

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЦЕНТР МИРОВОГО УРОВНЯ

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ им. В.А. СТЕКЛОВА
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

НАУЧНО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР

Весенний семестр 2023/2024 учебного года

Программа курса

«Производные категории когерентных пучков»

(лектор - Пирожков Дмитрий Владимирович)

Производная категория когерентных пучков — очень большой, но важный инвариант алгебраического многообразия. Изначально производные категории использовались скорее как технический инструмент для удобства работы с производными функторами и двойственностью Гротендика, но впоследствии оказалось, что производные категории когерентных пучков интересны и сами по себе.

Свойства производной категории сильно зависят от геометрии многообразия, но при этом для некоторых многообразий оказывается, что производные категории имеют на удивление понятную с алгебраической точки зрения структуру. Мы обсудим некоторые способы работать с производными категориями когерентных пучков и их базовые свойства.

От слушателей предполагается знание основ алгебраической геометрии (нужно знать, что такое когерентный пучок на алгебраическом многообразии), а также желательно знакомство со спектральными последовательностями.

Программа

Часть I: производные категории как инвариант многообразия.

1. Общий обзор курса. Триангулированные категории.
2. Производные категории когерентных пучков. Двойственность Серра.
3. Теорема Бондала-Орлова о реконструкции многообразия по производной категории.
4. Размерность Рукье, гипотеза Орлова о размерности.
5. Преобразования Фурье-Мукаи, эквивалентности производных категорий. Двойственность Мукаи.

Часть II: полуортогональные разложения производных категорий.

6. Исключительные объекты, исключительные наборы. Полустабильные расслоения на \mathbb{P}^2 по Дрезе и Ле Потье как экскурс в историю*.
7. Исключительный набор Бейлинсона. Перестройки исключительных наборов, двойственные наборы. Исключительные наборы на \mathbb{P}^2 (Городенцев-Рудаков)*.
8. Исключительный набор Капранова на грассманиане*. Другие исключительные наборы там же (Фонарёв, Кузнецов-Полищук).
9. Полуортогональные разложения. Разложение Орлова для раздутия и для проективизации расслоения.
10. Теорема Каватани-Окавы о жёсткости разложений, примеры неразложимых категорий.
11. Кубический форфолд, K_3 -категории, гипотеза Кузнецова о рациональности.

* – темы могут быть пропущены в зависимости от интересов слушателей и количества свободного времени.