Sirius
Mathematics Center

МОСКОВСКИЙ ЦЕНТР ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

ДНИ АНАЛИЗА В СИРИУСЕ

24—28 ОКТЯБРЯ 2022 | 026w

Институт прикладной математики имени М. В. Келдыша РАН
Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова
Научно-технологический университет «Сириус»

International conference

Analysis days in Sirius

Sochi, 24–28 October 2022

Международная конференция

Дни анализа в Сириусе

Сочи, 24–28 октября 2022 г.

Программа и аннотации докладов

Москва, 2022

Организаторы:

д. ф.-м. н. К. Ю. Федоровский

д. ф.-м. н. А. Д. Баранов

д. ф.-м. н. П. В. Парамонов

dr. rer. nat. А. В. Дьяченко

Дни анализа в Сириусе

Сборник трудов конференции. Институт прикладной математики имени М. В. Келдыша РАН, Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, Научно-технологический университет «Сириус», 2022.

Конференция организована при поддержке Московского центра фундаментальной и прикладной математики.

Конференция проводится Математическим центром «Сириус».

Международная конференция «Дни анализа в Сириусе», Сочи, 2022.
https://mathnet.ru/php/conference.phtml?confid=2172

Докладчики:

- Аптекарев Александр Иванович,
  Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша, Москва

- Багапш Астамур Олегович,
  Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана,
  Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление», Москва

- Белов Юрий Сергеевич,
  Санкт-Петербургский государственный университет

- Богатырёв Андрей Борисович,
  Институт вычислительной математики им. Г. И. Марчука, Москва,
  Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова,
  Московский центр фундаментальной и прикладной математики

- Бородин Пётр Анатольевич,
  Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова,
  Московский центр фундаментальной и прикладной математики

- Бочков Иван Алексеевич,
  Санкт-Петербургский государственный университет

- Дубцов Евгений Сергеевич,
  Санкт-Петербургское отделение Математического института им. В. А. Стеклова

- Калмыков Сергей Иванович,
  Shanghai Jiao Tong University, China,
  Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша, Москва,
  Институт прикладной математики ДВО РАН, Владивосток

- Капустин Владимир Владимирович,
  Санкт-Петербургское отделение Математического института им. В. А. Стеклова

- Кузнецов Александр Сергеевич,
  Санкт-Петербургский государственный университет

- Лопатин Илья Александрович,
  Математический институт им. В. А. Стеклова, Москва,
  Математический центр мирового уровня МИАН

- Лысов Владимир Генрихович,
  Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша, Москва

- Мазалов Максим Яковлевич,
  Филиал МЭИ в г. Смоленске,
  Санкт-Петербургский государственный университет

- Маламуд Марк Михайлович,
  Российский университет дружбы народов, Москва

- Мкртчян Александр Джанибекович,
Institute of Mathematics of NAS, Armenia,
Сибирский федеральный университет, Красноярск

- Мозоляко Павел Александрович,
Санкт-Петербургский государственный университет

- Мусин Ильдар Хамитович,
Институт математики с вычислительным центром УФИЦ РАН, Уфа

- Насыров Семён Рафаилович,
Казанский федеральный университет

- Пеллер Владимир Всеволодович,
Санкт-Петербургский государственный университет

- Романов Роман Владимирович,
Санкт-Петербургский государственный университет

- Семёнов Андрей Вячеславович,
Санкт-Петербургское отделение Математического института им. В. А. Стеклова

- Тяглов Михаил Юрьевич,
Shanghai Jiao Tong University, China

- Хабибуллин Булат Нурмиевич,
Башкирский государственный университет, Уфа

- Хасянов Рамис Шавкятович,
Санкт-Петербургский государственный университет

- Широков Николай Алексеевич,
Санкт-Петербургский государственный университет,
Высшая школа экономики, Санкт-Петербург

Слушатели:

- Антонян Грант Ваграмович,
  Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
- Батенев Тимур Геннадьевич,
  Санкт-Петербургский государственный университет
- Борисов Никита Сергеевич,
  Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
- Боровиков Михаил Антонович,
  Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
- Вишневецкий Кирилл Сергеевич,
  Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
- Иванникова Дарья Игоревна,
  Курский государственный университет
- Козина Дарья Олеговна,
  Санкт-Петербургский государственный университет
- Михайлова Екатерина Валерьевна,
  Нижегородский государственный технический университет им. Р. Е. Алексеева
- Мусаева Асият Магомедовна,
  Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
- Нгуен Куанг Хаи,
  Тюменский государственный университет
- Посадский Артём Феликсович,
  Московский физико-технический институт
- Прокофьев Михаил Андреевич,
  Санкт-Петербургский государственный университет
- Салимова Анна Евгеньевна,
  Башкирский государственный университет, Уфа
- Степаненко Анастасия Александровна,
  Уральский федеральный университет им. Б. Н. Ельцина, Екатиринбург
- Хартомацидис Павел,
  Адыгейский государственный университет, Майкоп
- Шемяков Владимир Витальевич,
  Санкт-Петербургский государственный университет

Организаторы:

- Федоровский Константин Юрьевич,
  Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова,
  Санкт-Петербургский государственный университет,
  Московский центр фундаментальной и прикладной математики

- Баранов Антон Дмитриевич,
  Санкт-Петербургский государственный университет

- Парамонов Пётр Владимирович,
  Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова,
  Санкт-Петербургский государственный университет,
  Московский центр фундаментальной и прикладной математики

- Дьяченко Александр Викторович,
  Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша, Москва

Программа конференции

ПОНЕДЕЛЬНИК 24 ОКТЯБРЯ

Председатель: Константин Юрьевич Федоровский

10^{55} — 11^{00} Открытие конференции.

11^{00} — 12^{00} Юрий Сергеевич Белов (СПбГУ).
Gabor frames for rational functions.

ПЕРЕРЫВ

12^{20} — 13^{20} Ильдар Хамитович Мусин (ИМВЦ УФИЦ РАН).
Fourier transforms of rapidly decreasing functions.

ОБЕД

Председатель: Андрей Борисович Богатырёв

15^{00} — 15^{40} Сергей Иванович Калмыков (Shanghai Jiao Tong University).
On Bernstein- and Markov-type inequalities.

15^{50} — 16^{30} Владимир Владимирович Капустин (ПОМИ РАН).
О канонической системе с диагональным гамильтонианом, связанной с дзета-функцией Римана.

ПЕРЕРЫВ

16^{50} — 17^{30} Владимир Генрихович Лысов (ИПМ им. М. В. Келдыша).
Векторные равновесные меры и распределения нулей многочленов совместной ортогональности дискретной переменной.

18^{30} ПРИВЕТСТВЕННЫЙ ФУРШЕТ

ВТОРНИК 25 ОКТЯБРЯ

Председатель: Юрий Сергеевич Белов

$11^{00} - 12^{00}$ Владимир Всеволодович Пеллер (СПбГУ).
Поведение функций от пар некоммутирующих максимальных диссипативных операторов при возмущении.

ПЕРЕРЫВ

$12^{20} - 13^{20}$ Булат Нурмиевич Хабибуллин (БашГУ).
Полнота экспоненциальных систем в пространствах голоморфных функций и теорема Хелли о пересечении выпуклых множеств.

ОБЕД

Председатель: Семён Рафаилович Насыров

$15^{00} - 15^{40}$ Павел Александрович Мозоляко (СПбГУ).
Weighted Hardy embedding on the bi-tree.

$15^{50} - 16^{30}$ Илья Александрович Лопатин (МИАН).
О скалярной задаче равновесия для $\mathcal{GN}$-систем.

ПЕРЕРЫВ

$16^{50} - 17^{30}$ Иван Алексеевич Бочков (СПбГУ).
Нули и полюса Дзета-функции Хелсона с конечным числом значений.

СРЕДА 26 ОКТЯБРЯ

$10^{00} - 11^{30}$ Сессия открытых проблем

Тема: Гильбертовы пространства с воспроизводящим ядром

Модераторы: Юрий Сергеевич Белов, Павел Александрович Мозоляко

Участники: Тимур Геннадьевич Батенев, Александр Сергеевич Кузнецов, Михаил Андреевич Прокофьев, Андрей Вячеславович Семёнов, Рамис Шавкятович Хасянов, Владимир Витальевич Шемяков

$11^{50} - 13^{20}$ Работа в малых группах

ЧЕТВЕРГ 27 ОКТЯБРЯ

Председатель: Пётр Владимирович Парамонов

$11^{00} - 12^{00}$ Александр Иванович Аптекарев (ИПМ им. М. В. Келдыша).
Volume Conjecture and WKB Asymptotics.

перерыв

$12^{20} - 13^{20}$ Андрей Борисович Богатырёв (ИВМ им. Г. И. Марчука).
Компоненты примитивных решений уравнения Пелля–Абеля.

обед

Председатель: Ильдар Хамитович Мусин

$15^{00} - 15^{40}$ Астамур Олегович Багапш (МГТУ им. Н. Э. Баумана).
Отображения решениями эллиптических систем.

$15^{50} - 16^{30}$ Максим Яковлевич Мазалов (СПбГУ).
Проблема соизмеримости некоторых ёмкостей с гармоническими.

перерыв

$16^{50} - 17^{30}$ Александр Джанибекович Мкртчян (Institute of Mathematics of NAS, Armenia).
Trigonometric Convexity for the Multidimensional Indicator after Ivanov.

ПЯТНИЦА 28 ОКТЯБРЯ

Председатель: Владимир Всеволодович Пеллер

11^{00} — 12^{00} Семён Рафаилович Насыров (КФУ).
Point pair function.

ПЕРЕРЫВ

12^{20} — 13^{20} Пётр Анатольевич Бородин (МГУ).
Sequences of rational deviations.

ОБЕД

Председатель: Пётр Анатольевич Бородин

15^{00} — 15^{40} Евгений Сергеевич Дубцов (ПОМИ РАН).
Операторы Кальдерона–Зигмунда на регулярном пространстве BMO.

15^{50} — 16^{30} Николай Алексеевич Широков (СПбГУ).
Конструктивное описание классов функций на chord-arc кривой в $\mathbb{R}^3$.

ПЕРЕРЫВ

16^{50} — 17^{30} Михаил Юрьевич Тяглов (Shanghai Jiao Tong University).
Factorisation in modular group and pure periodic negative-regular continued fractions.

Аннотации докладов

Volume Conjecture and WKB Asymptotics

Alexander Aptekarev

Keldysh Institute of Applied Mathematics

We consider **q**-difference equations for colored Jones polynomials. These polynomials are invariants for the knots and their asymptotics plays an important role in the famous Volume Conjecture (VC) for the complement of the knot to the 3-d sphere. We study WKB asymptotic behavior of the n-th colored Jones polynomial at the point exp $2\pi i/N$ when n and N tends to infinity and limit of n/N belongs to [0, 1]. We state a Theorem on asymptotic expansion of *general solutions* of the **q**-difference equations. For the *partial solutions*, corresponding to the colored Jones polynomials, using some heuristic and numeric consideration, we suggest a conjecture on their WKB asymptotics. For the special knots under consideration, this conjecture is in accordance with the VC.

This is a joint work [1] with Dmitrii Toulyakov and Tatyana Dudnikova. The work was done in Moscow Center of Fundamental and Applied Mathematics (agreement with Ministry of Science and Higher Education RF № 075-15-2022-283).

References

[1] Aptekarev A. I., Toulyakov D., and Dudnikova T. "Volume Conjecture and WKB Asymptotics." *Lobachevskii J. Math.,* 43 (8): 2057–2079, 2022.

Отображения решениями эллиптических систем

Астамур Багапш

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана,
Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» РАН

Обсуждаются некоторые экстремальные задачи в классах однолистных конформных и гармонических отображений. В частности, будет приведена полученная автором нижняя оценка радиуса звездообразности для класса нормированных выпуклых гармонических отображений. Относительно новым направлением является изучение геометрических свойств отображений плоских областей решениями комплексных эллиптических уравнениий второго порядка с постоянными коэффициентами. В докладе будут рассмотрены некоторые постановки задач и приведены примеры конструкции отображений, аналогичных соответствующим гармоническим, играющим важную роль в экстремальных задачах для соответствующих классов однолистных функций. В частности, для указанных эллиптических систем удаётся построить решения с кусочно постоянными значениями на границе жордановой области, а также ядра типа Пуассона, которые являются комплекснозначными.

Gabor frames for rational functions

Yurii Belov

Saint Petersburg State University

Let g be a function from $L^2(\mathbb{R})$. With every $\alpha, \beta > 0$ we connect the Gabor system $G(g, \alpha, \beta)$ of time-frequency shifts of g,

$$G(g, \alpha, \beta) = \{e^{2\pi i \alpha m x} g(x - \beta n)\}_{m,n \in \mathbb{Z}}.$$

The main question of Gabor analysis is to describe frame set, i.e. to describe pairs $\alpha, beta$ such that system $G(g, \alpha, \beta)$ generates a frame in $L^2(\mathbb{R})$.

Up to now it was known only few functions g with complete description of frame set. The answer has been obtained for the Gaussian (Lyubarskii, Seip), truncated and symmetric exponential functions (Jannsen), the hyperbolic secant (Jannsen). Despite numerous efforts little progress has been done until 2011. A breakthrough was achieved by Grochenig, Romero and Stockler who considered the class of totally positive functions of finite type and, by using another approach, Gaussian totally positive functions of finite type.

We managed to find a new class of functions with complete description of frame set – rational functions of Herglotz type. This was done by combination of classical theory of entire functions with some ideas from dynamical systems. We also proved some other results for arbitrary rational functions and some results for non-lattice Gabor systems.

The talk is based on joint works with A. Kulikov and Yu. Lyubarskii.

Компоненты примитивных решений уравнения Пелля–Абеля

Андрей Богатырёв

Институт вычислительной математики им. Г. И. Марчука РАН

Используя ранее разработанную графическую технику описания гиперэллиптических кривых с отмеченной точкой [1], мы находим число компонент связности в пространстве функциональных уравнений Пелля–Абеля, допускающих примитивное решение заданной степени.

Совместная работа с Квентином Гендроном (IM UNAM). Поддержано РНФ, проект 21-11-00325 и отделением МЦФПМ в ИВМ РАН, Соглашение 075-15-2022-286).

References

[1] Богатырев А. Б. *Экстремальные многочлены и римановы поверхности.* МЦНМО, 2005.

Sequences of rational deviations

Petr Borodin

Moscow State University

A.A. Pekarskiĭ [1] proved that any strictly monotone sequence realizes as the sequence of the least rational deviations in the space $C^{\mathbb{C}}[0,1]$ of complex continuous functions with the uniform norm. It is not known whether a result of this sort is true for the space $L_2^{\mathbb{C}}[0,1]$. However, it turned out that Euclidian norm in general does not allow rational deviations to be arbitrary. In [2], we have shown that monotone sequences with large jumps at the beginning cannot be realized as sequences of rational deviations in the Hardy space $H^2(\Im z > 0)$ in the upper half-plane. We consider this problem as a particular case of seeking an element of a Hilbert space having prescribed m-term deviations with respect to a given dictionary, which in turn is a variation of the well-known Bernstein lethargy problem.

References

[1] Pekarskiĭ A. A., "Existence of a function with given best uniform rational approximations." *Vestsī Akad. Navuk Belarusī Ser. Fīz. Mat. Navuk,* 1: 23–26, 1999.

[2] Borodin P., Kopecká E., "Sequences of m-term deviations in Hilbert space." *J. Approx. Theory,* 284: 105821, 2022.

Нули и полюса Дзета-функции Хелсона с конечным числом значений

Иван Бочков

Санкт-Петербургский государственный университет

Дзета-функция Хелсона определяется как

$$\zeta_\chi(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \chi(n) n^{-s}$$

для полностью мультипликативной χ. Естественный вопрос, поставленный К. Сейпом – какое может быть моножество нулей и полюсов дзета-функции Хелсона?

Данный доклад призван частично ответить на этот вопрос. В частности, будет доказано, что в полосе $\frac{21}{40} < \Re s < 1$ множество нулей и полюсов может быть любым локально конечным множеством. Более того, для этого достаточно рассматривать функции χ с любым конечным числом значений, большем 2, при этом функция χ может быть построена конструктвно.

Список литературы

[1] Seip K., "Universality and distribution of zeros and poles of some zeta functions." arXiv: 1812.11729, 2019.

[2] Helson H., "Compact groups and Dirichlet series." *Ark. Mat.* 8: 139–143, 1969.

[3] Baker R. C., Harman G., Pintz J., "The difference between consecutive primes. II." *Proc. London Math. Soc.* 83: 532–562, 2001.

[4] Saksman E., Webb C., "The Riemann zeta function and Gaussian multiplicative chaos: statistics on the critical line." arXiv:1609.00027, 2018.

Операторы Кальдерона–Зигмунда на регулярном пространстве BMO

Е. С. Дубцов

Санкт-Петербургское отделение Математического института им. В. А. Стеклова

Для заданной положительной радоновской меры μ на пространстве $\mathbb{R}^m$ Ш. Толса [2] ввёл регулярное пространство RBMO(μ). Такое обобщённое пространство можно использовать для мер μ без свойства удвоения, оно обладает настоящими свойствами классического пространства BMO. В работе [2] доказано, что ограниченный на пространстве $L^2(\mu)$ оператор Кальдерона–Зигмунда действует из пространства $L^\infty(\mu)$ в RBMO(μ). Этот результат мотивирует приведённую ниже основную теорему, дающую критерий для ограниченности операторов Кальдерона–Зигмунда на RBMO(μ) в случае конечной меры μ.

Кубом кратко называется замкнутый куб в пространстве $\mathbb{R}^m$, рёбра которого параллельны осям координат. Символ $\ell = \ell(Q)$ обозначает длину ребра куба Q. Обозначение $Q(x,\ell)$ используется для явного указания центра x рассматриваемого куба. Для заданной конечной положительной меры μ на $\mathbb{R}^m$ и двух кубов $Q \subset R$ в пространстве $\mathbb{R}^m$ положим

$$K(Q,R) = 1 + \sum_{j=1}^{N_{Q,R}} \frac{\mu(2^j Q)}{\ell^n(2^j Q)},$$

где $N_{Q,R}$ — это минимальное число $s \in \mathbb{N}$ такое, что $\ell(2^s Q) \geq \ell(R)$. Далее, положим $K(Q) = K(Q, 2^k Q)$, где k — это минимальное натуральное число такое, что $2\mu(2^k Q) > \mu(\mathbb{R}^m)$.

Теорема (см. [1]). Пусть μ — конечная положительная мера размерности n на пространстве $\mathbb{R}^m$, $0 < n \leq m$. Пусть T — оператор Кальдерона–Зигмунда с ядром $\mathcal{K}$ таким, что

$$\left| \int_{Q(x,R)\setminus Q(x,r)} \mathcal{K}(x,y)\, d\mu(y) \right| \leq C, \quad x \in \mathbb{R}^m,\ 0 < r < R.$$

Тогда оператор T ограничен на пространстве RBMO(μ) в том и только в том случае, когда выполнено следующее $T1$-условие: для каждого куба $Q \subset \mathbb{R}^m$, обладающего свойством удвоения, существует константа b_Q такая, что

$$\frac{1}{\mu(Q)} \int_Q |T1 - b_Q|\, d\mu \leq \frac{C}{K(Q)} \quad \text{для всех кубов } Q \text{ со свойством удвоения,}$$

$$|b_Q - b_R| \leq C \frac{K(Q,R)}{K(Q)} \quad \text{для всех кубов } Q, R,\ Q \subset R, \text{ со свойством удвоения,}$$

где константа $C > 0$ не зависит от кубов Q и R.

Это совместная работа с А. В. Васиным. Исследование выполнено за счёт гранта Российского научного фонда № 18-11-00053.

Список литературы

[1] Doubtsov E., Vasin A. V., “Calderón–Zygmund operators on RBMO.” arXiv:2106.00711, 2021.

[2] Tolsa X., “BMO, H^1, and Calderón–Zygmund operators for non doubling measures.” *Math. Ann.,* 319 (1): 89–149, 2001.

On Bernstein- and Markov-type inequalities

Sergei Kalmykov

Shanghai Jiao Tong University,
Keldysh Institute of Applied Mathematics,
Institute of Applied Mathematics FEB RAS

Polynomial inequalities have various applications. For example, in approximation theory they are fundamental in establishing converse results, i.e., when one deduces smoothness from a given rate of approximation (see e.g. [1, p. 241]). In this talk we discuss classical Bernstein- and Markov-type inequalities for polynomials and rational functions as well as their recent generalizations. Mainly, we are interested in the results obtained with the help of potential theory and geometric function theory of a complex variable (for details see the surveys [2] and [3]). Key tools of proofs will be also considered.

This is based joint work with V. Dubinin, B. Nagy and V. Totik.

References

[1] Borwein P., Erdélyi T., *Polynomials and polynomial inequalities.* Graduate Texts in Mathematics, 161. Springer-Verlag, New York, 1995.

[2] Dubinin V. N., "Methods of geometric function theory in classical and modern problems for polynomials." *Russ. Math. Surv.,* 67 (4): 599–684, 2012.

[3] Kalmykov S., Nagy B., Totik V., "Bernstein- and Markov-type inequalities." *Surv. Approx. Theory,* 9: 1–17, 2021.

О канонической системе с диагональным гамильтонианом, связанной с дзета-функцией Римана

В.В. Капустин

Санкт-Петербургское отделение Математического института им. В. А. Стеклова

В работе автора [1] было построено конкретное пространство де Бранжа, содержащее кси-функцию Римана, делённую на многочлен степени 3, и соответствующая этому пространству каноническая система с диагональным гамильтонианом — пара дифференциальных уравнений первого порядка на полуоси. Этот результат позволяет строить операторы — одномерные возмущения дифференциальных операторов, спектр которых совпадает со множеством нетривиальных нулей дзета-функции Римана, развёрнутым на вещественную прямую. При этом не уточнялось, каким образом устроена пара векторов, определяющих возмущение; если один из них легко построить явно, то другой уже непосредственно связан с дзета-функцией. Целью доклада является прояснение вида недостающего вектора.

Основополагающим фактом теории пространств де Бранжа и канонических систем является существование аналога преобразования Фурье — унитарного оператора, действующего из гильбертова пространства канонической системы на пространство де Бранжа. В обсуждаемом случае этот оператор представляется в виде суперпозиции пяти естественных унитарных операторов, среди которых особую роль играют два из них, представляющие собой стандартное преобразование Лапласа и преобразование Меллина, понимаемое особым образом. Грубо говоря, по функции, представляющей собой модификацию кси-функции Римана, с помощью обратного преобразования Меллина строится преобразование Лапласа соответствующего ей элемента пространства канонической системы в терминах тета-функции Якоби.

Список литературы

[1] Капустин В. В., “Множество нулей дзета-функции Римана как точечный спектр оператора.” *Алгебра и анализ,* 33 (4): 107–124, 2021.

О скалярной задаче равновесия для $\mathcal{GN}$-систем

Илья Лопатин

Математический институт им. В. А. Стеклова РАН

В 2018 году в рамках деятельности по обобщению теории Г. Шталя на полиномы Эрмита–Паде С. П. Суетиным в работе [4] был предложен новый подход к описанию слабой асимптотики полиномов Эрмита–Паде для систем функций марковского типа. Он основан на рассмотрении скалярной теоретико-потенциальной задачи равновесия с внешним гармоническим полем, поставленной на компактной римановой поверхности. В [4] этот метод был проиллюстрирован на примере решения модельной задачи о слабой асимптотике полиномов Эрмита–Паде типа I для обобщённой системы Никишина специального вида $\aleph_0$ из двух функций; в работе [2] он был распространён на минимально более общую $\mathcal{GN}$-систему $\aleph_g$. Основное различие между системами $\aleph_0$ и $\aleph_g$ геометрическое. В обозначениях работы [1] им соответствуют графы $\Gamma_0(\mathcal{V}_0, \mathcal{E}_0, O_0)$ и $\Gamma_g(\mathcal{V}_g, \mathcal{E}_g, O_g)$ соответственно; при этом

$\mathcal{V}_0 = \mathcal{V}_g = \{0, 1, 2\}$, $O_0 = O_g = 0$, но для Γ_0 множество $(0, 1)$ состоит из одного элемента, а для Γ_g – из $g + 1$ элемента. Предельная мера соответствующих полиномов Эрмита–Паде в [2] описана в терминах скалярной теоретико-потенциальной задачи равновесия на гиперэллиптической римановой поверхности рода g с внешним гармоническим полем $\log |\Phi(\mathbf{z})|$ относительно ядра

$$g_\circ(\mathbf{z}, \infty^{(1)}, \mathbf{t}) - \log |z - t|,$$

где $g_\circ$ – $\circ$-нормированная биполярная функция Грина [5], $\mathbf{z}$ – точка на поверхности, $z = \pi(\mathbf{z})$ – её образ при каноническом проектировании на риманову сферу, $\Phi(\mathbf{z})$ – функция, конформно отображающая рассматриваемую риманову поверхность на риманову сферу. В случае $g = 0$ система $\aleph_g$ переходит в $\aleph_0$, а вышеописанное ядро и внешнее поле – в таковые из работы [4].

В [3] для было показано, что для системы $\aleph_0$ рассматриваемая скалярная задача равновесия на римановой поверхности эквавлентна векторной теоретико-потенциальной задаче равновесия на плоскости [1], в терминах которой традиционно и описывается слабая асимптотика полиномов Эрмита–Паде. В докладе пойдёт речь о доказательстве аналогичного результата для $\aleph_g$,

Исследование выполнено за счёт гранта Российского научного фонда № 19-11-00316.

Список литературы

[1] Аптекарев А. И., Лысов В. Г., “Системы марковских функций, генерируемые графами, и асимптотика их аппроксимаций Эрмита–Паде.” *Матем. сб.,* 201 (2): 29–78, 2010.

[2] Лопатин И. А., “Об обобщении нового подхода к описанию слабой асимптотики полиномов Эрмита-Паде для системы Никишина.” *Матем. сб.,* в печати, 2021.

[3] Суетин С. П., “О новом подходе к задаче о распределении нулей полиномов Эрмита–Паде для системы Никишина.” *Комплексный анализ, математическая физика и приложения,* Сборник статей, Тр. МИАН, 301 : 259–275, МАИК «Наука/Интерпериодика», М., 2018.

[4] Суетин С. П., “Об эквивалентности скалярной и векторной задач равновесия для пары функций, образующей систему Никишина.” *Матем. заметки,* 106 (6): 904–916, 2019.

[5] Чирка Е. М., “Потенциалы на компактной римановой поверхности.” *Комплексный анализ, математическая физика и приложения,* Сборник статей, Тр. МИАН, 301 :287–319, МАИК «Наука/Интерпериодика», М., 2018.

Векторные равновесные меры и распределения нулей многочленов совместной ортогональности дискретной переменной

Владимир Лысов

Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН

Многочлены, ортогональные относительно дискретных мер, имеют многочисленные приложения [1,2]. Первые результаты [3,4] о предельном распределении нулей таких многочленов связаны с задачами равновесия логарифмического потенциала с констрейном и внешним полем. В тоже время известно, что векторные задачи равновесия отвечают [5] за распределение нулей многочленов совместной ортогональности относительно непрерывных весов.

Мы покажем, что распределение нулей совместно ортогональных многочленов дискретной переменной описывается широким классом векторных равновесных мер в задачах с констрейном и внешним полем. Расскажем о новых любопытных эффектах, связанных с выметанием мер в комплексную плоскость, см. [6]. В качестве примера подробно обсудим пример совместно-ортогональных многочленов Кравчука [7], который мотивировал данное исследование.

Исследование выполнено при поддержке Московского центра фундаментальной и прикладной математики, соглашение 075-15-2022-283 с Минобрнауки РФ.

Список литературы

[1] Никифоров А.Ф., Суслов С.К., Уваров В.Б., *Классические ортогональные полиномы дискретной переменной* . М.: Наука, 1985.

[2] Baik J., Kriecherbauer T., McLaughlin K. D. T-R, Miller P. D., *Discrete Orthogonal Polynomials. Asymptotics and Applications.* . Princeton University Press, 2007.

[3] Рахманов Е. А., “Равновесная мера и распределение нулей экстремальных многочленов дискретной переменной.” *Матем. сб.* 187 (8): 109–124, 1996.

[4] Dragnev P. D., Saff E.B., “Constrained energy problems with applications to orthogonal polynomials of a discrete variable.” *Journal d'Analyse Mathematique,* 72 (1): 223–259, 1997.

[5] Гончар А. А., Рахманов Е. А., “О сходимости совместных аппроксимаций Паде для систем функций марковского типа.” *Тр. МИАН,* 157 :31–48, 1981.

[6] Сорокин В. Н., “О многочленах совместной ортогональности для дискретных мер Мейкснера.” *Матем. сб.,* 201(10) :137–160, 2010.

[7] Dyachenko A., Lysov V., “Discrete multiple orthogonal polynomials on shifted lattices.” arXiv:1908.11467, 2019.

Проблема соизмеримости некоторых ёмкостей с гармоническими

М.Я. Мазалов

Национальный исследовательский университет “МЭИ”, филиал в г. Смоленске
Санкт-Петербургский государственный университет

Пусть L — однородный эллиптический дифференциальный оператор второго порядка в $\mathbb{R}^N$, $N \geq 3$, с постоянными комплексными коэффициентами. Напомним определения ёмкостей γ_L ($U \subset \mathbb{R}^N$ — ограниченное множество):

$$\gamma_L(U) = \sup_T \{|\langle T|1\rangle| : \mathrm{Spt}(T) \subset U, \|T * \Phi_L\|_{\mathrm{L}^\infty(\mathbb{R}^N)} \leq 1\},$$

где $\mathrm{Spt}(T)$ — носитель распределения T, $*$ — оператор свёртки, Φ_L — фундаментальное решение оператора L, $\langle T|1\rangle$ — действие распределения T на пробную функцию.

В терминах ёмкостей γ_L описываются устранимые особенности ограниченных решений уравнений $Lf = 0$, а также недавно получен [1] критерий равномерной приближаемости функций решениями уравнений $Lf = 0$ на компактных подмножествах $\mathbb{R}^N$. Ёмкость $\gamma_{L,+}$ — частный случай γ_L, если T — неотрицательная мера, $\gamma_\Delta = \gamma_{\Delta,+}$ — классические гармонические ёмкости.

Возникает вопрос: соизмеримы ли ёмкости γ_L и γ_Δ (с точностью до положительного множителя, зависящего только от L). Он нетривиален, т.к. L — оператор с комплексными коэффициентами, а фундаментальные решения устроены довольно сложно, и их свойства зависят от размерности пространства, например, в $\mathbb{R}^N$, $N \geq 5$ (в отличие от $\mathbb{R}^3$ и $\mathbb{R}^4$), значения фундаментального решения в общем случае могут не содержаться [2] в одной полуплоскости из $\mathbb{C}$.

Постановка близка к известной проблеме соизмеримости аналитических ёмкостей γ и γ_+, которую решил X. Толса [3], однако здесь есть своя специфика: ядро Φ_L является чётным в отличие от нечётного ядра Коши.

Тем не менее, в 2022 году был получен ряд положительных результатов, в частности, доказана соизмеримость $\gamma_{L,+}$ с γ_Δ сначала для $N = 3, 4$ [2], а затем и для всех N, установлена соизмеримость γ_L и γ_Δ в случае канторовых множеств.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант 22-11-00071).

Список литературы

[1] Мазалов М. Я., "Критерий равномерной приближаемости индивидуальных функций решениями однородных эллиптических уравнений второго порядка с постоянными комплексными коэффициентами." *Матем. сб.,* 211 (9): 60–104, 2020.

[2] Парамонов П. В., Федоровский К. Ю., "Явный вид фундаментальных решений некоторых эллиптических уравнений и связанные с ними B- и C-емкости." *Матем. сб.,* 214 (в печати): 17 с., 2023.

[3] Tolsa X., "Painleve's problem and the semiadditivity of analytic capacity." *Acta Math.,* 190 (1): 105–149, 2003.

Riesz basis property of root vectors system for $n \times n$ Dirac type operators

Mark Malamud

Peoples' Friendship University of Russia

In this talk we investigate spectral properties of selfadjoint and non-selfadjoint boundary value problems (BVP) for the following first order system of ordinary differential equations

$$Ly = -iB(x)^{-1}\big(y' + Q(x)y\big) = \lambda y, \quad B(x) = B(x)^*, \quad y = \mathrm{col}(y_1, \dots, y_n), \quad x \in [0, \ell],$$

on a finite interval $[0, \ell]$. Here $Q \in L^1([0, \ell]; \mathbb{C}^{n\times n})$ is a potential matrix and $B \in L^\infty([0, \ell]; \mathbb{R}^{n\times n})$ is an invertible self-adjoint diagonal "weight" matrix. If $n = 2m$ and $B(x) = \mathrm{diag}(-I_m, I_m)$ this equation is equivalent to Dirac equation of order n.

Here we discuss the spectral properties of BVP associated with the above equation subject to general BC $U(y) = Cy(0) + Dy(\ell) = 0$, $\mathrm{rank}(C\ D) = n$.

As a first our main result, we mention that the deviation of the characteristic determinants $\Delta(\lambda) - \Delta_0(\lambda)$ of perturbed and unperturbed (with $Q = 0$) BVPs admits the Fourier transform representation of a certain summable function explicitly expressed via kernels of the transformation operators. In turn, this representation leads to the asymptotic formula $\lambda_m = \lambda_m^0 + o(1)$ as $m \to \infty$, for the eigenvalues $\{\lambda_m\}_{m\in\mathbb{Z}}$ and $\{\lambda_m^0\}_{m\in\mathbb{Z}}$ of perturbed and unperturbed ($Q = 0$) *regular* BVPs, respectively. In the case of $n = 2$ and constant matrix $B(x) = B$ both results are obtained in [1].

Further, we prove that the system of root vectors of the above BVP constitutes a Riesz basis in a certain weighted L^2-space, provided that the boundary conditions are *strictly regular*. Along the way, we also establish completeness, uniform minimality and asymptotic behavior of root vectors. The case of constant matrix $B(x) = B$ was investigated in [1], [2], [4].

The main results are applied to establish asymptotic behavior of eigenvalues and eigenvectors, and the Riesz basis property for the dynamic generator of spatially non-homogenous damped Timoshenko beam model. We also found a new case when eigenvalues have an explicit asymptotic, which to the best of our knowledge is new even in the case of constant parameters of the model.

This is a joint work with Anton Lunyov partially published in the preprint [3].

References

[1] Lunyov A. A., Malamud M. M., "On the Riesz basis property of root vectors system for 2×2 Dirac type operators." *J. Math. Anal. Appl.,* 441: 57–103, 2016.
[2] Lunyov A. A., Malamud M. M., "On completeness and Riesz basis property of root subspaces of boundary value problems for first order systems." *J. Spectral Theory*, 5 (1): 17–70, 2015.
[3] Lunyov A. A., Malamud M. M., "On transformation operators and Riesz basis property of root vectors system for $n \times n$ Dirac type operators." arXiv:2112.07248, 2021.
[4] Lunyov A. A., Malamud M. M., "Stability of spectral characteristics of boundary value problems for 2×2 Dirac type systems." *J. Differ. Equat.*, 313: 633–742, 2022.

Trigonometric Convexity for the Multidimensional Indicator after Ivanov

Aleksandr Mkrtchyan

Siberian Federal University, Institute of Mathematics NAS, Armenia

The concept of indicator is well-known for analytic functions in one complex variable. Multidimensional indicator after Ivanov is a generalization of that concept for analytic functions in several complex variables. We state the trigonometric convexity for n-dimensional indicator after Ivanov [1].

Definition 1. Denote by $\Delta_{\alpha_j} \subset \mathbb{C}$ the open sector determined by the angle $0 < \alpha_j < \pi/2$ as follows:

$$\Delta_{\alpha_j} = \{z_j \in \mathbb{C} \setminus \{0\} \colon\ |\arg (z_j)| < \alpha_j\}.$$

Definition 2. Recall that a function f is of finite exponential type $(h_1, \ldots, h_n)$ in $\Delta_{\alpha_1} \times \cdots \times \Delta_{\alpha_n}$ if for any $\varepsilon > 0$ there exists a constant $k_\varepsilon \geq 0$ such that

$$|f(z_1, \ldots, z_n)| \leq k_\varepsilon e^{(h_1+\varepsilon)|z_1|+\cdots+(h_n+\varepsilon)|z_n|}, \quad \text{for all } z_j \in \Delta_j,\ 1 \leq j \leq n.$$

Here we assume $h_1, \ldots, h_n \geq 0$.

Definition 3. Denote by $Exp\,(\alpha_1, \ldots, \alpha_n)$ the class of functions f that are analytic and of finite exponential type in $\Delta_1 \times \cdots \times \Delta_n$.

Definition 4. Namely, Ivanov introduced the following set:

$$T_f\left(\vec{\theta}\right) = \{\vec{\nu} \in \mathbb{R}^n : \ln\left|f\left(\vec{r}e^{i\vec{\theta}}\right)\right| \leq \nu_1 r_1 + \ldots + \nu_n r_n + C_{\vec{\nu},\vec{\theta}}, \text{ for all } \vec{r} \in \mathbb{R}^n_+\},$$

here $\vec{r}e^{i\vec{\theta}}$ is the vector $(r_1e^{i\theta_1}, ..., r_ne^{i\theta_n})$. The set $T_f\left(\vec{\theta}\right)$ implicitly reflects the notion of an indicator of an entire function.

Theorem *Let a function* $f \in Exp\,(\alpha_1, \ldots, \alpha_n)$ *and the numbers* $A_1^+, A_1^- \ldots, A_n^+, A_n^-$ *satisfy*

$$\left(A_1^{l_1}, \ldots, A_n^{l_n}\right) \in \overline{T}_f\,(l_1\alpha_1, \ldots, l_n\alpha_n)\,,$$

where $l_j = \pm, \quad j = 1, \ldots, n$. *Then*

$$(C_1, \ldots, C_n) \in \overline{T}_f\,(\theta_1, \ldots, \theta_n)\,,$$

where the constants $C_1, \ldots, C_n$ *determine from the following formulas:*

$$C_j \sin(2\alpha_j) = A_j^+ \sin(\theta_j + \alpha_j) + A_j^- \sin(\alpha_j - \theta_j)\,, \quad j = 1, ..., n.$$

Remark. Theorem is sharp: that is, there exists a function f for whom: the assumptions of theorem are satisfied, and the inequality is an equality.

This is a joint work with Armen Vagharshakyan.

References

[1] Mkrtchyan A., Vagharshakyan A., "Trigonometric convexity for the multidimensional indicator after Ivanov." arXiv:2205.02585, 2022.

Weighted Hardy embedding on the bi-tree

Pavel Mozolyako

Saint Petersburg State University

Let Γ be a poly-tree, i.e. a collection of dyadic rectangles on $\mathbb{R}^n$ (Cartesian product of usual dyadic intervals on $\mathbb{R}$) with natural order by inclusion. The Hardy operator and its 'adjoint' are

$$\mathbf{I}f(R) := \sum_{Q \supset R} f(Q) \quad \text{and}$$
$$\mathbf{I}^*f(Q) := \sum_{R \subset Q} f(R).$$

We are investigating the action of this operator from $L^2(\Gamma, w^{-1})$ to $L^2(\Gamma, \mu)$, or, which is the same, $\mathbf{I}^*$ from $L^2(\Gamma, \mu^{-1})$ to $L^2(\Gamma, w)$, where w and μ are just collections of non-negative weights attached to the elements of Γ. If for given μ, w the Hardy operator is bounded, we call (μ, w) *the trace measure-weight pair.*

In this talk we consider a special case – the dimension n is either 2 or 3 and the weight w is a product weight (a typical case is just $w \equiv 1$). We give a couple of descriptions of such pairs in potential theoretical terms: capacitary and energy conditions. We give a short exposition of two-dimensional results, and discuss problems that arise with increasing the dimension. We also establish a connection to weighted Dirichlet spaces on the polydisc.

Fourier transforms of rapidly decreasing functions

Il'dar Musin

Institute of Mathematics with Computer Centre of Ufa Scientific Centre of RAS

New spaces of rapidly decreasing infinitely differentiable functions on $\mathbb{R}^n$ will be defined in the talk. They are introduced with a help of a family of separately radial convex functions on $\mathbb{R}^n$ satisfying some technical conditions and very similar in construction to Gelfand–Shilov spaces S_α [1]. For all of them Paley–Wiener type theorems are obtained. Using some recent facts of convex analysis it will be shown that the Gelfand–Shilov space W_M [1] is a particular case of one of these spaces.

References

[1] Gelfand I. M., Shilov G. E., *Generalized functions*, Vol. 2, Academic Press, New York, 1968.

Point pair function

Semen Nasyrov

Kazan Federal University

We study *intrinsic metrics* in subdomains of the real n-dimensional Euclidean space $\mathbb{R}^n$, i.e. metrics which measure distances in the way that takes into account not only how close the points are to each other but also how the points are located with respect to the boundary of the domain (see, e.g. [1]). These metrics are often used to estimate the hyperbolic metric and, while they share some but not all of its properties, intrinsic metrics are much simpler than the hyperbolic metric and therefore more applicable.

Let G be a proper subdomain of $\mathbb{R}^n$. Denote by $|x-z|$ the Euclidean distance in $\mathbb{R}^n$ and by $d_G(x)$ the distance from a point $x \in G$ to the boundary ∂G, i.e. $d_G(x) := \inf\{|x-z| \,:\, z \in \partial G\}$. We investigate the *point pair function* $p_G : G \times G \to [0,1)$ defined as

$$p_G(x,y) = \frac{|x-y|}{\sqrt{|x-y|^2 + 4d_G(x)d_G(y)}}\,, \quad x, y \in G. \tag{1}$$

We prove that for all domains $G \subsetneq \mathbb{R}^n$, the point pair function is a quasi-metric, i.e. it satisfies an analog of the triangle inequality with a multiplicative constant less than or equal to $\sqrt{5}/2$. Moreover, for $G = \mathbb{R}^n \backslash \{0\}$, $n \geq 1$, this function defines a metric.

We also investigate what happens when the constant 4 in (1) is replaced by another constant $\alpha > 0$ to define a generalized version p_G^α of the point pair function p_G. In particular, we prove that, for $\alpha \in (0, 12]$, this function p_G^α is a metric if G is the positive real axis $\mathbb{R}^+$, the punctured space $\mathbb{R}^n \backslash \{0\}$ with $n \geq 2$, or the upper half-space $\mathbb{H}^n$ with $n \geq 2$. Furthermore, we also show that the function p_G^α is not a metric for any values of $\alpha > 0$ in the unit ball $\mathbb{B}^n$.

This is a joint work with D. Dautova, O. Rainio, and M. Vuorinen [2].

References

[1] Hariri P., Klén R., Vuorinen M., *Conformally Invariant Metrics and Quasiconformal Mappings.* Springer, 2020.

[2] Dautova D., Nasyrov S., Rainio O., Vuorinen M., "Metrics and quasimetrics induced by point pair function." *Bull. Braz. Math. Soc. (N.S.),* doi: 10.1007/s00574-022-00309-5, 2022.

Поведение функций от пар некоммутирующих максимальных диссипативных операторов при возмущении

Владимир Пеллер

Санкт-Петербургский государственный университет

Пусть L и M – не обязательно коммутирующие максимальные диссипативные операторы. Для функции f из неоднородного класса Бесова $(B^1_{\infty,1}(\mathbb{R}^2))_+$ функций двух переменных с преобразованием Фурье, сосредоточенным в $[0,\infty)\times[0,\infty)$, мы определяем функцию $f(L,M)$ как плотно определённы не обязательно ограниченный оператор с помощью двойных операторных интегралов.

В случае, когда $1 \le p \le 2$, а (L_1, M_1) и (L_2, M_2) – пары максимальных диссипативных операторов такие, что операторы $L_2 - L_1$ и $M_2 - M_1$ принадлежат классу Шаттена–фон Неймана $\boldsymbol{S}_p$, мы установили, что при $f \in (B^1_{\infty,1}(\mathbb{R}^2))_+$ имеет место следующая оценка липшицева типа

$$\|f(L_2,M_2) - f(L_1,M_1)\|_{\boldsymbol{S}_p} \le \mathrm{const}\cdot\max\{\|L_2-L_1\|_{\boldsymbol{S}_p}, \|M_2-M_1\|_{\boldsymbol{S}_p}\}$$

Для доказательства этого неравенства используются тройные операторные интегралы по полуспектральным мерам.

Доклад основан на результатах, полученных совместно с А.Б. Александровым.

Determinantal processes and division invariant spaces

Roman Romanov

Saint Petersburg State University

We explore the link between determinantal point processes and Hilbert spaces of functions invariant with respect to division. The class of spaces under consideration extends the classical de Branges spaces of entire functions. The spaces corresponding to determinantal processes are shown to have integrable reproducing kernel. Analytic properties of the elements of these spaces are investigated.

The talk is based on a joint work with Alexander Bufetov. The work is supported by RFBR (Russian Foundation for Basic Research, grant No 20-51-14001).

References

[1] Bufetov A., Romanov R., "Division subspaces and integrable kernels." *Bull. London Math. Soc.,* 51: 267–277, 2019.

Factorisation in modular group and pure periodic negative-regular continued fractions

Mikhail Tyaglov

Shanghai Jiao Tong University

The object of the talk is to present properties of pure periodic continued fractions of the form

$$\underbrace{\frac{-1}{b_1+}\,\frac{-1}{b_2+}\cdots+\frac{-1}{b_n}}_{n}+\underbrace{\frac{-1}{b_1+}\,\frac{-1}{b_2+}\cdots+\frac{-1}{b_n}}_{n}+\cdots, \tag{1}$$

where b_k are (positive) integers. By Tietze's theorem [1], the fraction (1) converges to an irrational number if $|b_k| \geqslant 2$ (except for the case $|b_k| = 2$ for all k).

We have proved that without restriction $|b_k| \geqslant 2$ the fraction (1) may converge to rational numbers or diverge. This is the deference between negative-regular continued fractions and classical regular continued fractions which always converge to irrational numbers.

Several algorithms for construction of periods $\{b_1, \ldots, b_n\}$ of periodic negative-regular continued fractions converging to rational numbers are given. The periods of a given length can be obtained by Fermat's infinite descent method applied to some Diophantine equations. An explicit simple formula for the minimal period for x is presented. A construction using the Calkin–Wilf tree and Stern's diatomic series is described. Arbitrary primitive periods are in one-to-one correspondence with elements of the modular group Γ. Explicit formulas converting products of the standard generators S and ST in Γ into primitive periods are obtained. The periods of elliptic elements of Γ are completely described. This description results in a parametric formula for primitive periods of rational numbers. A pure periodic negative-regular continued fraction diverges if and only if either its period or its double or its triple represents the identity in Γ.

The talk is based on a joint work with Sergey Khrushchev (Satbayev University).

References

[1] Tietze H., "Über Kriterien für Konvergenz und Irrationalität unendlicher Kettenbrüche." *Math. Ann.*, 70: 236–265, 1911.

Полнота экспоненциальных систем в пространствах голоморфных функций и теорема Хелли о пересечении выпуклых множеств

Б.Н. Хабибуллин

Башкирский государственный университет

Система функций из топологического векторного пространства H *полна,* если замыкание её линейной оболочки совпадает с H. На компактах C в *комплексной плоскости* $\mathbb{C}$ рассматриваем в качестве модельного банаховы пространства функций $f\colon C \to \mathbb{C}$, непрерывных на C и одновременно голоморфных во внутренности C, со стандартной нормой

$$\|f\| := \sup\Bigl\{\bigl|f(z)\bigr| \Bigm| z \in C\Bigr\},$$

которое содержит любые *экспоненциальные системы*

$$\operatorname{Exp}^Z := \Bigl\{w \underset{w\in\mathbb{C}}{\longmapsto} e^{zw} \Bigm| z \in Z\Bigr\},$$

где Z — не более чем счётное *распределение* попарно различных точек-*показателей* на $\mathbb{C}$. Обзор по полноте таких систем можно найти в [1].

Мотивировка рассматриваемых геометрических вопросов — исследование условий, при которых система Exp^Z с показателями Z, являющимися нулями некоторой суммы (конечного или бесконечного) семейства целых функций экспоненциального типа, полна или нет в указанных выше пространствах функций. Когда C – выпуклый компакт, эта задача оказалась тесно связанной с теоремой Хелли о пересечении выпуклых множеств в следующей трактовке [2], [3].

Пусть C и S — два множества в конечномерном евклидовом пространстве над *полем вещественных чисел* $\mathbb{R}$, заданные соответственно как пересечения и как объединения некоторых подмножеств этого пространства. Даются критерии, при которых некоторый параллельный перенос, т.е. сдвиг, множества C полностью покрывает (соответственно содержит, соответственно пересекает) множество S. Эти критерии и подобные им формулируются в терминах геометрических, алгебраических и теоретико-множественных разностей подмножеств, порождающих C и S, опорных функций множеств C и S, а также смешанных площадей выпуклых множеств в $\mathbb{C}$ или объёмов в $\mathbb{R}^n$, $n = 1, 2, 3, \dots$. Отдельно обсуждается двумерный специфический случай, когда множества неограничены, для чего используются дополнительные характеристики множеств.

Полученные в [3], [4], [5] на основе этих геометрических рассмотрений результаты по полноте систем Exp^Z или соответствующие эквивалентные им теоремы единственности для целых функций экспоненциального типа будут дополнены недавними новыми.

Исследование выполнено за счёт гранта Российского научного фонда № 22-21-00026.

Список литературы

[1] Хабибуллин Б. Н., *Полнота систем экспонент и множества единственности.* РИЦ БашГУ, Уфа, doi:10.13140/2.1.4572.7525, 2012.

[2] Хабибуллин Б. Н., “Теорема Хелли и сдвиги множеств. I.” *Уфимск. матем. журн.,* 6 (3): 98–111, 2014.

[3] Хабибуллин Б. Н., “Теорема Хелли и сдвиги множеств. II. Опорная функция, системы экспонент, целые функции.” *Уфимск. матем. журн.,* 6 (4): 125–138, 2014.

[4] Хабибуллин Б. Н., “Последовательности неединственности для весовых пространств голоморфных функций.” *Изв. вузов. Матем.,* 4: 75–84, 2015.
[5] Хабибуллин Б. Н., Хабибуллин Ф. Б., “О множествах неединственности для пространств голоморфных функций.” *Вестник ВолГУ. Сер. 1, Мат. Физ.,* 4 (35): 108–115, 2016.

Конструктивное описание классов функций на chord-arc кривой в $\mathbb{R}^3$

Н.А. Широков

Санкт-Петербургский государственный университет,
Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»

Пусть L – разомкнутая ограниченная кривая в $\mathbb{R}^3$ с chord-arc свойством, т.е. длина её дуги соизмерима со стягивающей её хордой. На кривой L можно определить классы Гёльдера с гладкостью, меньшей единицы, в равномерной и в интегральной метрике. Оказалось, что эти классы могут быть описаны в терминах скорости приближения функций из них функциями, гармоническими в сжимающихся к L окрестностях вместе с оценками градиентов гармонических функций [1, 2].

Работа была поддержана грантом РФФИ (Российский фонд фундаментальных исследований №20-01-00209).

Список литературы

[1] Alexeeva T. A., Shirokov N. A., “Constructive Description of Hölder-like Classes on an Arc in $\mathbb{R}^3$ by Means of Harmonic Functions.” *J. Approx. Theory,* 249: 105308, 2020.
[2] Алексеева Т. А., Широков Н. А. “Классы Гёльдера в L^p-норме на chord-arc кривой в $\mathbb{R}^3$.” *Алгебра и анализ,* 34 (4): 1–21, 2022.

ДЛЯ ЗАМЕТОК

Университет
Сириус