А. И. Аптекарев. Суперкомпьютерные вычисления в гео и астрофизике: математические аспекты

Э. Б. Винберг. Свободные двуступенно нильпотентные полугруппы Ли и неравенства между независимыми случайными величинами

Пусть $\mathfrak{g}(n)$ — свободная двуступенно нильпотентная вещественная алгебра Ли ранга n (и размерности $n(n+1)/2$) с образующими $\xi_1, \ldots, \xi_n$ и $G(n)$ — соответствующая односвязная группа Ли. Положим $x_i = \exp(\xi_i)$ и рассмотрим подполугруппу $B(n) \subset G(n)$, порожденную однопараметрическими подполугруппами $\{x_i^t : t \geq 0\}$. При $n = 2$ это так называемый клюв Гейзенберга. Полугруппа $B(3)$ будет описана в докладе. В общем случае явное описание полугруппы $B(n)$ представляется трудной задачей. Неожиданным образом оказалось, что она может быть интерпретирована в терминах теории вероятностей. А именно, пусть $x_1, \ldots, x_n$ — независимые случайные величины. Положим $p_{ij} = P(x_i < x_j)$. Какой может быть матрица (p_{ij})? В случае $n = 3$ в предположении, что $P(x_1 = x_2 = x_3) = 0$, ответ дается нашим описанием полугруппы $B(3)$. Например при $p_{12} = p_{23} = 3/5$ оказывается, что $p_{13} \geq 1/3$ (при очевидной оценке $1/5$).

Доклад основан на совместной работе докладчика и Г. Абельса.

С. В. Кисляков. Характеристические функции с лакунами в спектре

Принцип неопределенности в гармоническом анализе в самой общей формулировке гласит, что некоторые ограничения на функцию несовместимы с некоторыми ограничениями на ее преобразование Фурье. У этого утверждения есть множество конкретизаций, однако существуют и многочисленные примеры противоположного характера, позволяющие почувствовать “границу”, за которой этот принцип перестает действовать.

В 2017 г. Ф. Л. Назаров и А. М. Олевский предложили изящную и короткую конструкций множества конечной меры на прямой, у которого характеристическая функция обладает большими лакунами в спектре. Вслед за тем автор заметил, что совершенно произвольное множество конечной меры обретает эти свойства после малого изменения и что результат сохраняет силу для недискретных локально компактных абелевых групп.

Совсем недавно выяснилось (совместная работа автора и П. С. Перстневой), что идею “исправления малым изменением” можно провести дальше и, например, для компактных групп добиться ещё и равномерной ограниченность частичных сумм ряда Фурье получившейся характеристической функции.

В докладе предполагается рассказать об этих и других результатах вокруг принципа неопределенности.

В. В. Козлов. Первые интегралы и асимптотические траектории

Обсуждаются связи между особыми точками автономных систем дифференциальных уравнений и критическими точками их первых интегралов. С помощью известной леммы о расщеплении вводятся локальные координаты, в которых первый интеграл имеет "канонический" вид. Эти координаты позволяют ввести в окрестности особой точки квазиоднородную структуру и доказать общие теоремы о наличии асимптотических траекторий, входящих в особую точку или выходящих из нее. Исследованы квазиоднородные укорочения исходной системы дифференциальных уравнений. Показано, что при условии изолированности особой точки квазиоднородная система будет гамильтоновой. Установлена теорема о неустойчивости равновесий общих механических систем с двумя степенями свободы, когда потенциальная энергия в положении равновесия не имеет ни максимума, ни минимума.

И. М. Кричевер. Гармонические отображения двумерного тора в сферу и точка возврата эллиптической системы Калоджеро–Мозера

Теория гармонических отображений римановых поверхностей в сферы и симметрические пространства является классическим разделом дифференциальной геометрии. За последние десятилетия данные вопросы привлекли дополнительный интерес ввиду их связей с фундаментальными моделями теоретической и математической физики.

Теория гармонических отображений из двумерного тора в трехмерную сферу была развита Н. Хитчиным. В докладе будет представлена точная конструкция гармонических отображений из двумерного тора в сферы произвольной размерности. Ключевым шагом конструкции является неожиданная связь с теорией эллиптических систем Калоджеро-Мозера.

Доклад основан на совместной работе с Н. Некрасовым (и частично с А. Ильиной).

С. П. Новиков. Замкнутые формы и многозначные функционалы

А. Ю. Окуньков. Что такое 3-мерная зеркальная симметрия?

Современная физика высоких энергий служит удивительным источником ярких идей не только для математических физиков, но и для алгебраических и симплектических геометров, специалистов по теории представлений, и многим другим разделам математики. В частности, идеи зеркальной симметрии оказали очень большое влияние на развитие математики в послание 30 лет. Эта, уже хорошо известная, зеркальная симметрия возникла в теории струн и в связанных с теорией струн 2-мерных квантовых теориях поля. В последние годы, активно изучается в чем-то аналогичный феномен зеркальной симметрии в 3-мерных суперсимметричних квантовых теориях поля. Я расскажу о том, как его понимают мои соавторы и я.

И. А. Панин. Мотивный аналог машины Сигала

Доклад посвящен совместной работе с Г. Гаркушей (Swansea University) и является частью реализованного нами проекта В. Воеводского, изложенного им в "Notes on framed correspondences".

Для каждого гладкого комплексного алгебраического многообразия X Воеводский построил пунктированное связное симплициальное множество $Fr(\Delta^\bullet_{alg}, X \otimes S^1)$. В рамках данного проекта мы, в частности, доказываем две следующие теоремы:

Теорема 1. Геометрическая реализация симплициального множества $Fr(\Delta^\bullet_{alg}, S^1)$ имеет гомотопический тип пространства $\Omega^\infty\Sigma^\infty(S^1)$.

Теорема 2. Для каждых целых $m > 0$ и $r \geq 0$ имеется равенство

$$\pi_r(Fr(\Delta^\bullet_{alg}, X \otimes S^1); \mathbb{Z}/m) = \pi_r^{stable}(X_+ \wedge S^1; \mathbb{Z}/m)$$

Эти две теоремы распространяют результаты статьи в Inventiones mathematicae В. Воеводского и А. Суслина в контекст мотивной стабильной гомотопической категории. Доказательство этих двух теорем опирается на наше далекое обобщение результатов статьи В. Воеводского о гомотопически инвариантных предпучках с трансферами, на теорему сокращения и *теорему о конусе.* Подчеркнем, что последняя теорема не имеет *никакого аналога* в теории мотивов Воеводского.

А. А. Разборов. Предельная теория комбинаторных объектов

Значительная часть дискретной математики и комбинаторики занимается изучением таких числовых характеристик комбинаторных объектов (точное определение будет дано в докладе), которые при малом изменении изучаемого объекта изменяются непрерывным образом. Это позволяет определить довольно неочевидную топологию на пространстве таких объектов и взять соответствующее пополнение. Оно состоит из красивых и естественных объектов, и его можно описать на разных языках: геометрическом, алгебраическом, статистическом или эргодическом. Я попробую дать общее представление о возникающей здесь теории и ее приложениях к таким областям, как экстремальная комбинаторика. В частности, я расскажу о недавней работе докладчика и L. Coregliano, в которой мы предлагаем унифицированный подход, включающий, насколько нам известно, все ранее известные в литературе частные случаи: пределы графов, алгебры флагов, пермутоны и др.

Е. Е. Тыртышников. Матрицы, тензоры, оптимизация

Матричные и тензорные разложения составляют основу многих алгоритмов современной вычислительной математики. Они же позволяют организовать эффективную работу с огромными, астрономически большими массивами данных на основе их приближенных представлений с использованием относительно малого числа параметров. Мы рассмотрим тензорные разложения, реализующие различные формы идеи разделения переменных, связь с некоторыми тонкими вопросами теоретической математики и проблемы оптимизации разложений. Кроме того, будет рассказано о некоторых применениях (при решении интегро-дифференциальных уравнений, при моделировании процессов дробления и коагуляции частиц, а также в различных задачах оптимизации).

А. И. Шафаревич. Лагранжевы многообразия и модификации канонического оператора Маслова, соответствующие локализованным решениям гиперболических систем

Во многих приложениях встречаются гиперболические системы с начальными данными, локализованными вблизи подмногообразий положительной коразмерности. Асимптотические решения таких задач активно изучались начиная с конца 80-х годов прошлого века; в докладе будет рассказано о результатах, полученных в этом направлении (некоторые из них опубликованы в текущем году). В частности, обсуждаются конструкции лагранжевых многообразий и модификаций канонического оператора Маслова, соответствующие указанным решениям.