

ВВ-соответствие в теории твердого тела.

А.Г. Сергеев

Искажение конформных модулей при растяжении области.

С.Р. Насыров

Критерии положительности констант в неравенствах типа Харди и Реллиха

Ф.Г. Авхадиев

Кси-функция Римана, пространство де Бранжа и функции Бесселя.

В.В. Капустин

О глобальной мероморфности решений одевающих цепочек.

Согласно недавнему результату автора доклада, кси-функция Римана, деленная на многочлен третьей степени с подходящими нулями, представляет собой элемент пространства де Бранжа, структурная функция которого явно выписывается через модифицированную функцию Бесселя. Этому пространству де Бранжа соответствует каноническая система, гамильтониан которой также явно выписывается. Полученные формулы позволяют определить аналог преобразования Фурье - оператор, изометрично отображающий гильбертово пространство канонической системы на пространство де Бранжа. В докладе будут построены элементы пространства канонической системы, соответствующие модифицированной кси-функции. Как следствие получается интегральное представление кси-функции через функции Бесселя.

О глобальной мероморфности решений одевающих цепочек.

А.В. Домрин

Исследование вольтерровых интегро-дифференциальных уравнений методами спектрального анализа и теории полугрупп.

Н.А. Раутиан

О гипотезе Смейла для критических значениях полиномов. (д)

И.Р. Каюмов

О Доказательстве дуальной гипотезы Смейла для критических значениях полиномов степени 7.

Д.М. Хамматова

Пространства интегрируемых по конечно-аддитивным инвариантным мерам функций и представления групп

В.Ж. Сакбаев

Исследуются меры на сепарабельном гильбертовом пространстве, инвариантные относительно таких групп преобразований, как группа сдвигов, группа ортогональных преобразований, группа сдвигов вдоль векторных полей [1].

Получены унитарные представления указанных групп в пространстве квадратично интегрируемых по инвариантной мере функций и найдены подгруппы, представления которых непрерывны в сильной операторной топологии.

Для композиций независимых случайных преобразований получены условия, достаточные для выполнения и для нарушения закона больших чисел. Исследованы диссипативные подгруппы сжатий, описывающих усреднения случайных преобразований и их генераторы. Определены аналоги пространств Соболева и пространств гладких функций и исследованы их вложения.

[1] Sakbaev V.Zh. Flows in Infinite-Dimensional Phase Space Equipped with a Finitely-Additive Invariant Measures. *Mathematics*, 2023, **11** (5), 1161.

Об одном геометрическом свойстве гладких отображений цилиндра, близких в C^1 -норме к косым произведениям, и его динамических приложениях

Л.С. Ефремова

Рассмотрены C^1 -гладкие отображения компактного цилиндра в себя, близкие к C^1 -гладким косым произведениям (и удовлетворяющие дополнительным условиям Ω -устойчивости или структурной устойчивости факторотображения невозмущенного косоугольного произведения).

Доказано существование C^1 -гладкой инвариантной локальной ламинации. С использованием этого свойства установлена геометрическая интегрируемость рассматриваемых отображений.

С использованием полученных результатов построен пример семейства C^1 -гладких отображений, близких в C^1 -норме к косым произведениям, так, что каждое отображение семейства допускает глобальный хаотический аттрактор со сложной топологической структурой разветвленного континуума.

Введено понятие плотной перемежаемости (в дополнении к аттрактору) множеств притяжения различных ω -предельных множеств, объединение которых совпадает с построенным аттрактором.

Купмановское представление гамильтоновых потоков в бесконечномерных пространствах с инвариантной мерой

В.А. Глазатов

Согласно теореме А.Вейля, не существует бесконечномерного варианта меры Лебега, в связи с чем встает вопрос о необходимости построения аналогичной конструкции, пусть и с потерей некоторых свойств исходной меры.

Построение аналогов меры Лебега на бесконечномерных локально выпуклых пространствах требуется для изучения процедуры квантования бесконечномерных гамильтоновых систем (в частности, вторичного квантования), для задач статистической механики, для изучения случайных унитарных групп и динамики открытых квантовых систем.

В докладе рассказывается о работе, начатой в [1], где была поставлена задача по исследованию мер на бесконечномерном симплектическом пространстве, инвариантных относительно группы симплектоморфизмов. В [1], для получения результата, были ослаблены ограничения, накладываемые теоремой А.Вейля, благодаря чему и была получена искомая мера - расширенная трансляционно инвариантная мера из работ [2] и [3] до меры, инвариантной относительно подгруппы группы симплектоморфизмов евклидова фазового пространства, оставляющих инвариантными двумерные симплектические подпространства фазового пространства. Такая мера была названа симплектической мерой.

В докладе будет представлен подход, приведенный в [1], с помощью которого решения уравнений Гамильтона допускающие особенности [4], можно описать посредством фазового потока в расширенном фазовом пространстве и соответствующей купмановскому представлению унитарной группы. Благодаря этому будет исследован генератор купмановской группы на примере гамильтониана счетного набора невзаимодействующих гармонических осцилляторов.

[1] Глазатов В. А., Сакбаев В.Ж. Меры на гильбертовом пространстве, инвариантные относительно гамильтоновых потоков. Уфимский мат. журнал. 2022. Т.14, №2. С. 3-22 (2022)

[2] Сакбаев В.Ж. Усреднение случайных блужданий и меры на гильбертовом пространстве, инвариантные относительно сдвига. ТМФ. Т. 191, №3. С. 473-502 (2017)

[3] Бусовиков В.М. Свойства одной конечно-аддитивной меры на l_p , инвариантной относительно сдвигов. Труды МФТИ. Т.10, №2. С. 163-172 (2018)

[4] Власов С.Н., Таланов В.И. Распределенный волновой коллапс в модели нелинейного уравнения Шредингера. В сб. Нелинейные волны. Динамика и эволюция. 1989. М: Наука.

Ловушки высших порядков в задачах квантового управления

Б.О. Волков

Ловушки в ландшафтах задач квантового управления — это управления, которые затрудняют поиск глобально оптимальных управлений квантового целевого функционала методами оптимизации локального поиска. Понятие ловушки высшего порядка было ранее введено в работе [A. N. Pechen, D. J. Tannor, “Are there traps in quantum control landscapes?”, Phys. Rev. Lett., 106 (2011), 120402], где были обнаружены ловушки 3-го порядка. Показано, что ловушки сколь угодно высокого порядка существуют для некоторых управляемых квантовых систем.

Аппроксимация решений эволюционных уравнений с помощью итераций Фейнмана-Чернова Р.Ш. Кальметьев

В докладе рассматриваются усреднения итераций Фейнмана-Чернова [1] случайных сильно непрерывных операторнозначных функций, значениями которых являются ограниченные линейные операторы на сепарабельном гильбертовом пространстве.

Пусть \mathcal{H} – сепарабельное гильбертово пространство, $\{F_k(t)\}, k \in \mathbb{N}$ – последовательность независимых одинаково распределенных случайных сильно непрерывных операторнозначных функций $\Omega \rightarrow C_s(\mathbb{R}_+, B(\mathcal{H}))$, определенных на вероятностном пространстве $(\Omega, \mathcal{A}, \mu)$. Пусть

также средние $\mathbb{E}F_k(t) : \mathbb{R}_+ \rightarrow B(\mathcal{H})$ эквивалентны по Чернову [2] некоторой полугруппе. Тогда в силу теоремы Чернова конечная композиция операторов

$$\prod_{i=1}^N \mathbb{E}F_i\left(\frac{t}{N}\right) = \mathbb{E}\left(\prod_{i=1}^N F_i\left(\frac{t}{N}\right)\right),$$

называемая итерациями Фейнмана-Чернова, при достаточно большом N может быть использована для аппроксимации решений соответствующего уравнения Колмогорова.

При этом в случае, когда значения операторнозначных функции принадлежат представлению какой-либо конечномерной группы Ли, алгоритм построения аппроксимации имеет меньшую вычислительную сложность по сравнению со стандартным Монте-Карло алгоритмом, использующим формулу Фейнмана-Каца. В частности, в докладе подробно рассматривается случай группы аффинных преобразований евклидова пространства [3].

[1] Орлов Ю.Н., Сакбаев В.Ж. Итерации Фейнмана-Чернова и их приложения в квантовой динамике. Труды МИАН, 301, 209–218 (2018).

[2] Орлов Ю.Н., Сакбаев В.Ж., Смолянов О.Г. Неограниченные случайные операторы и формулы Фейнмана. Изв. РАН. Сер. матем. 2016. Т. 80. № 6. С. 141-172.

[3] Кальметьев Р.Ш., Орлов Ю.Н., Сакбаев В.Ж. Итерации Чернова как метод усреднения случайных аффинных преобразований. Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 62(6), 1030–1041 (2022).

Ландшафт задачи управления с помощью квантовых измерений в трехуровневой квантовой системе с динамической симметрией

М.А. Еловенкова

Квантовые системы с динамическими симметриями имеют сохраняющиеся величины, которые сохраняются при когерентном управлении эволюцией, и, следовательно, такие системы не могут полностью управляться только когерентным управлением. Квантовые измерения позволяют в некоторой степени нарушить динамическую симметрию. Когерентное управление с помощью измерений в простейшей нетривиальной трехуровневой квантовой системе с динамической симметрией частично изучалось в [1], где вычислялась максимальная достигаемая вероятность между основным и промежуточным состоянием. В этом докладе мы представляем подробный анализ этого случая, предоставляя полное описание кинематического ландшафта управления, где мы находим в дополнение к глобальным максимумам и минимумам также седла и ловушки второго порядка [2]. Доклад основан на совместной работе с А.Н. Печенем.

[1] F. Shuang, M. Zhou, A. Pechen, R. Wu, O.M. Shir, and H. Rabitz, Control of quantum dynamics by optimized measurements, Phys. Rev. A 78, 063422 (2008).

[2] M. Elovenkova and A. Pechen, Control landscape of measurement-assisted transition probability for a three-level quantum system with dynamical symmetry (in preparation).

Поли звездные области и произведение Дюамеля.

С.Н. Мелихов

Об алгебре адамаровских операторов на замкнутом единичном полидиске

О.А. Иванова

Геометрия одномерных и пространственных неравенств типа Харди

Р.Г. Насибуллин

Оценки снизу для целых функций из специальных классов

Н.Ф. Абузярова

Нетривиальность класса Сиддики

Р.А. Гайсин.

Соотношения неопределенностей в терминах обобщенных энтропий на основе информационных диаграмм

А.Э. Растёгин

Измерения специальных видов широко используются в квантовой информатике. Для многих из них можно оценить индекс совпадения. Используя соотношения неопределенностей для проверки неклассических корреляций, мы пытаемся сделать соответствующие ограничения как можно более плотными. Неравенства между индексом совпадения и энтропиями имеют важное значение в теории информации. Инструментом для получения этих неравенств являются так называемые информационные диаграммы. Рассматриваемый вопрос обсуждался в литературе применительно к энтропии Шеннона. В то же время энтропии Реньи и Цаллиса также нашли применение в различных дисциплинах. Этот доклад посвящен энтропийным соотношениям неопределенностей, полученным на основе информационных диаграмм. Полученные неравенства применяются к равнонаклоненным базисам, равнонаклоненным измерениям и равноугольным плотным фреймам.

Сцепленность как ресурс для когерентности ансамбля и взаимной информации

А.Д. Кодухов

Наблюдаемая, примененная к сцепленному состоянию, создаёт ансамбль квантовых состояний в другой подсистеме и потребляет сцепленность. Подход является обобщением описания соотношений корпускулярно-волнового дуализма в эксперименте Юнга. Мы строим неравенство, связывающее независимую от базиса когерентность ансамбля, сцепленность и неопределенность наблюдаемой. Разработанная теория показывает, что сцепленность совпадает с величиной Холево ансамбля, которая сверху ограничивает информацию о путях. Доклад основан на совместной работе с Д.А. Кронбергом.

Линейные кинетические уравнения для составных открытых квантовых систем

А.Е. Теретёнков

Как правило, теория открытых квантовых систем рассматривает динамику системы в резервуаре предполагая, что общая динамика системы и резервуара является унитарной. Однако, в данном докладе будет предполагаться, что рассматривается динамика изначально открытой составной квантовой системы, а нас будет интересовать динамика одной из подсистем. К такой постановке есть интерес как с точки зрения недавних физических приложений, так и из-за того, что она приводит к нетривиальным результатам уже в случае конечномерного гильбертова пространства составной системы. Будут приведены чисто алгебраические формулы для членов рядов возмущений, определяющих бессверточные линейные кинетические уравнения для динамики подсистемы такой составной открытой системы. Также будут сформулированы условия, при которых существует предел Боголюбова-ван Хофа, и обсуждены некоторые поправки к этому пределу. Также будет приведён пример, иллюстрирующий наши результаты.

Об оптимизации когерентного и некогерентного управлений в одно- и двухкубитных открытых системах

О.В. Моржин

Рассматриваются некоторые одно- и двухкубитные открытые квантовые системы, определяемые мастер-уравнением Горини–Коссаковского–Сударшана–Линдблада с программными когерентным управлением (входящим в гамильтонианы) и некогерентным управлением (входящим в супероператор диссипации и, возможно, в гамильтониан через лэмбовский сдвиг). Исследуем задачи оптимального управления с разными классами управлений, целевыми функционалами (например, для минимизации расстояния Гильберта–Шмидта между финальной и целевой матрицами плотности) и ограничениями, описываем результаты, полученные адаптацией средств из теории оптимального управления и конечномерной оптимизации (метод Кротова, методы проекции градиента, стохастическая оптимизация и др.). Эти задачи оптимального управления и соответствующие результаты рассматриваются в том числе в контексте анализа “подводных камней” и возможностей математической теории оптимального квантового управления.

ТВА

А.С. Холево

Некогерентное управление открытыми квантовыми системами

А.Н. Печень

В этом докладе мы обсудим два подхода к использованию внешней среды (резервуара) для управления квантовыми системами. Один из подходов заключается в использовании состояния внешней среды для управления управляемой системой. Другой подход заключается в использовании обратного действия неселективных квантовых измерений в качестве внешнего воздействия для управления системой. В обоих случаях для различных задач квантового управления может быть достигнута дополнительная к когерентному управлению степень управляемости.

Пространства преобразований Коши и локализация нулей

А.Д. Баранов

Множество функций, представимых как интеграл Коши с L^2 данными относительно некоторой фиксированной меры, образует гильбертово пространство с воспроизводящим ядром, состоящее из функций, аналитических вне носителя меры. Такие пространства естественным образом возникают в функциональных моделях одномерных возмущений нормальных операторов. В докладе будет рассмотрен класс дискретных мер на комплексной плоскости со следующим свойством: с точностью до конечного числа все нули любого преобразования Коши данной меры локализованы вблизи носителя меры. Мы приведем несколько эквивалентных форм этого свойства и покажем, что части носителя, притягивающие нули преобразований Коши, упорядочены по включению по модулю конечных множеств. Доклад основан на совместных работах с Е. Абакумовым и Ю. Беловым.

Представляющие системы из воспроизводящих ядер в пространствах аналитических функций

Т.Г. Батенев

В докладе будет описана элементарная конструкция представляющих систем из воспроизводящих ядер в пространствах Харди H^p , $p \in (1, \infty)$, в круге, полидиске, в шаре и в полуплоскости, а также представляющие системы из воспроизводящих ядер в некоторых весовых пространствах Харди в круге (например, в пространстве Дирихле).

ТВА

П.А. Мозоляко

Градиентная оптимизация и точная динамика открытой двухуровневой системы находящейся под воздействием когерентного и некогерентного управлений

В.Н. Петруханов

Рассматривается задача перевода открытой квантовой системы (кубита) из одного состояния в другое, эволюция которой происходит под воздействием когерентного и некогерентного управлений и подчиняется мастер-уравнению с диссипаторами типа ГКСЛ в пределе слабой связи. Выводятся точные выражения для динамики системы и градиента целевого функционала, и изучаются различные режимы динамики для двумерного пространства управлений.

Управляемость некоторых замкнутых квантовых систем

С.А. Кузнецов

В докладе будет рассмотрена задача управляемости для нескольких специальных замкнутых квантовых систем. Будут рассмотрены свойства динамических алгебр Ли данных систем, построенных с использованием соответствующих гамильтонианов, которые характеризуют управляемость этих систем при использовании широкого спектра классов управления. Для этого будут применены необходимое условие, а также критерий управляемости. Рассмотрение коснётся некоторых систем, актуальных для приложений и теоретического анализа.

Анализ ловушек в задачах управления квантовыми системами с помощью градиентных методов

А.А. Мячкова

Важным направлением развития квантовых технологий является исследование управления атомными и молекулярными системами [1-3]. Анализ наличия или отсутствия ловушек, в том числе ловушек n -го порядка, важен для определения корректных алгоритмов поиска оптимальных полей управления [4]. В этом докладе мы обсуждаем наши результаты численных экспериментов по исследованию ландшафтов задач управления для различных квантовых систем, включая трехуровневые системы с ловушками 3-го и 7-го порядков и четырехуровневые системы [5]. Работа выполнена в том числе при поддержке РФФ N 22-11-00330. Доклад основан на совместной работе с А.Н. Печенем.

[1] S.A. Rice and M. Zhao, Optical control of molecular dynamics, John Wiley & Sons, Inc., 2000.

[2] V.S. Letokhov, Laser control of atoms and molecules, Oxford Univ. Press, 2007.

[3] D.J. Tannor, Introduction to quantum mechanics: A time dependent perspective. Sausalito, University Science Books, 2007.

[4] A.N. Pechen and D.J. Tannor, Quantum control landscape for a lambda-atom in the vicinity of second-order traps, Israel Journal of Chemistry, 52(5):467-472, 2012.

[5] B.O. Volkov, A.A. Miachkova, and A.N. Pechen, Higher order traps in quantum control landscapes (in preparation).

Машинное обучение для анализа ландшафтов задач квантового управления. (д)

Н.С. Федорец

Машинное обучение широко используется для поиска подходящих элементов управления для максимизации целевых функционалов для квантовых систем. В этой работе мы обсуждаем возможное использование нейронных сетей для поиска ловушек в ландшафтах квантового управления.

ТВА

И.А. Лопатин

Следы функций из пространства Баргмана–Фока на решетках фон Неймана.

В.В. Напалков, А.А. Нуятов

Особенности корневого пространства задачи Штурма–Лиувилля в случае, когда спектральный параметр линейно или квадратично входит в граничное условие

Ягуб Наджаф оглы Алиев.

New set of orthogonal polynomials: linear combinations of Chebyshev polynomials of different kinds

Abdelhamid Rehouma

О методе Лапласа для функций больших чисел: некоторые улучшения

А.А. Имомов

В докладе представлена улучшенный вариант теоремы Лапласа об асимптотическом разложении интеграла Римана функции больших чисел. Полученная в нашей теореме асимптотическая формула обобщает и улучшает, указывая на оценку остаточных членов, ряд асимптотических формул классического анализа, таких как формулы Стирлинга, Лежандра, Уоллиса и др.

О нелинейных задачах Канторовича оптимальной транспортировки мер

С.Н. Попова

Случайные блуждания на прямой и алгебраические кривые

С.В. Гришин

О построении информационно полных операторно-значных мер

Г.Г. Амосов

C^* -алгебраические и $*$ -полиномиальные соотношения

Р.Н. Гумеров

О расширениях условно вполне положительных отображений между операторными системами

В.И. Яшин

В некоммутативной теории вероятностей при описании генераторов вполне положительных полугрупп и при изучении процессов Леви возникают условно вполне положительные отображения. В докладе будет предложено определение условно вполне положительных отображений между операторными системами и для конечномерного случая доказана теорема типа Арвесона об инъективности матричных алгебр.

О полугрупповой C^* -алгебре, порожденной полупрямым произведением полугрупп

Е.В. Липачева

В докладе рассматривается C^* -алгебра, порожденная регулярным представлением полупрямого произведения полугрупп $S \rtimes P$. Доказано, что эта алгебра изоморфна редуцированному скрещенному произведению полугрупповой C^* -алгебры $C_r^*(S)$ и полугруппы P при условии, что полугруппа P действует на S автоморфизмами. Случай, когда P является группой, был рассмотрен в статье [1]. Полученные результаты применяются к изучению структуры C^* -алгебры, порожденной регулярным представлением полупрямого произведения $Z \rtimes Z^\times$.

[1] Lipacheva E.V. On a semigroup C^* -algebra for a semidirect product. Lobachevskii J. Math. **44** (7) (2023) (принята к печати).

А.О. Алексеев

Продолжение семейства проекторов до положительной операторнозначной меры и восстановление квантового состояния после измерения.

Л.А. Рыскин

Требование ковариантности для вычисления пропускной способности квантовых каналов, заданных с помощью проективных унитарных неприводимых представлений конечных групп

О символах смешанных унитарных квантовых каналов, порожденных конечными унитарными группами

Д.Д. Черемухин

О порождающих каналах

Р.Л. Хажин.

Доклад посвящен квантовым каналам для составных квантовых систем. Мы рассматриваем каналы, которые однозначно определяют каналы для подсистем. Такие каналы для составных систем называются порождающими. В докладе обсуждаются свойства порождающих каналов и приводятся их примеры.