

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЦЕНТР МИРОВОГО УРОВНЯ

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ им. В.А. СТЕКЛОВА
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

НАУЧНО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР

Осенний семестр 2022/2023 учебного года

Программа курса

**Введение в теорию характеров
линейных представлений конечных групп**
(лектор — Киселёв Денис Дмитриевич)

1. Обзор стандартных фактов теории обыкновенных представлений: гомоморфизм представлений, лемма Шура, теорема Маке.
2. Унитарные представления, матричная формулировка леммы Шура, скалярное произведение на пространстве центральных комплекснозначных функций конечной группы.
3. Первое и второе соотношение ортогональности на комплексных неприводимых характерах конечной группы.
4. Число неприводимых комплексных представлений конечной группы и число классов сопряженных элементов этой же группы.
5. Характеризация комплексного представления конечной группы своим характером с точностью до изоморфизма.
6. Соотношение $|G| = \sum_{\chi \in \text{Irr}} \chi^2(1)$.
7. Значения характеров и целые алгебраические числа. Свойство $\chi(1) \mid |G|$.
8. Оценка числа нулей неприводимого комплексного характера конечной группы.
9. Индуцированные представления, контраградиентное представление, закон взаимности Фробениуса.
10. Теорема Бернсайда о разрешимости группы порядка $p^\alpha q^\beta$.
11. Группы Фробениуса, теорема Фробениуса.
12. Характеризация Брауэра обобщенных комплексных характеров конечной группы.
13. Реализуемость неприводимых комплексных представлений конечной группы G порядка n в поле $\mathbb{Q}(\sqrt[n]{1})$.