Дифференциальная теория Галуа

С.О. Горчинский

Классическая теория Галуа изучает симметрии множества решений полиномиальных уравнений, соответствующие группы симметрий являются конечными группами. Дифференциальная теория Галуа изучает симметрии пространства решений обыкновенных дифференциальных уравнений. При этом группы симметрий оказываются алгебраическими группами. Дифференциальную теорию Галуа можно воспринимать как алгебро-геометрический подход к исследованию ОДУ. Данная теория возникла еще в работах великих классиков XIX века, потом была строго обоснована Э. Колчиным в первой половине XX века и продолжает активно развиваться и в наши дни, имея множество приложений в анализе, геометрии, гамильтоновой механике и арифметике.

От слушателей потребуется знание классической теории Галуа, основных понятий алгебры (группы, кольца, идеалы), знакомство с основными понятиями аффинной алгебраической геометрии (соответствие между кольцами и аффинными схемами, неприводимость, размерность, гладкость аффинных схем), знание основ комплексного анализа (голоморфные функции, римановы поверхности), владение общими понятиями геометрии (многообразия, расслоения, пучки), а также элементарное знакомство с ОДУ. Опыт использования языка теории категорий (представимые функторы, абелевы категории) будет также полезен, но строго обязательным являться не будет.

Вероятно, слишком оптимистичный вариант программы выглядит так:
- Дифференциальные кольца, поля, модули.
- Линейные алгебраические группы, алгебры Хопфа.
- Теория Пикара–Вессио, разрешимость ОДУ в лиувиллевых функциях.
- Категории Таннаки, соответствующая интерпретация дифференциальной теории Галуа.
- ОДУ над полем рядов Лорана.
- Проблема Римана–Гильберта, монодромия и дифференциальные группы Галуа.
- Феномен Стокса, матрицы Стокса.
- Обратная задача дифференциальной теории Галуа.
- Эффекты в положительной характеристике.