

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЦЕНТР МИРОВОГО УРОВНЯ

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ им. В.А. СТЕКЛОВА
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

НАУЧНО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР

Осенний семестр 2023/2024 учебного года

Программа курса

«Элементы теории динамических систем»

(лектор - Зубелевич Олег Эдуардович)

Курс состоит из нескольких независимых тем и имеет целью показать разнообразие задач и методов теории динамических систем. Рассматриваются как конечномерные, так и бесконечномерные динамические системы. Часть излагаемого материала — классика, часть представляет собой результаты, полученные за последние 20 лет. Необходимый математический аппарат, находящийся за рамками стандартных курсов анализа, вводится по ходу изложения. Теория иллюстрируется примерами из механики.

1. Задачи, приводящие к системам с дискретным временем, отображение Пуанкаре на уровне интеграла энергии гамильтоновой системы, другие примеры. Инвариантная мера, эргодические теоремы Йосиды, Неймана и Биркгофа-Хинчина. Теорема Пуанкаре о возвращении. Эргодические системы, элементарные свойства эргодических систем. Оператор Купмана. Эргодичность треугольного отображения и сдвига по тору.
2. Другой путь возникновения динамического хаоса: расщепление сепаратрис, интеграл Пуанкаре-Мельникова.
3. Дискретные лагранжевы системы. Антиинтегрируемый предел.
4. Временные средние в другом контексте: бесконечномерная версия теоремы Массера о существовании периодических решений: периодические решения в одной линейной гиперболической системе теории упругости.
5. Ограниченные решения систем дифференциальных уравнений второго порядка. Маятник Уитни.
6. Фазовый поток системы ОДУ с гладкой правой частью: ω -предельное множество и его свойства: принцип Ла-Салля, аттракторы. Полугруппы преобразований метрического пространства: ω -предельное множество, аттракторы.

7. Дифференциальные уравнения с негладкой правой частью, дифференциальные включения, регуляризация по Филиппову. Периодические и ограниченные решения в задачах с сухим трением.

Список литературы

- [1] *В.И. Арнольд*, Обыкновенные дифференциальные уравнения. Ижевск, Изд-во УдмГУ, 2000.
- [2] *Б.П. Демидович*, Лекции по математической теории устойчивости. М., Наука, 1967.
- [3] *R. Temam*, Infinite-dimensional dynamical systems. Springer, 1993.
- [4] *Ж. Ла-Салль, С. Лефшец*, Исследование устойчивости прямым методом Ляпунова. М., Мир, 1964.
- [5] *Я. Синай*, Введение в эргодическую теорию. М., Фазис, 1996.
- [6] *В.И. Арнольд*, Математические методы классической механики. М., Наука, 1989.
- [7] *С.П. Новиков, И.А. Тайманов*, Современные геометрические структуры и поля. М., МЦНМО, 2005.
- [8] *D. Treschev, O. Zubelevich*, Introduction to the Perturbation Theory of Hamiltonian Systems. Springer, 2010.
- [9] *A.F. Filippov*, Differential Equations with Discontinuous Right-Hand Sides // Trans. A.M.S., 42 (1964), pp. 199-231.