

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЦЕНТР МИРОВОГО УРОВНЯ

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ им. В.А. СТЕКЛОВА
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

НАУЧНО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР

Осенний семестр 2023/2024 учебного года

Программа курса

«Окрестностная семантика модальных логик»

(лекторы - Кудинов Андрей Валерьевич,
Шамканов Данияр Салкарбекович)

Окрестностная семантика является естественным обобщением семантики Крипке и топологической семантики. Несмотря на это, разговор об окрестностной семантике, как правило, выпадает из базовых курсов модальной логики. При этом ряд модальных систем (прежде всего ненормальные модальные системы) не обладают полнотой относительно более распространенной семантики Крипке, но обладает полнотой относительно окрестностной семантики. Более того, существуют важные модальные системы (например, логика доказуемости Гёделя-Лёба GL), которые обладают сильной полнотой в окрестностной семантике, но не обладают ей в семантике Крипке.

В нашем курсе мы планируем рассказать основные теоремы и факты об окрестностной семантике, разобрать конкретные примеры интересных окрестностно полных логик, а также поговорить о нормальных логиках, для которых окрестностная семантика дает интересные нетривиальные результаты.

От слушателей требуется хорошее знание классической логики высказываний. Знакомство с модальной логикой желательно, но не является обязательным.

1. Базовые определения: окрестностная семантика, семантика Крипке, топологическая семантика.
2. Выразимые свойства окрестностных шкал, бисимуляции, операции, сохраняющие истинность.
3. Нормальные и ненормальные модальные логики. Общая теорема о корректности.

4. Построение канонических моделей. Полнота для логик E, EC, EN, EM, K .
5. Фильтрация и доказательство разрешимости модальных логик.
6. Стандартный перевод в логику первого порядка.
7. Логика $S4$ и окрестностные шкалы, как топологические пространства. Расширения логики $wK4$ и деривационная семантика как частный случай окрестностной семантики.
8. Окрестностная семантика модальных логик GL и $S4CI$.
9. Построение окрестностной шкалы по шкале Крипке (конструкция путей с остановками).
10. Произведение шкал Крипке и окрестностных шкал. Аксиоматизация и теорема о полноте произведений логик из множества $\{D, T, D4, S4\}$.
11. Аксиоматизация и теорема о полноте для $K \times K$.