова от начальных условий.

5. Термализация и её нарушения.

5.1 Классические хаотические бильярды и квантовые шрамы.

5.2 Квантовые многочастичные шрамы. Онзагеровские шрамы.

5.3 Eigenstate Thermalization Hypothesis, Gauge adiabatic potential, Quantum butterfly effect.