

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЦЕНТР МИРОВОГО УРОВНЯ
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ им. В.А. СТЕКЛОВА
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК
НАУЧНО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР

Осенний семестр 2022/2023 учебного года

Программа курса
**«Математические основания
квантовой механики»**
(лектор - Амосов Григорий Геннадьевич)

1. Аксиоматика квантовой механики. Проекторы как квантовые события. Меры на решётке проекторов. Теорема Глисона. Квантовые состояния. Положительные операторнозначные меры. Квантовые измерения.

2. Случай проекторнозначных мер. Спектральная теорема. Квантовые наблюдаемые. Дискретный и непрерывный спектры. Как построить пространство волновых функций, отвечающих квантовой наблюдаемой. Квантовый осциллятор. Когерентные состояния.

3. Теорема Наймарка о дилатации положительных операторнозначных мер. Примеры положительных операторнозначных мер, не являющихся проекторнозначными в конечномерном и бесконечномерном пространствах. Ковариантные положительные операторнозначные меры. Теорема об общем виде ковариантной меры в конечномерном пространстве.

4. Распределение вероятностей для пары состояние-наблюдаемая. Математическое ожидание, дисперсия и ковариация наблюдаемой. Соотношение неопределённостей Шрёдингера-Робертсона.

5. Случай квантовых наблюдаемых, являющихся линейными комбинациями операторов координаты и импульса. Квантование Вейля. Дробное преобразование Фурье и его связь с квантовым осциллятором.

6. Составные квантовые системы. Сепарабельные и сцепленные состояния. Классические и квантовые корреляции. Неравенство Белла-Клаузера-Хорна-Шимони-Хольта. Граница Цирельсона. Нелокальные игры с классическими и квантовыми стратегиями. Преимущество квантовых стратегий. Пространственные и коммутационные корреляции. Опровержение гипотезы Цирельсона о совпадении классов корреляций.

7. Квантовые каналы. Разложение Крауса и его неединственность. Квантовая теорема кодирования. Примеры квантовых каналов: кодирую-

щий и измеряющий каналы, классически-квантовый и квантовоклассический каналы, каналы разрушающие сцепленность.

8. Проективные унитарные представления конечных групп. Квантовые каналы, порожденные представлениями. Метод мажоризации для распределений вероятностей. Выходные информационные характеристики каналов.

9. Принцип двойственности Понтрягина. Построение положительных операторнозначных мер на локально компактных группах. Томография на локально-компактных группах. Различные характеристические функции квантового состояния. Функция Вигнера, функция Хусими-Кано. Преобразование Радона. Симплектическая квантовая томограмма. Квантовые наблюдаемые как обобщенные функции на пространстве квантовых состояний. Приложение к исследованию квантовых каналов.

10. Операторные системы (некоммутативные операторные графы) и порождающие их положительные операторнозначные меры. Связь с квантовыми каналами. Квантовые коды, исправляющие ошибки (квантовые антиклики). Передача информации с нулевой ошибкой.

Литература

- [1] *М. Рид, Б. Саймон*, Методы современной математической физики. Т. 1. Функциональный анализ. М., Мир, 1977.
- [2] *Дж. Макки*, Лекции по математическим основам квантовой механики. М., Мир, 1965.
- [3] *И. фон Нейман*, Математические основания квантовой механики. М., Наука, 1964.
- [4] *А.С. Холево*, Вероятностные и статистические аспекты квантовой теории. М., МЦНМО, 2018.
- [5] *А.С. Холево*, Квантовые системы, каналы, информация. М., МЦНМО, 2010.
- [6] *А.С. Холево*, Математические основы квантовой информатики. М., МИАН, Серия «Лекционные курсы НОЦ», вып. 30 (2018).