

**Научно-образовательный центр при МИАН, весна 2024**  
**Структуры на многообразиях, листок 3**

**3.1.** Перечислите связные однородные симплексиальные схемы с не более чем 5 вершинами и изобразите их геометрические реализации.

**3.2.** Вычислите гомологии с коэффициентами в  $\mathbb{F}_2$  всех симплексиальных схем с не более чем 4 вершинами.

**3.3.** Может ли компактная неориентируемая поверхность быть разложена в связную сумму двумя разными способами?

*Букетом* топологически однородных топологических пространств называется пространство, полученное склейкой нескольких пространств по одной точке. Обозначается  $\vee_{i \in I} \mathbf{X}_i$  или  $\mathbf{X} \vee \mathbf{Y}$ .

**3.4.** Триангулируйте букет двух сфер  $\mathbb{S}^2 \vee \mathbb{S}^2$ .

**3.5.** Вычислите гомологии с коэффициентами в  $\mathbb{F}_2$  букета двух сфер  $\mathbb{S}^2 \vee \mathbb{S}^2$ .

**3.6.** Вычислите гомологии "сферы с диаметром", то есть объединения стандартной сферы, заданной в  $\mathbb{R}^3$  уравнением  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  с отрезком, соединяющим точки  $\{\pm 1, 0, 0\}$ .

**3.7.** Триангулируйте тор  $\mathbb{T}^2$  и вычислите гомологии с коэффициентами в  $\mathbb{F}_2$ . По возможности проверьте полученный результат с помощью *формулы Кюннета*.

**3.8.** Вычислите гомологии с коэффициентами в  $\mathbb{F}_2$  сферы, в которой отождествлены две точки.

**3.9.** Триангулируйте вещественную проективную плоскость  $\mathbf{P}_2(\mathbb{R})$  и вычислите её гомологии с коэффициентами в  $\mathbb{F}_2$ .

Вопрос для знакомых с *точной последовательностью пары*: какие результаты предыдущих задач могут быть проверены с помощью этой последовательности?

26 февраля, Г.Б. Шабат