

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЦЕНТР МИРОВОГО УРОВНЯ

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ им. В.А. СТЕКЛОВА
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

НАУЧНО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР

Весенний семестр 2023/2024 учебного года

Программа курса

«Структуры на многообразиях»

(лектор - Шабат Георгий Борисович)

В курсе предполагается обсудить связи между гладкими, почти комплексными, комплексными и кэлеровыми структурами на компактных топологических многообразиях, а также рассмотреть эти структуры с позиций алгебраической геометрии.

Программа курса

0. Основные понятия. Окольцованные пространства. Компактные многообразия. Структурные пучки на многообразиях различных типов. Забывающие функторы.

1. Элементы топологии многообразий. Ориентация. Связные суммы, их связь с раздутием точек в случае алгебраических поверхностей. Обзор когомологических теорий. Одномерные многообразия.

2. Компактные топологические поверхности. Единственность гладкой структуры. Совпадение понятий почти комплексной и комплексной структуры. Полная топологическая классификация. Пространства модулей алгебраических кривых.

3. Гладкие структуры. Сглаживаемость 3-мерных многообразий; единственность гладкой структуры на них. Примеры несглаживаемых многообразий. Сфера S^7 группа и гладких структур на ней.

4. Почти комплексные структуры. Определения. Примеры чётномерных многообразий, не допускающих почти комплексных структур; сфера S^4 . География почти комплексных 4-мерных многообразий.

5. Комплексные структуры. Интегрируемость почти комплексных структур. Примеры не интегрируемых почти комплексных структур. Сфера S^6 , почти комплексная структура и проблема существования комплексной структуры на ней.

6. Кэлеровы метрики на комплексных многообразиях. Связь между симплектическими, кэлеровыми и почти комплексными структурами. Произведения нечётномерных сфер как комплексные многообразия и возможность введения кэлеровых структур на них; поверхность Хопфа $\mathbb{S}^1 \times \mathbb{S}^3$.

7. Комплексные и алгебраические многообразия. Комплексные многообразия, допускающие и не допускающие структуру алгебраических. Комплексные торы и абелевы многообразия. КЗ-поверхности.

8. Разные вопросы. География алгебраических поверхностей. Алгебраические и симплектические многообразия: параллели, зеркальная симметрия. Множество римановых метрик на гладком многообразии; пространства Тайхмюллера, потоки Риччи и Кэлера-Риччи. Гипотеза геометризации Терстона и её доказательство Перельманом; гипотетические параллели с программой минимальных моделей.