7-я Санкт-Петербургская молодёжная конференция по теории вероятностей и математической физике

04–07 декабря 2023 г.

Санкт-Петербургский государственный университет

Международный математический институт им. Л. Эйлера

г. Санкт-Петербург

ОРГАНИЗАЦИИ

Санкт-Петербургское отделение Математического института им. В.А.Стеклова РАН, г. Санкт-Петербург

Математический центр мирового уровня «Санкт-Петербургский международный математический институт имени Леонарда Эйлера» (МЦМУ им. Л.Эйлера), г. Санкт-Петербург

Санкт-Петербургский государственный университет, г. Санкт-Петербург

Математический центр мирового уровня «Математический институт им. В.А.Стеклова Российской академии наук» (МЦМУ МИАН), г. Москва

Математический Институт им. В.А.Стеклова Российской академии наук, г. Москва

Конференция проводится при финансовой поддержке Минобрнауки России (грант на создание и развитие МЦМУ МИАН, соглашение № 075-15-2022-265 и грант на создание и развитие ММИ им. Л. Эйлера, соглашение № 075-15-2022-289).

АННОТАЦИИ

Список Докладов

О равномерности дробной части свертки с равномерной случайной величиной в двухмерном случае

Андриянов Никита
nikita.andriianov@math.msu.ru

В работе показано, что дробная часть свертки произвольной случайной величины, принимающей значения в $\mathbb{Z}^2$*, с дискретной равномерно распределенной на множестве* $\mathbb{Z}_N \times \mathbb{Z}_N$ *распределена равномерно на том же множестве. Далее аналогичное утверждение рассматривается для случая произвольной случайной величины со значениями в* $\mathbb{R}^2$ *и абсолютно непрерывной равномерной на квадрате* $[0,1]^2$*.*

Голодные львы в поисках ягненка

Арапов Дмитрий
dmitrii.arapov@math.msu.ru

Пусть $\{\xi_i\}_{i=1}^{\infty}$ *последовательность н.о.р. величин. Тогда случайным блужданием называется последовательность*

$$S_n = \sum_{i=1}^{n} \xi_i.$$

В различных точках вещественной прямой находятся ягненок и T *львов, перемещения которых представляют собой независимые симметрические случайные блуждания. Встреча льва и ягненка означает гибель последнего. Нас интересуют вероятностные характеристики величины* τ *– времени жизни ягненка. В непрерывном случае такого рода задача была поставлена в работе [1]. В докладе будет рассмотрена модель с* $\xi_i \sim Bern$*, получено распределение и производящая функ- ция для величины* τ*.*

Список литературы

[1] P. L. Krapivsky and S. Redner, J. Phys. A 29, 5347 (1996).

Спектр C^*-алгебры сингулярных интегральных операторов с полу-почти-периодическими коэффициентами

Байбулов Ильнур
i_baibulov@mail.ru

Исследуется C^**-алгебра, порожденная в пространстве* $L_2(\mathbb{R})$ *сингулярными интегральными операторами. Коэффициенты операторов предполагаются непрерывными и стабилизируются на*

бесконечности к почти-периодическим функциям. Изучен примитивный спектр такой алгебры, то есть перечислены все примитивные идеалы и описана топология Джекобсона.
Доклад основан на совместной работе с О.В. Сарафановым.

О стационарных решениях системы уравнений Власова-Пуассона в цилиндрических областях

Беляева Юлия
yilia-b@yandex.ru

Рассматривается первая смешанная задача для системы уравнений Власова-Пуассона в цилиндрических областях: конечном и бесконечном цилиндрах. Такая задача является моделью кинетики двукомпонентной высокотемпературной плазмы.
Построены классические стационарные решения в случаях однородного магнитного поля в бесконечном цилиндре и неоднородного магнитного поля в конечном цилиндре. Построенные решения соответствуют идее удержания высокотемпературной плазмы: носители функций распределения заряженных частиц являются компактными в сечении цилиндра.

КОЛМОГОРОВ 120

Буфетов Александр
bufetov@mi-ras.ru

В юбилейный год вспоминаем великие достижения великого человека. Будут кратко рассмотрены три из них:
1. аксиоматика Колмогорова исчисления вероятностей
2. уравнения Колмогорова для процессов Маркова
3. энтропия Колмогорова-Синая.

Гладкость обобщенных собственных функций дифференциально-разностных операторов на конечном интервале

Воротников Роман
1032181488@pfur.ru

Рассматривается задача на собственные функции и собственные значения для дифференциально-разностных операторов. Получены необходимые и достаточные условия сохранения гладкости обобщенных собственных функций на всем интервале. Приводится пример дифференциально-разностного оператора, имеющего счетное множество собственных функций, гладкость которых нарушается внутри интервала, и счетное множество собственных функций, гладкость которых

сохраняется.
Совместная работа с А.Л. Скубачевским

Большие уклонения статистики критерия хи-квадрат

Глаголев Александр
glagolanmail@gmail.com

Известно, что критерий хи-квадрат широко применяется как проверки гипотезы согласия в дискретном случае. Однако, в случае больших уклонений хи-квадрат аппроксимация распределения статистики этого критерия неприменима ([1]). Цель доклада заключается в получении асимптотики вероятности $\mathbb{P}(T > Cn)$, *где* T *– статистика критерия,* n *– размер выборки,* C *– константа.*
Аналогичная задача была решена для критерия обобщенного отношения правдоподобий (к.о.о.п) в работе [2]. Доказательство опирается на анализ доминирующих точек множества $\{\, T > Cn \,\}$, *то есть точек, в которых достигается минимум функции уклонений полиномиального распределения. В докладе будет получена асимптотика*

$$\mathbb{P}(T > Cn) = (1 + o(1))A(\theta^1, \dots, \theta^k)\frac{1}{\sqrt{n}}\exp(-an),\ n \to \infty,$$

где $\theta^1, \dots, \theta^k$ *– доминирующие точки множества* $\{\, T > Cn \,\}$, a *– значение функции уклонений в доминирующей точке,* $A(\theta^1, \dots, \theta^k)$ *– не зависящая от* n *функция доминирующих точек.*
Задача поиска доминирующих точек в общем случае оказывается трудной. Важный частный случай – проверка гипотезы о равномерности распределения. Доминирующие точки в этом случае будут найдены в явном виде.
Еще один вопрос связан со сравнением асимптотик $\mathbb{P}(T > Cn), \mathbb{P}(2\ln\lambda > Cn)$ *и* $\mathbb{P}(\xi > Cn)$ *для* λ *– статистики к.о.о.п.,* $\xi \sim \chi^2_{d-1}$. *Как известно,* $T \to \xi$ *и* $2\ln\lambda \to \xi$. *Однако, при больших уклонениях*

$$\mathbb{P}(2\ln\lambda > Cn) \sim A_1 n^{-(d-1)/2}\exp(-Cn/2),\ n \to \infty,$$
$$\mathbb{P}(\xi > Cn) \sim A_2 n^{-(d-1)/2}\exp(-Cn/2),\ n \to \infty,$$

где A_1, A_2 *– некоторые константы.*
Таким образом, асимптотики в двух данных случаях отличаются лишь мультипликативной константой. Следовательно, хи-квадрат аппроксимация к.о.о.п. может быть применена и в зоне больших уклонений. При этом хи-квадрат аппроксимация статистики критерия хи-квадрат дает экспоненциально большую относительную погрешность.

Список литературы

[1] А. А. Боровков, *Асимптотический анализ случайных блужданий. Быстро убывающие распределения приращений. Asymptotic analysis of random walks. Light/tailed distributions*, Encyclopedia Math. Appl, **176**(2013), 53–54.

[2] Michael Iltis, *Sharp asymptotics of large deviations in r d*, Journal of Theoretical Probability, **8**(1995), No 3, 501–522.

Скорость сходимости линейных функционалов в детерминантном точечном процессе с ядром Бесселя

Горбунов Сергей
gorbunov.sm@phystech.edu

Напомним, что конфигурацией на $\mathbb{R}$ называется не более чем счётное подмножество без точек накопления. Точечным процессом называется мера на множестве конфигураций. Каждой конфигурации X можно сопоставить линейный функционал $S_f = \sum_{x \in X} f(x)$. Точечный процесс будет индуцировать случайную величину. Сошниковским предельным переходом называется рассмотрение этой случайной величины для $f_R = f(x/R)$ при $R \to \infty$. В работе я рассмотрю Сошниковский предельный переход для детерминантного точечного процесса с ядром Бесселя.

Методы стабилизации алгоритмов отбора значимых факторов

Захаров Даниил
zakharov.daniil@gmail.com

Стабилизация алгоритма отбора значимых факторов является популярным методом улучшения эффективности его работы. В настоящее время методы стабилизации основываются на повторном получении результатов работы алгоритма на подвыборках (поднаборах) исходного набора данных (см., например, [1]). Пусть в исследуемой модели величина отклика Y зависит от признаков $X_1, \ldots, X_d$. Повторим процедуру отбора признаков алгоритмом на M различных поднаборах данных и получим несколько состоящих из значимых факторов подмножеств $S(i)$, $i \in \{1, \ldots, M\}$ (определения значимости набора факторов см., например, в [2]). Введём среднюю величину частоты отбора признаков алгоритмом $\bar{k} = \frac{1}{d} \sum_{f=1}^{d} p_f$, где $p_f = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} \mathbf{1}\{f \in S(i)\}$ – частота отбора признака X_f, $f \in \{1, \ldots, d\}$. Мы рассмотрим стабилизацию алгоритма по правилу "лучше, чем в среднем" (аналогично [3]):

$$X_f \in S^{st} \Leftrightarrow p_f \geq \alpha \cdot \bar{k},$$

где $f \in \{1, \ldots, d\}$, $\alpha \in (0, 1)$ является заранее заданным пороговым значением, а S^{st} – стабилизированный набор признаков. С помощью классических методов измерения стабильности (см., например, [4]) мы теоретически сравним устойчивость стабилизированного алгоритма с исходным. Данный подход проиллюстрирован результатами применения алгоритма отбора признаков LASSO (см., например, [5]) к наборам данных, полученных компьютерным моделированием.

Список литературы

[1] N. Meinshausen, P. Bühlmann, *Stability Selection*, Journal of the Royal Statistical Society Series B: Statistical Methodology, **72**(2010), No 4, 417–473.

[2] M. Büyükkeçeci, M.C. Okur, *A Comprehensive Review of Feature Selection and Feature Selection Stability in Machine Learning*, Gazi university journal of science, **36**(2022), No 4, 1506–1520.

[3] Y. Kwon, K. Han, Y.J. Suh, *Stability selection for LASSO with weights based on AUC*, Scientific Reports, **13**(2023), No 1, Article 5207.

[4] U. Khaire, R. Dhanalakshmi, *Stability of Feature Selection Algorithm: A Review*, Journal of King Saud University - Computer and Information Sciences, **34**(2019), No 4, 1060–1073.

[5] T. Hastie, R. Tibshirani, M. Wainwright, *Statistical Learning with Sparsity*, The Lasso and generalizations. Boca Raton, CRC Press, 2015, 335 pp.

О рекуррентных свойствах «марковских - вверх» процессов

Каликаева Диана
diana.kalikaeva@math.msu.ru

Рассмотрим процесс X_n, $n \geq 0$ *на* $\mathbb{Z}_+$, $X_0 = x$ *и случайные величины*

$$\zeta_n := \inf(k \geq n : \Delta X_i = X_{i+1} - X_i < 0 \quad \forall i = k, \ldots, n-1),$$
$$\hat{X}_{i,n} := X_i \mathbb{1}(\min(\zeta_n, n) \leq i \leq n).$$

Также рассмотрим $\sigma-$*алгебры*

$$\mathcal{F}_n := \sigma(X_i : 0 \leq i \leq n), \widetilde{\mathcal{F}_n} := \sigma(\zeta_n; \hat{X}_{i,n} : 0 \leq i \leq n).$$

Скажем, что процесс X_n *называется марковским-вверх, если при любом* $n \geq 0$ *он обладает следующим свойством:*

$$\mathbb{P}(X_{n+1} = j | \mathcal{F}_n) = \mathbb{P}(X_{n+1} = j | \widetilde{\mathcal{F}_n}).$$

Этот процесс впервые был введен авторами в работе [1]. Также в статье при некоторых предположениях доказывается ограниченность первого момента случайной величины $\tau := \inf(t \geq 0 : X_t \leq N)$, *где* $N \in \mathbb{Z}_+$.
В данном докладе мы сделаем более сильные предположения и покажем, что в этих предположениях при малых $\alpha \geq 0$ *найдется* $\widetilde{C} < \infty$ *такая, что*

$$\mathbb{E}_x e^{\alpha\tau} \leq e^{2\alpha x} \widetilde{C},$$

и для любого $n \in \mathbb{N}$, $n < \infty$ *найдется* $C_n < \infty$ *такая, что*

$$\mathbb{E}_x \tau^n \leq 2^{2n-2} x^n + C_n.$$

Список литературы

[1] A. Yu. Veretennikov, M.A. Veretennikova, *On Markov–up processes and their recurrence properties*, Reliability: Theory & Applications, **17**(2022), No 3(69), 273–291.

Спектральные свойства дифференциального оператора четвертого порядка с нелокальными краевыми условиями

Карамян Рубен
rkaramyan@yandex.ru

В данной работе будет рассмотрен обыкновенный дифференциальный оператор четвертого порядка с нелокальными краевыми условиями и спектральным параметром. Граничные условия задаются интегралами Римана, которые содержат как искомую функцию, так и производную от искомой функции. В пространстве Соболева вводится эквивалентная норма, зависящая от спектрального параметра λ. Отметим, что эквивалентная норма в пространстве правых частей зависит не только от спектрального параметра, но и от порядка производных в интегральных условиях. В терминах эквивалентных норм получены априорные оценки решений задачи при достаточно больших значениях параметра λ. Используя полученные оценки, изучаются спектральные свойства соответствующих операторов.

Большие выбросы однородных двухпараметрических гауссовских полей в дискретном времени

Козик Игорь
igor.kozik@mail.ru

В докладе представлены точные асимптотики вероятностей превышения неограниченно растущего уровня на решетках различной густоты по каждой их двух координат для гауссовских однородных полей на двумерном евклидовом пространстве, корреляционные функции которых ведут себя в нуле степенным образом по каждой из координат, при уменьшении шага дискретизации с ростом уровня. Также обсуждается близость полученных асимптотик к соответствующим в непрерывном времени при различных скоростях сгущения решетки.

Подход Джеймса-Стейна к оцениванию параметров экспоненциальных распределений

Кологривова Софья
skologrivova@gmail.com

В данном докладе рассматривается проблема оценивания параметров семейства экспоненциальных распределений. Разработан метод улучшенного оценивания, который обобщает подход Джеймса-Стейна на более широкий класс распределений. Предлагаемая оценка доминирует классическую оценку максимального правдоподобия в смысле квадратического риска. Новая оценка применима как для непрерывных, так и для дискретных экспоненциальных распределений. Рассмотрены примеры применения процедуры оценивания на частных случаях распреде-

лений. Проведено численное моделирование, в котором наглядно демонстрируется улучшенное оценивание для конкретных выборок.

Применение дивергенции Кульбака-Лейблера в глубоком машинном обучении

Кондаурова Ксения
kseniya0681@mail.ru

Рассматривается важное направление в теории машинного обучения, позволяющее поиск минимального достаточного представления исходных данных связать с некоторой задачей оптимизации (см., например, [1]). На этом пути применение определенного лагранжиана в теории нейронных сетей привело к появлению нового способа контроля переобучения. Для этого используется регуляризованная кросс-энтропийная функции потерь. Ключевую роль играет поведение оценок взаимной информации, содержащейся в весах нейронной сети и обучающих данных. Наряду с обзором предшествующих исследований будут изложены результаты автора доклада, связанные с оценками дивергенции Кульбака - Лейблера (см., например, [2]).

Список литературы

[1] A. Achille, S. Soatto, *Emergence of Invariance and Disentanglement in Deep Representations*, Journal of Machine Learning Research 2018, **18**, 1–34

[2] A. Bulinski, D. Dimitrov, *Statistical Estimation of the Kullback–Leibler Divergence*, Mathematics 2021, 9, 544, 1–36.

Об аналоге разложения функции в ряд Тейлора для случайных величин

Кондратенко Александр
ae_cond@mech.math.msu.su

В работе будет рассказано о возникновении моментов Сенатова и их влиянии на развитие тематики центральной предельной теоремы с помощью асимптотических разложений. Также будут показаны формулы для взаимного выражения моментов, семиинвариантов и моментов Сенатова друг через друга.

Переход от произведения степеней тригонометрических, гиперболических функций к сумме

Кондратенко Николай
kondratenko.na@phystech.edu

В работе рассматривается обобщение формул понижения степени тригонометрических функций на случай произведения их произвольных целых неотрицательных степеней, то есть переход от произведения вида $\sin^m(x)\cos^n(x)$ *к линейной комбинации гармоник* e^{ikx}, $|k| \leqslant m+n$. *То же самое делается для гиперболических функций, то есть для произведения вида* $\operatorname{sh}^m(x)\operatorname{ch}^n(x)$.

Непересекающиеся пути и дискретный синус-процесс

Косенков Никита
nik.tmb.12@ya. ru

Доклад будет посвящён случайным замощениям, их связи с наборами непересекающихся путей, а также мере максимальной энтропии марковских сдвигов и конструкции дискретного синус-процесса.

Двусторонние оценки вероятности надкритичности ветвящегося блуждания в случайной поглощающей среде с одним центром размножения

Куценко Владимир
vlakutsenko@ya.ru

В докладе рассматривается ветвящееся случайное блуждание (ВСБ) по одномерной решетке с непрерывным временем в случайной среде. ВСБ представляет собой систему частиц, которые перемещаются по решетке, делятся и исчезают независимо друг от друга. В нуле возможно только деление частицы надвое, вне нуля возможна только гибель частицы с некоторой ограниченной случайной интенсивностью. Цель работы – исследовать условия возникновения экспоненциального роста численности частиц в описанной модели ВСБ. Для этого исследуется спектр случайного эволюционного оператора средних численностей частиц. В работе исследуется как условия, гарантирующие существование положительного собственного значения, так и условия, приводящие к его существованию с некоторой вероятностью. Для оценки точности полученных условий проведено численное моделирование.

Ветвящиеся процессы переменного типа

Ладнев Алексей
alex.ladnev@gmail.com

Пусть $P: =\{p_i, i\geqslant 0\}$ *и* $Q: =\{q_i, i\geqslant 0\}$ *– дискретные распределения на целых неотрицательных числах с* $\mathbb{E}P>1$ *и* $\mathbb{E}Q<1, \{\tau_i\}_{i=1}^{\infty}$ *– последовательность натуральных чисел, а* k *и* l *– два натуральных параметра. Определим рекурентно две последовательности*

$$T_0^+=T_0^-=0,\, T_{i+1}^+=T_i^-+\tau_i k,\, T_{i+1}^-=T_{i+1}^++\tau_i l.$$

Тогда ветвящимся процессом переменного типа (ВППТ) с начальным размножением назовем процесс, заданный соотношением

$$Z_0=1,\, Z_{n+1}=\sum_{j=1}^{Z_n}X_{i,j}, \tag{1}$$

где $\{X_{i,j}\}$ *– независимые в совокупности случайные величины, причем при каждом фиксированном* i *величины* $\{X_{i,j}\}$ *одинаково распределены с распределением* $\{p_i\}$*, когда* $i\in(T_l^-, T_{l+1}^+]$*, и с распределением* $\{q_i\}$*, когда* $i\in(T_l^+, T_l^-]$*.*
ВППТ с начальным упадком задается соотношением (1) с рекурентными последовательностями

$$T_0^+=T_0^-=0,\, T_{i+1}^-=T_i^++\tau_i l,\, T_{i+1}^+=T_{i+1}^-+\tau_i k.$$

При этом при $i\in(T_l^+, T_{l+1}^-]$ *мы предполагаем, что* $X_{i,j}$ *имеют распределение* $\{q_i\}$*, при* $i\in(T_l^-, T_l^+]$ *– распределение* $\{p_i\}$*.*
Дадим более понятную интерпретацию ВППТ с начальным размножением. В чашке Петри, которая находится под лампой, в начальный момент времени содержится одна бактерия. Когда лампа включена, бактерии размножаются с распределением $\{p_i\}$*, если выключена – с распределением* $\{q_i\}$*. В момент* $t=0$ *лампа включается и светит до момента* $t=k\tau_1$*, затем в течении* $l\tau_1$ *времени она выключена. После этого цикл свечения лампы повторяется, но уже с продолжительностями* $k\tau_2$ *и* $l\tau_2$*, и так далее. ВППТ с начальным упадком отличается от рассмотреного выше тем, что в начальный момент лампа выключена.*
Будем называть ВППТ докритическим, если $m: =(\mathbb{E}P)^k(\mathbb{E}Q)^l<1$*, критическим, если* $m=1$ *и надкритическим, если* $m>1$*.*
В докладе мы рассмотрим вероятности вырождения всех трех типов ВППТ, и покажем необходимое условие вырождения процесса с вероятностью меньшей 1. Также отдельно рассмотрим связь вероятности вырождения надкритического процесса со скоростью роста последовательности $\{\tau_i\}$*, в том числе найдем условие выполнения теоремы о сходимости надкритического процесса в* $L^2(P)$*. Для докритического процееса нами будет описана асимптотика невырождения процесса в моменты переходов цикла.*

Список литературы

[1] В. А. Ватутин, *Ветвящиеся процессы и их применения*, МИАН, Москва, 2008.

[2] И. Д. Коршунов, *Ветвящиеся процессы в случайной среде с замораживаниями*, Дискретная математика, **35**(2023), No. 3, 20–36.

Периодические ветвящиеся случайные блуждания с иммиграцией на $\mathbb{Z}^d$

Лукашова Ирина
ilukashova072@gmail.com

Рассматриваются ветвящиеся случайные блуждания с иммиграцией с источниками ветвления, расположенными периодически на $\mathbb{Z}^d$. Считаем, что время непрерывно, а матрица переходных интенсивностей случайного блуждания обозначается $\{a(v,u)\}_{v,u\in\mathbb{Z}^d}$. Интенсивности ветвления и иммиграции в точке v обозначаются $\beta(v)$ и $\alpha(v)$ соответственно.
Пусть A_0 и Q - операторы из $l_2(\mathbb{Z}^d)$ в $l_2(\mathbb{Z}^d)$ такие, что

$$(A_0 f(\cdot))(v) = \sum_{u\in\mathbb{Z}^d} a(v,u)f(u),$$

$$Qf(v) = \beta(v)f(v).$$

В докладе будет представлено уравнение на функцию $M(v,u,t)$ – математическое ожидание числа частиц в момент времени t в точке u при условии, что процесс стартовал в точке v, и её асимптотика в случае, когда верхняя граница спектра оператора A_0+Q не равна 0.

Марковские ветвящиеся случайные блуждания по $\mathbb{Z}_+$. Неограниченный случай

Люлинцев Андрей
lav_100k@mail.ru

Рассматривается однородный марковский процесс с непрерывным временем на фазовом пространстве $\mathbb{Z}_+ = \{0,1,2\ldots\}$, который мы интерпретируем как движение частицы. Частица может переходить только в соседние точки $\mathbb{Z}_+$, то есть при каждой смене положения частицы ее координата изменяется на единицу. Время нахождения частички в точке зависит от ее координаты. Процесс снабжен механизмом ветвления. Источники ветвления могут находиться в каждой точке $\mathbb{Z}_+$, при этом мы не предполагаем, что интенсивности равномерно ограничены. В момент ветвления новые частицы появляются в точке ветвления и дальше начинают эволюционировать независимо друг от друга (и от остальных частиц) по тем же законам, что и начальная частица. Такому ветвящемуся марковскому процессу соответствует матрица Якоби. В терминах ортогональных многочленов, отвечающих этой матрице, получены формулы для среднего числа частиц в произвольной фиксированной точке $\mathbb{Z}_+$ в момент времени $t > 0$. Результаты применены к некоторым конкретным моделям, получено точное значение для среднего числа частиц и найдено его асимптотическое поведение при больших временах.

Ветвящиеся случайные блуждания с двумя типами частиц с различными начальными условиями

Макарова Юлия
ykmakarova@gmail.com

В докладе рассматриваются модели ветвящихся случайных блужданий с двумя типами частиц на целочисленных решетках с различными предположениями на дисперсии скачков случайных блужданий, конфигурации центров ветвления частиц. Для всех моделей рассматриваются уравнения первых моментов субпопуляций частиц каждого типа.

Усреднение многомерных параболических уравнений с периодическими коэффициентами на краю внутренней лакуны

Мишулович Арсений
st062829@student.spbu.ru

В пространстве $L_2(\mathbb{R}^d)$ *изучается эллиптический дифференциальный оператор второго порядка вида* $A_\varepsilon = -\operatorname{div} g(\boldsymbol{x}/\varepsilon)\nabla + \varepsilon^{-2}p(\boldsymbol{x}/\varepsilon)$, $\varepsilon > 0$. *Здесь* $g(\boldsymbol{x})$ *— ограниченная и положительно определенная измеримая матрица-функция размера* $d \times d$, *периодическая относительно решетки* $\mathbb{Z}^d$, $p(\boldsymbol{x})$ *— вещественный* $\mathbb{Z}^d$*-периодический потенциал.*
Пусть $A := A_1 = -\operatorname{div} g(\boldsymbol{x})\nabla + p(\boldsymbol{x})$. *Предполагается, что нижний край спектра оператора* A *есть точка* $\lambda_0 = 0$; *в этом случае оператор* A *допускает удобную факторизацию.*
Известно, что спектр оператора A *имеет зонную структуру: он является объединением замкнутых отрезков* $[\nu_l, \mu_l]$ *(спектральных зон):*

$$\sigma(A) = \bigcup_{l=1}^{\infty} [\nu_l, \mu_l].$$

Зоны могут перекрываться. Между зонами могут открываться лакуны. Согласно гипотезе Бете-Зоммерфельда, в многомерном случае число лакун конечно. Рассмотрим зону $[\nu_{s+1}, \mu_{s+1}]$, *такую что лакуна* (μ_s, ν_{s+1}) *непуста. Обозначим* $\lambda_- = \mu_s$, $\lambda_+ = \nu_{s+1}$. *Тогда точка* λ_+ *является правым краем лакуны* (λ_-, λ_+). *Для оператора* A_ε *этот край перейдет в точку* $\varepsilon^{-2}\lambda_+$.
Основной объект изучения *— полугруппа, порожденная оператором* A_ε, *срезанная спектральным проектором оператора* A_ε *на интервал вида* $[\varepsilon^{-2}\lambda_+, +\infty)$. Основная задача *— получить асимптотику срезанной полугруппы* $e^{-tA_\varepsilon} E_{A_\varepsilon}\left[\varepsilon^{-2}\lambda_+, +\infty\right)$ *при* $t > 0$ *и малых значениях* ε. *Это соответствует изучению решения задачи Коши для параболического уравнения*

$$\begin{cases} \partial_t u_\varepsilon(\boldsymbol{x}, t) = -(A_\varepsilon u_\varepsilon)(\boldsymbol{x}, t), & \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^d, \ t > 0, \\ u_\varepsilon(\boldsymbol{x}, 0) = (E_{A_\varepsilon}\left[\varepsilon^{-2}\lambda_+, +\infty\right) f)(\boldsymbol{x}), & \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^d, \end{cases}$$

при малом $\varepsilon > 0$ *и* $f \in L_2(\mathbb{R}^d)$.
Получена аппроксимация срезанной полугруппы по операторной норме в $L_2(\mathbb{R}^d)$ *с погрешностью* $O(\varepsilon)$, *а также более точная аппроксимация при учете корректора с погрешностью* $O(\varepsilon^2)$

(после выделения множителя $e^{-t\lambda_+/\varepsilon^2}$). Результат формулируется в терминах спектральных характеристик оператора A вблизи точки λ_+.

Исследование выполнено при поддержке РНФ, проект 22-11-00092.

Список литературы

[1] А.А. Мишулович, *Усреднение многомерных параболических уравнений с периодическими коэффициентами на краю лакуны: операторные оценки при учете корректора*, Записки научных семинаров ПОМИ **516** (2022), 135–176.

Разложения Чебышева–Эджворта и Корниша–Фишера для распределений обобщенных статистик типа Хотеллинга, построенных по выборкам случайного размера

Монахов Михаил
mih_monah@mail.ru

В докладе рассматривается случай, когда параметр $n = n_1 + \ldots + n_q$ статистики Лоули–Хотеллинга не определен заранее, а является случайной величиной N_n. В этом случае размеры выборок $n_1, \ldots, n_q$ становятся независимыми одинаково распределенными случайными величинами $N_{n_1}, \ldots, N_{n_q}$, а случайная матрица S_e становится случайной матрицей S_{N_n}, которая в предположении справедливости основной гипотезы H_0 имеет центральное распределение Уишарта $W_p(N_n, I_p)$. Обобщенная нормированная статистика Хотеллинга случайного размера запишется в виде

$$T_{N_n} = \widetilde{T}_0^2 = g(n)\mathrm{tr} S_h S_{N_n}^{-1}. \tag{2}$$

Используя уже доказанную теорему, а также дополнительное условие формулируется доказанный автором аналог теоремы переноса, позволяющий оценить распределение обобщенной нормированной статистики Хотеллинга случайного размера $g(n)\,\mathrm{tr} S_h S_{N_n}^{-1}$.

Теорема 1. *Пусть статистика T_{N_n} определена в формуле (2) и для случайного размера выборки N_n выполнено условие 1. Тогда существует константа $C_3 > 0$ такая, что справедливо неравенство*

$$\sup_x \left|\mathbb{P}\big(\, g(n)\; trS_h S_{N_n}^{-1} \le x\big) - F_n(x)\right| \le C_1 \mathbb{E} N_n^{-2} + \frac{C_3 + C_2 M_n}{n^\beta},$$

где

$$F_n(x) = \int_{1/g(n)}^{\infty} G_k(xy)dH(y) + \sum_{i=1}^{m} \frac{1}{n^{i/2}} \int_{1/g(n)}^{\infty} G_k(xy)dh_i(y) +$$
$$+ \frac{k}{4g(n)} \int_{1/g(n)}^{\infty} \sum_{j=0}^{2} \frac{a_j}{y} G_{k+2j}(xy)dH(y) + \frac{k}{4g(n)} \sum_{i=1}^{m} \frac{1}{n^{i/2}} \int_{1/g(n)}^{\infty} \frac{1}{y} \sum_{j=0}^{2} a_j G_{k+2j}(xy)dh_i(y), \tag{3}$$

$$M_n = \sup_x \int_{1/g(n)}^{\infty} \left| \frac{\partial}{\partial y} \left(G_k\,(yx) + \frac{k}{4g(n)y} \sum_{j=0}^{2} a_j G_{k+2j}\,(yx) \right) \right| dy. \tag{4}$$

Также в докладе разбирается пример применения теоремы 1 когда размер выборки $N_n(r)$ имеет отрицательное биномиальное распределение (смещен на 1) с вероятностью успеха $1/n$ и функцией вероятности

$$\mathbb{P}(N_n(r) = j) = \frac{\Gamma(j + r - 1)}{(j-1)!\,\Gamma(r)} \left(\frac{1}{n}\right)^r \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{j-1}, \quad r > 0, \quad j = 1, 2, \ldots \tag{5}$$

а именно рассматривается соответствующая доказанная автором теорема для получения явного вида разложения Чебышева–Эджворта второго порядка на базе предельного F-распределения. В последней части доклада рассматривается частный случай основного результата теоремы для получения явного вида разложения Чебышева–Эджворта второго порядка, что позволяет построить обобщенное разложение типа Корниша–Фишера:

Теорема 2. *Пусть $x = x_\alpha$, $u = u_\alpha$ – α-квантили нормированной статистики $\mathbb{P}\Big(g(n)\, trS_h S_{N_n}^{-1} \le x\Big)$ и предельного F-распределения соответственно. Тогда справедливо следующее асимптотическое разложение для $n \to \infty$:*

$$x = ku + \frac{u}{6}\left(1 - \frac{f\,(u/3; k, 1)}{f\,(u; k, 3)}\right) n^{-1} - \frac{k}{6}\sum_{j=0}^{2} a_j \frac{F\left(\frac{k}{(k+2j)3}u; k + 2j, 1\right)}{f\,(u; k, 3)} n^{-1} + \mathcal{O}(n^{-3/2}).$$

О достаточных условиях транзиентности решения стохастического дифференциального уравнений с переключением

Мосиевич Кирилл
kirillmosievich@gmail.com

Установлены достаточные условия транзиентности процесса для модели марковской диффузии с переключениями и двумя режимами, транзиентным и эргодическим, при интенсивностях строго отделимых от нуля. Данная работа показывает ограничения на условия для экспоненциальной эргодичности с данной системой переключения.

Выпуклые оболочки случайных блужданий

Мыслюк Александр
sanya.mysliuk@mail.ru

Исследование асимптотических свойств выпуклых оболочек случайных множеств точек началось в 60-е годы со статьи Альфреда Реньи и Рольфа Саланке. Ими были рассмотрены основные характеристики плоской выпуклой оболочки равномерно распределённых точек в некоторых выпуклых областях, а также для нормального распределения точек на плоскости. Дальнейшие аналитические результаты для многомерных случаев были получены рядом авторов, из которых хочеся отметить результаты, опубликованные Ирен Хойтер в 1999 году.

Параллельно изучались асимптотические свойства выпуклых оболочек случайных блужданий. В этом направлении основные результаты связаны с именами Глена Бакстера, Спицера, Видома. В данной работе будут представлены основные результаты для асимптотик характеристик выпуклых оболочек случайных блужданий в $\mathbb{R}^d$ с некоторыми ограничениями на скачки. В качестве нового результата будет показана асимптотическая оценка для числа $(d-1)$-мерных граней выпуклой оболочки ветвящегося случайного блуждания в $\mathbb{R}^d$ с дискретным временем, где ветвление может происходить в любой точке пространства.

О состоятельности байесовских оценок параметра для некоторого класса марковских моделей

Нуриева Аиша
ai_nurieva@mail.ru

В докладе доказывается состоятельность байесовской оценки параметра для определенного класса эргодический дискретных цепей Маркова при минимальных предположениях на модель. Используется метод Дж.Л. Дуба, предложенный им для той же цели при независимых и одинаково распределенных наблюдениях. Метод Дуба накладывает условия, которые кажутся очень простым для проверки, и потому удобным.

Большие уклонения финального продукта случайной рекуррентной последовательности

Оберган Фёдор
oberganfedor@mail.ru

Введём понятие сопряжённого распределения. Пусть $\xi, \xi_1, \xi_2, \ldots$ – н.о.р. случайные величины. Определим $S_n = \xi_1 + \ldots + \xi_n$. Пусть $\mathbb{E}\xi = \mu$, $\mathbb{D}\xi = \sigma^2 > 0$, $R(h) = \mathbb{E}e^{h\xi} < +\infty$ при $h \in [0, h^+)$. Положим

$$\mathbb{P}(\xi^{(h)} \in A) = R(h)^{-1} \int_A e^{hx} \mathbb{P}(\xi \in dx).$$

Обозначим $m(h) = \mathbb{E}\xi^{(h)} = (\ln R(h))'$, $\sigma^2(h) = \mathbb{D}\xi^{(h)} = (\ln R(h))''$. Так как $\sigma^2(h) > 0$, то уравнение $m(h) = \theta$ имеет единственное решение h_θ при $\theta \in [\mu, m^+)$, где $m^+ = \lim_{h \to h^+ - 0} m(h)$. Рассмотрим модель случайной рекуррентной последовательности, введённую А. В. Шкляевым в [1]. Пусть Y_n – последовательность случайных величин, заданная рекуррентно: $Y_n = A_{n-1}Y_{n-1} + B_{n-1}$, где (A_i, B_i), $i \in \mathbb{N} \cup 0$ – случайные векторы размерности два, A_i – положительные н.о.р., Y_0 – сл. величина. Пусть $\xi_i = \ln A_{i-1}$, $i \in \mathbb{N}$. Введём случайное блуждание $S_n = \xi_1 + \ldots + \xi_n$.
Сделаем некоторые предположения о нашей последовательности:
1) $(A_{i+1}, A_{i+2}, \ldots)$ не зависит от $(A_j, B_j, j \le i)$;
2) сл.в. ξ_i невырождены, нерешётчаты, $\mathbb{E}\xi_1 = \mu < +\infty$, $R(h) = \mathbb{E}e^{h\xi_1} < +\infty$ при $h \in [0, h^+)$, $\mu < \theta_1 < \theta_2 < m^+$;
3) существуют $c, \delta > 0$, такие что $\mathbb{E}\,|B_n|^h \le ce^{-\delta nh} R^n(h)$ при $h \in [h_{\theta_1}, h_{\theta_2}]$;

4) $\mathbb{E}\,|Y_0|^h < +\infty$ *при* $h \in [h_{\theta_1}, h_{\theta_2}]$*;*
5) для любого $h \in [h_{\theta_1}, h_{\theta_2}]$ *найдётся такое* $\gamma > 0$*, что*

$$\liminf_{n\to\infty} \mathbb{P}^{(h)}(Y_n e^{-S_n} \geq \gamma) > 0.$$

Модель рекуррентной последовательности включает в себя многие последовательности с ветвлением, такие как ветвящийся процесс в случайной среде (ВПСС) с иммиграцией и без, ВПСС с частицами нескольких полов и многие другие.
Для ВПСС интересной задачей является исследование финального продукта (см. [2], [3]). Введем аналогичное понятие для рекуррентной последовательности.
Пусть Y_n *– описанная ранее целочисленная последовательность, а* $C_{n,i}$ *– некоторая последовательность случайных величин. Локальным финальным продуктом назовём случайную величину* L_n*, которую определим следующим образом:*

$$L_n = \sum_{i=1}^{Y_n} C_{n,i}.$$

Общим финальным продуктом назовём случайную величину F_n *и определим её так:*

$$F_n = \sum_{m=1}^{n} \sum_{i=1}^{Y_m} C_{m,i}.$$

Теорема 3 (о локальном и общем финальном продукте)**.** *Пусть* Y_n *– последовательность целочисленных, неотрицательных случайных величин, определённых ранее и удовлетворяющих св-вам 1) - 5). Пусть также* $C_{n,j}$ *– последовательность н.о.р. случайных величин, для которых выполнено:*
1) сл.в. $C_{n,j}$*,* $j = 1, \ldots, Y_n$*, не зависят от* (A_i, B_i)*,* $i \leq n-1$*;*
2) $\mathbb{E}\,|C_{1,1}|^h < +\infty$ *при* $h \in [0, h^+)$*;*
3) $\mathbb{E}C_{1,1} > 0$.
Пусть $\max\{0, \mu\} < \theta_1 < \theta_2 < m^+$*. Тогда выполнены следующие соотношения:*

$$\mathbb{P}(\ln L_n \in [x, x+\Delta)) \sim \psi_L\left(\frac{x}{n}\right) \mathbb{P}(S_n \in [x, x+\Delta)),$$

$$\mathbb{P}(\ln F_n \in [x, x+\Delta)) \sim \psi_F\left(\frac{x}{n}\right) \mathbb{P}(S_n \in [x, x+\Delta))$$

при $n \to +\infty$ *равномерно по* $\frac{x}{n} \in [\theta_1, \theta_2]$ *при любом* $\Delta > 0$*.*

В докладе будут приведены приложения настоящего результата к ветвящимся процессам в случайной среде.

Список литературы

[1] А. В. Шкляев, *Большие уклонения ветвящегося процесса в случайной среде. I*, Дискретная математика, **31**(2019), No. 31, 102–115.

[2] В. А. Ватутин, *Системы поллинга и многотипные ветвящиеся процессы в случайной среде с финальным продуктом*, ТВП, **55**(2010), No. 4, 644–679.

[3] В. А. Ватутин, *Многотипные ветвящиеся процессы с иммиграцией, эволюционирующие в случайной среде, и системы поллинга*, Матем. тр., **14**(2011), No. 1, 3–49.

Меры Шура и процесс Шура

Пинчук Никита
nikitapinchuk1601@mail.ru

Будут рассмотрены меры Шура на двумерных диаграммах Юнга и процесс Шура на трёхмерных диаграммах Юнга (зиггуратах).

Свойства статистики Хмелёва

Попов Алексей
a.popov11@g.nsu.ru

Работа посвящена изучению свойств статистики Хмелёва. В рассматриваемой модели тексты на естественном языке трактуются как реализации некоторых цепей Маркова, где состояниями цепей выступают символы алфавита. Статистика Хмелёва была введена Д. В. Хмелёвым в статье 2000 года и выступает показателем того, насколько два текста похожи между собой. Этот анализ основывается на сравнении матриц переходных вероятностей цепей Маркова, соответствующих этим текстам.

В работе было показано, что если тексты порождены цепями Маркова с совпадающими матрицами переходных вероятностей, то нормализованная статистика Хмелёва для этих текстов стремится к нулю с вероятностью 1; если же матрицы различны, то нормализованная статистика будет стремиться к положительной константе с вероятностью 1. Аналогичное утверждение было доказано для случая, когда статистика вычисляется между некоторым текстом и конкатенацией двух других текстов, порождённых цепями Маркова с различными матрицами переходных вероятностей. Результаты проведённых статистических экспериментов показали, что статистика Хмелёва пригодна для определения, является ли некоторый текст подлинно написанным на определённом естественном языке или фальсификацией.

Связь синус-ядра и ядра Эйри с уравнениями Пенлеве

Постников Стефан
postnikov.ss@phystech.edu

В постерном докладе рассматриваются интегральные операторы с синус-ядром и ядром Эйри. Для логарифма детерминантов Фредгольма этих операторов выводятся дифференциальные соотношения, которые позволяют вывести связь детерминантов с пятым и вторым уравнениями Пенлеве для синус-ядра и ядра Эйри соответственно. В качестве переменных дифференцирования выступают концы интервалов, на которые сужаются операторы.

Стабильность и нестабильность систем случайного множественного доступа с механизмом накопления и потери энергии

Резлер Александр
rezlers123@gmail.com

Доклад основан на результатах статьи А.В. Резлера и М.Г. Чебунина «Стабильность и нестабильность систем случайного множественного доступа с механизмом накопления и потери энергии» (см. [1]). Как известно, традиционные системы множественного доступа с бесконечным числом пользователей в известном смысле нестабильны ни при каких значениях управляемых параметров. Однако, как было показано в работах Д.К. Кима, А.М. Тюрликова, С.Г. Фосса (см. [2] и [3]), ограничения на поступление энергии и входной поток в систему с бесконечным числом пользователей может стабилизировать ее, не позволяя сообщениям в накопителе неограниченно расти. В отличие от стандартной системы ALOHA, в исследуемой модели предполагается, что у каждого сообщения есть батарея, принимающая неограниченное количество ячеек заряда. Любая система, использующая механизм энергетической подпитки, помимо "сборщика" энергии, снабжена аккумулятором, который имеет свойство саморазрядки, то есть потери энергии в период простоя. Будет логичным учитывать данное свойство в моделях, соответствующих описываемым системам. В работе были получены условия стабильности и нестабильности модели классической синхронизированной системы случайного множественного доступа с одним передающим прибором, управляемой протоколом передачи данных ALOHA и дополнительно снабженной механизмом накопления и потери энергии.

Список литературы

[1] A. Rezler, M. Chebunin, Stability and instability of a random multiple access system with an energy harvesting and self-discharge mechanism, Siberian Electronic Mathematical Reports, **20** (2023), 735-754.

[2] D. Kim, A. Turlikov, S. Foss, Random multiple access with common energy harvesting mechanism, Siberian Electronic Mathematical Reports, **11** (2014), 896–905. MR3488468

[3] S. Foss, D. Kim, A. Turlikov, Stability and instability of a random multiple access model with adaptive energy harvesting, Siberian Electronic Mathematical Reports, **13** (2016), 16–25. MR3506879

Периодические ветвящиеся диффузионные процессы

Рядовкин Кирилл
kryadovkin@gmail.com

Рассматривается диффузионный ветвящийся процесс в $\mathbb{R}^d$. Предполагается, что перемещение частиц в пространстве описывается стохастическим дифференциальным уравнением, коэффициенты которого являются периодическими относительно $\mathbb{Z}^d$ функциями. В каждой точке

$\mathbb{R}^d$ частица может умереть и породить случайное число потомков. Среднее число потомков при одном делении также предполагается периодическим относительно $\mathbb{Z}^d$. Мы считаем, что в начальный момент в системе есть единственная частица в произвольной точке x, а все частицы эволюционируют независимо друг от друга. Для такой модели получен главный член асимптотики среднего числа частиц в ограниченном множестве с нулевой мерой границы при $t \to \infty$.

Длина броуновской экскурсии

Студеникина Елизавета
student280201@gmail.com

Рассмотрим броуновское движение $W(t),\ t \geqslant 0$. Пусть

$$\beta_W(t) = \sup\{s : s \leqslant t,\ W(s) = 0\},$$

$$\gamma_W(t) = \inf\{s : s > t,\ W(s) = 0\}.$$

Случайную величину $\Delta_W(t) = \gamma_W(t) - \beta_W(t)$ назовем длиной броуновской экскурсии.
В данной работе используется новый подход для нахождения распределения длины броуновской экскурсии при $t = 1$, основанный на предельной теореме для простого случайного блуждания.

Об mm-энтропии распределений гауссовских процессов

Тадевосян Арман
tadevosiaan@yandex.ru

Для широкого класса банаховых пространств с гауссовской мерой показано, что их энтропия в смысле Шеннона (mm-энтропия) тесно связана с энтропией соответствующего эллипсоида рассеяния и в определённом диапазоне ведёт себя так же, как логарифм меры малых шаров. Полученные оценки обобщают недавние результаты работы А.М. Вершика и М.А. Лифшица.

Экспоненциальный рост численностей частиц в ветвящихся блужданиях по одномерной решетке с растущим числом поглощающих источников

Филичкина Елена
elena.filichkina1999@yandex.ru

Изучаются условия экспоненциального роста численностей частиц в моделях ветвящихся случайных блужданий на целочисленной прямой с конечным и бесконечным числом поглощающих *источников. Будет рассмотрен случай, когда конфигурация источников ветвления имеет следующий вид: имеется один центр, в котором возможно размножение и гибель частицы (которые описываются марковским ветвящимся процессом), а симметрично справа и слева располагается конечное число поглощающих источников, в которых возможна только гибель частицы. Изучены модели как для конечного числа поглощающих источников, так и при стремлении их числа к бесконечности. Для процессов с такой конфигурацией источников исследованы условия существования изолированного положительного собственного значения у оператора, описывающего эволюцию среднего числа частиц, что влечет экспоненциальный рост численностей частиц как в каждой точке, так и всей популяции частиц на одномерной решетке.*

Максимизация вероятности победы команды в сражении двух больших команд в модели игры гладиаторов

Ходякова Мария
khodyakova.mari@mail.ru

Каминским, Люксом и Нельсоном в 1984 году была сформулирована модель, в которой каждый из двух игроков обладает командой гладиаторов с заданными силами. Сражение команд происходит путем индивидуальных поединков. При этом считается, что в каждом поединке вероятность победы гладиатора пропорциональна его силе. Игра происходит, пока в обеих командах есть хотя бы один гладиатор. Ринотт в 2012 году сформулировал в модели Каминского оптимизационную задачу о распределении сил между гладиаторами команды в начале сражения для максимизации вероятности победы. Ринотт описал спектр возможных равновесий Нэша для каждой команды, однако, не было указано, какую стратегию нужно выбирать в явном виде. Харламов частично исправил этот недостаток, сократив множество возможных равновесий Нэша для игр, в которых более сильная команда обладает достаточно большим количеством гладиаторов. Мы рассматриваем игры, когда обе команды большие, исследуя асимптотику вероятности победы слабой команды в сражении. В этом случае оптимальная стратегия получена в явном виде.
Данная задача сводится к задаче о больших уклонениях взвешенных сумм независимых одинаково распределенных случайных величин. В докладе будет представлен общий результат такого рода и результаты его применения к описанной выше модели.

Асимптотические свойства квантовых резонаторов в присутствии магнитного поля малой интенсивности

Цедилов Дмитрий
st076370@student.spbu.ru

Исследуются асимптотические свойства собственных значений и собственных функций магнитного уравнения Шрёдингера с однородным граничным условием Дирихле в двумерном резонаторе с углами. Получены и обоснованы асимптотические ряды теории возмущений по малому магнитному полю. Определен старший член в асимптотике собственных функций в

угле резонатора. Для коэффициента при этом старшем члене получен формальный ряд по малому магнитному полю.

О сходимости к равномерному распределению дробной части сверток пуассоновских случайных величин

Чернышова Дарья
daria.chernyshova@math.msu.ru

В работе обобщен для произвольного натурального m результат о сходимости к равномерному распределению остатков от деления на $m = 2, 3, 4$ сверток одинаково распределенных пуассоновских случайных величин с увеличением числа слагаемых и получен явный вид распределений.

Оценка вероятности разорения страховщика и перестраховщика в модели риска с квотным перестрахованием

Шатохин Алексей
shatohin.leha79192212123@yandex.ru

Рассматривается модель риска с дискретным временем в рамках квотного перестрахования. А именно, мы изучаем вероятности разорения страховщика и перестраховщика за конечное время. B.K. Dam и N.Q. Chung в своей статье ввели верхние границы этих вероятностей. В нашей работе представлены нижние границы. Более того, получены верхняя и нижняя границы совместной вероятности разорения страховщика и перестраховщика.

Случайные блуждания, сопровождающие процессы с ветвлением

Шкляев Александр
ashklyaev@gmail.com

Пусть $\boldsymbol{\eta} = (\eta_1, \eta_2, \dots)$ – последовательность н.о.р. величин, $\{f_y\}$ – семейство распределений. Тогда ветвящимся процессом в случайной среде (ВПСС) называют процесс, заданный соотношением

$$Z_{n+1} = \sum_{i=1}^{Z_n} X_{n+1,i},$$

где при фиксированном значении $\boldsymbol{\eta}$ верно, что $\{X_{i,j}\}$ – независимые величины, $X_{i,j} \sim f_{\eta_i}$. Сопровождающим блужданием для ВПСС $\{Z_n\}$ называют последовательность $S_n = \xi_1 + \dots + \xi_n$,

где $\xi_i = \ln f'_{\eta_i}(1)$. *Известно, что многие предельные результаты для* $\{Z_n\}$ *описываются в терминах блуждания* $\{S_n\}$.
Однако, если связь ВПСС с сопровождающим блужданием для последовательности Z_n *хорошо известна, то для других моделей ветвящихся процессов в случайной среде такое понятие ввести сложнее.*
В докладе мы рассмотрим ряд моделей: ветвящийся процесс в случайной среде с иммиграцией, двуполый ветвящийся процесс в случайной среде, максимальный ветвящийся процесс в случайной среде и без нее. В каждом из случаев будет построено сопровождающее случайное блуждание таким образом, что оно, в некотором смысле, будет определять поведение процесса. Для этого мы рассмотрим линейную рекуррентную последовательность

$$Y_{n+1} = A_n Y_n + B_n,\ n \geq 0,$$

где A_i *– последовательность положительных н.о.р. величин, а* B_i *являются, вообще говоря, зависимыми и разнораспределенными, однако,* B_i *при больших* i *в некотором смысле «мажорируются»* $A_0 \cdots A_{i-1}$. *Такого рода представление для указанных последовательностей позволяет изучить их предельное поведение.*
Нами будут рассмотрены локальные предельные теоремы для рекуррентных последовательностей в широком диапазоне (включая большие уклонения), демонстрирующие связь последовательности и ее сопровождающего блуждания, полученные в [1]-[3]. Полученный результат мы применим к описанным выше процессам с ветвлением.

Список литературы

[1] А. В. Шкляев, *Большие уклонения ветвящегося процесса в случайной среде. I*, Дискретная математика, **31**(2019), No. 31, 102–115.

[2] А. В. Шкляев, *Большие уклонения ветвящегося процесса в случайной среде. II*, Дискретная математика, **32**(2020), No. 1, 135–156.

[3] А. В. Шкляев, *Большие уклонения ветвящегося процесса с частицами двух полов в случайной среде*, Дискретная математика, **35**(2023), No. 3, 125–142.