Математические основания квантовой механики.

Программа курса лекций Г.Г. Амосова

В курсе будет показано, что аксиоматика квантовой механики приводит к возникновению особой математической дисциплины – квантовой (или некоммутативной) теории вероятностей. Эта теория хотя и использует терминологию классической теории вероятностей, но ни в коем случае не может быть к ней сведена. Тем не менее, такие понятия классической теории вероятностей как события, случайные величины, математическое ожидание, ковариации и корреляции широко используются в квантовой теории вероятностей и дают возможность понять, в чем эти две теории близки, а в чем принципиально отличаются.

1. Аксиоматика Макки квантовой механики. Квантовые состояния и измерения.

2. Проекторы как квантовые события. Меры на решетке ортогональных проекторов. Теорема Глизона. Квантовые состояния, ассоциированные с мерами на проекторах.

3. Положительные операторозначные меры как квантовые случайные величины (обобщенные квантовые наблюдаемые, квантовые измерения). Формула Борна.

4. Случай проекторозначных мер. Самосопряженные операторы. Спектральная теорема. Дискретный и непрерывный спектры. Пространство волновых функций $L^2(\mu)$, ассоциированных с квантовой наблюдаемой.

5. Рандомизация случайных величин. Теорема Наймарка о дилатации положительных операторозначных мер.

6. Математические ожидания, дисперсии и ковариации квантовых случайных величин. Соотношение неопределенностей Шредингера-Робертсона для произведения дисперсий.

7. Тензорные произведения гильбертовых пространств. Составные квантовые системы. Сцепленные и сепарабельные состояния. Проверка сцепленности с использованием критерия Переса–Городецких. Свидетели сцепленности.

8. Классические и квантовые корреляции. Неравенство Белла-Клаузера-Хорна-Шимони. Граница Цирельсона.

9. Случай квантовых наблюдаемых, являющихся линейными комбинациями операторов координаты и импульса. Дробное преобразование Фурье.

11. Некоммутативные графы (операторные системы). Теорема о порождении некоммутативного графа положительной операторозначной мерой (разложением единицы). Ковариантные разложения единицы.

Литература.

1. М. Рид, Б. Саймон. Методы современной математической физики. Т. 1. Функциональный анализ. М.: Мир, 1977.

2. Дж. Макки. Лекции по математическим основам квантовой механики. М.: Мир, 1965.

3. И. фон Нейман. Математические основания квантовой механики. М.: Наука, 1964.

4. А.С. Холево. Вероятностные и статистические аспекты квантовой теории. М.: Наука, 1980.

5. B.S. Cirel'son. Quantum generalizations of Bell's inequality. Lett. Math. Phys. 4:2 (1980) 93–100.

6. Г.Г. Амосов. Математические основания квантовой механики. Долгопрудный: МФТИ, 2019.