VIII Российско-Армянское Совещание по математической физике, комплексному анализу и смежным вопросам

Сборник тезисов

16–20 сентября 2019 г.
Математический институт им. В.А. Стеклова РАН, г. Москва

УДК 517.5, 517.9
ББК 22.16

Программный комитет:

Организационный комитет:

Организации:

Математический институт им. В.А. Стеклова Российской академии наук
Институт математики Национальной академии наук Республики Армения
Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»

Конференция проводится при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 19-01-20009) и Фонда Саймонса (грант 615793).

ISBN 978-5-98419-084-8

Список докладчиков

Г.Т. Аванесян, avangt@instmath.sci.am
Институт Математики НАН РА

М.О. Аветисян, avetisyan.metaqsya@mail.ru
Ереванский Государственный Университет

Л.А. Агаловян, lagal@sci.am
Институт Механики НАН РА

И.А. Антипова, iantipova@sfu-kras.ru
Сибирский федеральный университет

А.И. Аптекарев, aptekaa@keldysh.ru
Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН

Л.Г. Арабаджян, arabajyan@mail.ru
Институт математики НАН РА; Армянский государственный педагогический университет им. Х. Абовяна

Т.Н. Арутюнян, hartigr@yahoo.co.uk
Ереванский государственный университет

И.Я. Арефьева, arefeva@mi.ras.ru
Математический институт им. В.А. Стеклова РАН

Ю.С. Белов, j_b_juri_belov@mail.ru
Санкт-Петербургский государственный университет

В.К. Белошапка, vkb@strogino.ru
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

А.Б. Богатырев, ab.bogatyrev@gmail.com
Институт вычислительной математики РАН

В.И. Буслаев, buslaev@mi-ras.ru
Математический институт им. В.А. Стеклова РАН

В.М. Бухштабер, buchstab@mi-ras.ru
Математический институт им. В.А. Стеклова РАН

И.В. Волович, volovich@mi-ras.ru
Математический институт им. В.А. Стеклова РАН

В.В. Горяйнов, goryainov_vv@hotmail.com
Московский физико-технический институт

А.К. Гущин, akg@mi-ras.ru
Математический институт им. В.А. Стеклова РАН

С.Ю. Доброхотов, s.dobrokhotov@gmail.com
Институт проблем механики им А.Ю.Ишлинского РАН; Московский физико-технический институт

А.В. Домрин, domrin@mi-ras.ru
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

Ю.Н. Дрожжинов, drozzin@mi.ras.ru
Математический институт им. В.А. Стеклова РАН

В.В. Жаринов, zharinov@mi-ras.ru
Математический институт им. В.А. Стеклова РАН

Е.И. Зеленов, evgeny.zelenov@gmail.com
Математический институт им. В.А. Стеклова РАН

А.Г. Камалян, armen.kamalyan@ysu.am, kamalyan_armen@yahoo.com
Ереванский государственный университет; Институт математики НАН РА

В.В. Капустин, kapustin@pdmi.ras.ru
Санкт-Петербургское отделение Математического института им. В.А. Стеклова РАН

Н.Г. Кружилин, kruzhil@mi-ras.ru
Математический институт им. В.А. Стеклова РАН

И.В. Маресин, innocenti.maresin@gmail.com
Математический институт им. В.А. Стеклова РАН

Д.В. Миллионщиков, mitia_m@hotmail.com
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

Б.С. Митягин, mityagin.1@osu.edu
Университет штата Огайо

С.Г. Мысливец, sMyslivets@sfu-kras.ru
Сибирский федеральный университет

П.В. Парамонов, petr.paramonov@list.ru
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

А.С. Петросян, Haykuhi25@mail.ru
Национальный аграрный университет Армении

А.К. Погребков, pogreb@mi-ras.ru
Математический институт им. В.А. Стеклова РАН

С.А. Степин, ststepin@mail.ru
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

С.П. Суетин, suetin@mi-ras.ru
Математический институт им. В.А. Стеклова РАН

Д.В. Трещев, treschev@mi-ras.ru
Математический институт им. В.А. Стеклова РАН

К.Ю. Федоровский, kfedorovs@yandex.ru
Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана; Санкт-Петербургский государственный университет

А.Х. Хачатрян, aghavard@instmath.sci.am
Национальный аграрный университет Армении

Х.А. Хачатрян, Khach82@rambler.ru
Институт математики НАН РА

О.М. Худавердян, khudian@manchester.ac.uk
Университет Манчестера

Е.М. Чирка, chirka@mi-ras.ru
Математический институт им. В.А. Стеклова РАН

А.И. Шафаревич, shafarev@yahoo.com
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

О.К. Шейнман, sheinman@mi-ras.ru
Математический институт им. В.А. Стеклова РАН

А.А. Шкаликов, shkalikov@mi-ras.ru
Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

Тезисы докладов

Г.Т. Аванесян (*Институт Математики НАН РА*)

О представлении квазипериодических функций с помощью двойных рядов

В тесной связи с теоремой Бальяна-Лоу [1], [2] находится явление, обнаруженное Переломовым [3]: некоторая сумма сдвигов гауссиана по решетке Габора-фон Неймана есть тождественный нуль во всей комплексной плоскости. Независимое доказательство этого факта следует также из рассмотрения антикоммутативной подгруппы группы Вейля-Гейзенберга в [4]. Не менее важно, что тождество Переломова выполнено и для целой функции $a(z)$, с помощью которой строится базис в пространстве Гильберта приводящий к экспоненциально локализованным асимптотическим аппроксимациям целых функций [5]. Картина проецируется также и на гильбертово пространство функций на вещественной прямой [6], допуская прямое обобщение на произвольную размерность. В настоящем сообщении изучены представления в виде двойных рядов, возникающие в описанной выше картине для квазипериодических функций.

Рассматривая, для удобства, антипериодическую функцию $f(x)$ антипериода $2a$, ее можно представить с помощью пары функций, $f_{-}(x) = e^{i\phi(x)}(f(x) + if(a+x))/2$ и $f_{+}(x) = e^{-i\phi(x)}(f(x) - if(a+x))/2$, периода a. В прочих случаях квазипериодичности рассмотрение проводится с соответствующим множителем Флоке. Для $\phi(x)$ получается выражение с лемнискатными эллиптическими функциями Якоби,

$$\phi(x) = Arg\left(\frac{\sqrt{2}cn\,(u) + isd\,(u)}{\sqrt{2 - sd\,(u)^2\,cn\,(u)^2}}\right),$$

приводящее к указанному представлению с помощью двойных рядов. Полученное представление являет собой альтернативу представлению в виде рядов Фурье и может применяться, в частности, в задачах теории сигналов и квантовой механики.

Список литературы

[1] *D. Shepard.* A Two-Dimensional Interpolation Function for Irregularly Spaced Data. Proc. 23rd Nat. Conf. ACM, 1968, 517–524.

[1] *Balian R.* C. R. Acad. Sci., Paris 292, 1981, 1357–1362.

[2] *Low F.* A Passion for Physics, ed. C. De Tar, Singapore: WS, 1985, 17–22.

[3] *Perelomov A. M.* Teor. Mat. Fiz. 6, 1971, 213–224.

[4] *Avanesyan G.* 2004, J. Phys.: Condens. Matter 16, 2357–2369.

[5] *Avanesyan G. T.* J. Phys. A: Math. Theor. 41, 2008, 285203.

[6] *Muzhikyan A. H., Avanesyan G. T.* J. Phys. A: Math. Theor. 45, 2012, 244035.

* * *

М.О. Аветисян (*Ереванский государственный университет*), **Х.А. Хачатрян** (*Институт математики НАН РА*)

О разрешимости одного класса нелинейных многомерных интегральных уравнений типа свертки

Доклад посвящен вопросам существования и исследованию асимптотических свойств решения для одного класса нелинейных многомерных интегральных уравнений типа свертки на $\mathbb{R}^n$. Данный класс уравнений возникает в динамической теории p-адических струн. Доказаны теоремы существования непрерывных нетривиальных ограниченных и знакопеременных решений. Установлены асимптотические свойства и найдены предельные соотношения для построенных решений на бесконечности.

В конце доклада приведены конкретные частные прикладные примеры, представляющие самостоятельный интерес.

Работа выполнена при финансовой поддержке ГКН МОН РА, проект №SCS 18T-1A004.

* * *

Л.А. Агаловян (*Институт Механики НАН РА*)

О некоторых задачах сейсмологии — теории упругости и возможностях предсказания землетрясений

Современная наука возникновение сильных землетрясений связывает с тектоникой литосферных плит Земли (≈95% землетрясений). Процессы подготовки землетрясений охватывают два состояния - медленные (вековые) и быстротечные (скачкообразные). Вековые движения квазистатические и могут длиться десятки лет. В результате в литосферной плите и в блоках земной коры накапливаются деформации, которые достигнув порядка 10^{-4}, а по данным известного японского сейсмолога Rikitake [1] — порядка $4.7 \cdot 10^{-5}$, приводят к глобальному разрушению (землетрясению).

В шестидесятые годы двадцатого столетия сейсмологи обнаружили изменения геометрии лицевой поверхности земной коры (перемещения точек), до землетрясения. Встал естественный вопрос: зная структуру местности (слоистость, толщины, упругие характеристики, коэффициент температурного расширения и плотность слоев) и значения перемещений точек лицевой поверхности, как данные измерений, определить напряженно-деформированное состояние (НДС) местности и проследить за его изменением во времени. Этот вопрос нами решен положительно.

Решены пространственные квазистатические и динамические задачи теории упругости для слоистого пакета, моделирующие поведение литосферных плит и блоков земной коры.

По данным сейсмостанций, GPS, наклономеров рассмотрены медленные (вековые) и быстротечные движения литосферных плит.

Показано, что проведя регулярные измерения, на основе полученных решений можно проследить весь процесс подготовки и возникновения землетрясений.

Список литературы

[1] *Рикитаке Т.* Предсказание землетрясений. М.: Мир, 1979. 390 с.

[2] *Aghalovyan L.A.* Asymptotic Theory of Anisotropic Plates and Shells, Singapore-London. World Scientific Publishing. 2015. 375 p.

[3] *Касахара К.* Механика землетрясений. М.: Мир, 1985. 264 с.

* * *

И.А. Антипова (*Сибирский федеральный университет*)

Фундаментальное соответствие для преобразования Меллина

Преобразования Меллина играют особую роль в комплексном анализе. Это объясняется, прежде всего, их наибольшей приспособленностью к использованию теории вычетов. Для любой пары выпуклых областей $\Theta, U \subset \mathbb{R}^n$ определены изоморфные функциональные пространства M_Θ^U и W_U^Θ, переводимые друг в друга прямым и обратным преобразованиями Меллина. Пространство M_Θ^U состоит из функций, голоморфных в секториальной области $\mathrm{Arg}^{-1}(\Theta) \subset \mathbb{C}^n$, с показателями роста из области U, а W_U^Θ — это векторное пространство функций, голоморфных в трубчатой области $U + i\mathbb{R}^n \subset \mathbb{C}^n$ и убывающих в ней экспоненциально с показателями из Θ. Существует соответствие между слагаемыми асимптотического разложения функции–оригинала $f(x) \in M_\Theta^U$ и особенностями её преобразования Меллина $M[f](z) \in W_U^\Theta$. Именно это фундаментальное соответствие определяет сферу применения преобразований Меллина. В докладе будут детально рассмотрены преобразования Меллина рациональных функций с квазиэллиптическими и гипоэллиптическими знаменателями, а также показана роль преобразований Меллина в реализации вычетных потоков.

* * *

А.И. Аптекарев (*Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН*)

О спектре некоторого класса самосопряженных операторов на графе-дереве

Рассматривается самосопряженные дискретные операторы Шредингера, определенные на бесконечном однородном графе дереве. Потенциалы этих операторов состоят из коэффициентов рекуррентных соотношений, связывающих ближайших соседей в решетке Совместно Ортогональных Многочленов (СОМов).

Для общего класса потенциалов, генерируемых СОМами, ортогональными относительно векторной меры $\vec{\mu} := (\mu_1, \ldots, \mu_d)$ с непересекающимися носителями компонент (т.н. СОМы Анжелеско), доказано, что существенный спектр таких операторов представляет собой объединение носителей компонент $\vec{\mu}$.

Это совместная работа с Сергеем Денисовым (Madison University) и Максимом Ятцелевым (IUPUI).

* * *

Л.Г. Арабаджян (*Институт математики НАН РА, Армянский государственный педагогический университет им. Х. Абовяна*)

О разрешимости кратного консервативного интегрального уравнения Винера-Хопфа в октанте и об уравнении Пайерлса

Работа посвящена вопросам нетривиальной разрешимости кратного однородного уравнения Винера-Хопфа:

$$S\left(x,y,z\right)=\iiint\limits_{\mathbb{R}^3_+} K\left(x-t,y-\tau,z-\sigma\right)\cdot S\left(t,\tau,\sigma\right)dt\,d\tau\,d\sigma,\quad \left(x,y,z\right)\in\mathbb{R}^3_+, \tag{1}$$

в октанте $\mathbb{R}^3_+ \equiv \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+$, $\mathbb{R}_+ \equiv [0, \infty)$, где ядро K определено в $\mathbb{R}^3$, удовлетворяет условиям консервативности

$$0 \le K \in L_1\left(\mathbb{R}^3\right), \quad \iiint\limits_{\mathbb{R}^3} K\left(t,\tau,\sigma\right)dt\,d\tau\,d\sigma = 1, \tag{2}$$

и симметрично относительно каждого из аргументов:

$$K\left(-x,y,z\right)=K\left(x,-y,z\right)=K\left(x,y,-z\right)=K\left(x,y,z\right),\quad \forall\left(x,y,z\right)\in\mathbb{R}^3. \tag{3}$$

Описан процесс построения положительного решения уравнения (1) при выполнении условий (2), (3) и существовании некоторых из моментов K:

$$m_\alpha \equiv \iiint\limits_{\mathbb{R}^3_+} x^{\alpha_1}y^{\alpha_2}z^{\alpha_3}\cdot K\left(x,y,z\right)dx\,dy\,dz < \infty,$$

где $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ – мультииндекс, причем $|\alpha| = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 \le 4$.

Применение полученных общих результатов к однородному уравнению Пайерлса:

$$\phi\left(x,y,z\right)=\frac{\alpha}{4\pi}\iiint\limits_{\mathbb{R}^3_+}\frac{e^{-\alpha\sqrt{(x-t)^2+(y-\tau)^2+(z-\sigma)^2}}}{(x-t)^2+(y-\tau)^2+(z-\sigma)^2}\,\varphi\left(t,\tau,\sigma\right)dt\,d\tau\,d\sigma,$$

$$\left(x,y,z\right)\in\mathbb{R}^3_+,$$

где $\alpha > 0$, позволяет изучить поведение нетривиального его решения. Полученные результаты представляют определенный интерес в теории переноса излучения.

* * *

И.Я. Арефьева (*Математический институт им. В.А. Стеклова РАН*)

Решения системы уравнений Эйнштейн-Максвелл-дилатона и голографическая дуальность

* * *

Т.Н. Арутюнян (*Ереванский государственный университет*)

The eigenvalues' function (EVF) of the family of Sturm-Liouville operators and the inverse problems

We prove that the union of the spectra of the family of operators of Sturm-Liouville operators (generated by potential q and the family of separated boundary conditions) can be presented as a smooth surface, which we call EVF. We give the algorithm of reconstruction of q by EVF and prove that some uniqueness theorems in inverse problems follow from the properties of EVF. We apply EVF to problem of translation eigenvalues.

* * *

Ю.С. Белов (*Санкт-Петербургский государственный университет*)

Density of complete and minimal systems of time frequency shifts of Gaussians

It was shown by Ascenzi, Lyubarskii, Seip that the upper density of any complete and minimal system of Gaussians is between $\frac{2}{\pi}$ and 1, if we know that there exists an angular density. It was an open question whether it is true in general. We will show that there exists a complete and minimal system with upper density $\dfrac{1}{\pi}$, and that the uppper density of any such system is larger than $\dfrac{1}{3\pi}$.

The talk is based on work in collaboration with A. Borichev and A. Kuznetsov.

* * *

В.К. Белошапка (*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова*)

Теорема Блума–Грэма, новая версия g_+-гипотезы и метод модельной поверхности

Аналитический подход к задачам CR-геометрии коренится в работе А.Пуанкаре 1907-го года. Его современная версия — это метод модельной поверхности. В 2004-м году в работе автора данный метод был реализован для весьма обширного класса CR-многообразий, а именно многобразий с условием полной невырожденности. Вскоре после этого была сформулирована g_+-гипотеза, которая касалась строения градуированной алгебры Ли инфинетизмальных голоморфных автоморфизмов ростка многообразия. Для доказательства этой гипотезы были приложены серьезные усилия, которые в 2018-м году увенчались успехом (Сабзевари–Спиро и Грегорович). Доказательство гипотезы значительно повысило интерес к классам многообразий без условия полной невырожденности. В сообщении планируется рассказать о недавних результатах автора по реализации метода модельной поверхности для многообразий, существенно более общих, чем вполне невырожденные, а именно, для многообразий конечного типа. Для реализации этой программы существенную роль играет теорема Блума–Грэма 1977-го года. Эта теорема, как представляется автору, до сих пор не достаточно хорошо понята. В этом новом контексте предлагается новая версия g_+-гипотезы.

* * *

А.Б. Богатырев (*Институт вычислительной математики РАН*)

Задачи геометрического дизайна для двумерной модели фильтрации жидкости

Рассматривается двумерная модель течения жидкости под плотиной (или каскадом плотин) с сечением, ограниченным прямоугольной ломаной. Предложен новый численно-аналитический метод расчета фильтрации жидкости, основанный на вычислении интеграла Кристоффеля–Шварца с помощью тэта-функций Римана. Обсуждаются вопросы дизайна течения и оптимизации расчетной области.

* * *

В.И. Буслаев (*Математический институт им. В.А. Стеклова РАН*)

О многоточечном критерии Шура

Классический критерий Шура дает ответ на вопрос, является ли функция f, заданная своим степенным рядом $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n z^n$, функцией Шура, т.е. функцией, голоморфной в единичном круге $\mathbb{D} = \{|z| < 1\}$ и принимающей в нем значения, по модулю не превосходящие 1. Ответ дается в терминах введенных Шуром определителей, строящихся специальным образом по коэффициентам $f_0, f_1, \ldots$ степенного ряда f, а доказательство опирается на алгоритм Шура, позволяющий представить функцию Шура в виде непрерывной дроби специального вида, называемой непрерывной дробью Шура.

В докладе будет показано, что определители Шура численно совпадают (с точностью до некоторого простого множителя) с ганкелевыми определителями, строящимися по коэффициентам $f_0, f_1, \ldots$ заданного ряда f и коэффициентам $f_0^\infty, f_1^\infty, \ldots$ ассоциированного ряда

$$f^\infty(z) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n^\infty z^{-n} := \left(\overline{f(\overline{z}^{-1})}\right)^{-1}.$$

В терминах новых определителей, распространенных на многоточечный случай, удается распространить критерий Шура на формальные ряды вида

$$f_0 + f_1(z-e_1) + f_2(z-e_1)(z-e_2) + \ldots,$$

где $e_1, e_2, \ldots$ – последовательность точек из $\mathbb{D}$. А именно, в докладе будет сформулирован критерий существования функции Шура f, принимающей в точках $e_1, e_2, \ldots$ заданные значения с заданной кратностью

$$\frac{f(z) - \big(f_0 + f_1(z-e_1) + \cdots + f_n(z-e_1)\ldots(z-e_n)\big)}{(z-e_1)\ldots(z-e_{n+1})} \in H(\mathbb{D}), \ n = 1, 2, \ldots.$$

Доказательство многоточечного критерия Шура опирается на многоточечный алгоритм Шура, позволяющий разложить функцию Шура в многоточечную непрерывную дробь Шура, подходящие дроби которой интерполируют функцию в точках $e_1, e_2, \ldots$.

* * *

В.М. Бухштабер (*Математический институт им. В.А. Стеклова РАН*),
А.А. Глуцюк (*CNRS (Франция); Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»*)

Геометрия зон захвата и задачи комплексной теории дифференциальных уравнений

В ряде областей математической физики, механики и теории динамических систем важную роль играют семейства дифференциальных уравнений, как линейных, так и нелинейных, в пространствах параметров которых реализуются зоны типа языков Арнольда. Зоны получили разные названия, в зависимости от содержательных классических и квантовых моделей. Это — так называемые зоны захвата фазы, зоны когерентности, зоны синхронизации. В центре внимания доклада будет модель перехода Джозефсона в теории сверхпроводимости. Мы обсудим свойства семейств динамических систем и комплексных дифференциальных уравнений, используемых в анализе этой модели. Исходное семейство дифференциальных уравнений модели является 3-параметрическим. Оно эквивалентно подсемейству известного семейства дважды конфлюэнтных уравнений Гойна, имеющих ровно две особые точки на сфере Римана: иррегулярные особенности ранга Пуанкаре 1. Мы опишем результаты по геометрии зон захвата в модели перехода Джозефсона и связь геометрии со свойствами решений и аналитическими инвариантами соответствующих уравнений Гойна. Мы объясним специфику геометрии зон захвата, возникающих в нашем случае по сравнению с зонами захвата, описанными В.И.Арнольдом в случае семейства дискретных динамических систем, диффеоморфизмов окружности, которое привело к понятию языков Арнольда.

Исследования А.А.Глуцюка поддержаны грантом РНФ 18-41-05003.

* * *

И.В. Волович (*Математический институт им. В.А. Стеклова РАН*)

Случайные матрицы, модули римановых поверхностей и квантовая гравитация

* * *

В.В. Горяйнов (*Московский физико-технический институт*)

Уравнение Лёвнера и неподвижные точки голоморфных отображений

Уравнение Лёвнера появилось в его знаменитой работе 1923 года, в которой было получено первое продвижение в решении проблемы коэффициентов, известной также как гипотеза Бибербаха (1916). Это уравнение сыграло важную роль и в окончательном решении проблемы коэффициентов, приведенном Де Бранжем (1984). В связи с развитием параметрического метода теории однолистных функций и появлением модели, известной как стохастическая эволюция Лёвнера, были получены различные аналоги уравнения Лёвнера. В частности, сложилась терминология: радиальное, хордальное, диполярное уравнения Лёвнера. С каждым аналогом уравнения Лёвнера можно ассоциировать полугруппу голоморфных отображений круга, полуплоскости или полосы. При этом важную роль играют неподвижные точки голоморфных отображений из рассматриваемых полугрупп. Эти аспекты аналогов уравнения Лёвнера предполагается обсудить. Особое внимание будет уделено полугруппе голоморфных отображений полосы с аналогом гидродинамической нормировки.

* * *

А.К. Гущин (*Математический институт им. В.А. Стеклова РАН*)

Пространства s-мерно непрерывных функций; теоремы вложения

Настоящий доклад посвящен исследованию пространств s-мерно непрерывных функций $C_{s,p}(\overline{Q})$. Эти пространства были введены в работе [1] для описания свойств решений из $W^1_{2,\mathrm{loc}}(Q)$ задачи Дирихле для эллиптического уравнения второго порядка. Использование пространства $C_{n-1,p}(\overline{Q})$ позволило дать естественное определение решение задачи Дирихле, не использующее гладкость границы области; Q — ограниченная область n-мерного пространства. Этот аппарат оказался весьма удобным при исследовании широкого круга нестандартных задач.

Основными результатами являются следующие утверждения; для простоты будем считать границу области гладкой: $\partial Q \in C^1$.

Теорема 1.

$$C_{s,p}(\bar{Q}) \subset L_q(Q) \text{ при } q \leq p\frac{n}{s}$$

и справедлива соответствующая оценка норм.

Теорема 2.

$$W_r^1(Q) \subset C_{n-1,p}(\bar{Q}) \text{ при } p \geq r\frac{n-1}{n-r}$$

и справедлива соответствующая оценка норм.

Показатели суммируемости в приведенных теоремах являются точными.

Список литературы

[1] *Гущин А.К.* О задаче Дирихле для эллиптического уравнения второго порядка. Матем. сб., 1988, т. 137, №1, с. 19–64.

* * *

С.Ю. Доброхотов (*Институт проблем механики им А.Ю.Ишлинского РАН; Московский физико-технический институт*)

Квазиклассический подход для асимптотик ортогональных полиномов

Обсуждается подход нахождения асимптотик ортогональных полиномов, основанный на представлении соответствующих рекуррентных соотношений в виде псевдофииренциальных уравнений (или систем псевдодифференцмальных уравнений) и последующего построения их асимптотических решений с помощью канонического оператора Маслова. В качестве примеров мы рассматриваем полиномы Эрмита и их многомерные обобщения. В отличие от подходов основанных на комплексном методе ВКБ и теории изимонодромных деформаций, развитом, в частности, в работах P. Deift, T. Kriecherbauer, K. T.-R. McLaughlin, S. Venakides, X. Zhou, А.Р.Итса, В.Ю.Новокшенова и др., мы не пользуемся «выходом в комплексную плоскость, переходом через линии Стокса и т.д.», а используем объекты, возникающие в теории квазиклассических асимптотик с вещественными фазами (в частности, лагранжевы многообразия). Основная трудность здесь состоит в комплексности главных символов (классических гамильтонианов) псевдодифференциальных операторов, однако для рассматриваемых примеров оказывается возможным разделить вещественную и мнимую части и ограничиться рассмотрением только вещественных гамильтонианов, что позволяет, по крайней мере на формальном уровне, записать ответ в виде стандартного канонического оператора Маслова и затем с помощью ряда упрощений записать асимптотики в эффективной форме в виде функций Эйри сложного аргумента.

Доклад основан на совместной работе с А.Аптекаревым, Д.Туляковым и А.Цветковой.

* * *

А.В. Домрин (*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова*)

О глобальной мероморфности решений уравнений Пенлеве и их иерархий

Известно, что все локальные голоморфные решения первого, второго и четвертого уравнений Пенлеве допускают аналитическое продолжение до функций, мероморфных на всей комплексной плоскости. Основная цель доклада — показать, что это утверждение является непосредственным следствием результатов докладчика о мероморфном продолжении решений солитонных уравнений, а также вывести из упомянутых результатов аналогичное свойство глобального мероморфного продолжения решений всех уравнений, входящих в иерархии перечисленных уравнений Пенлеве (последний вопрос оставался до сих пор почти полностью открытым). Часть результатов получена совместно с Б.И. Сулеймановым.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ 17-01-00592 и 19-01-00474.

* * *

Ю.Н. Дрожжинов (*Математический институт им. В.А. Стеклова РАН*)

Тауберовы теоремы для голоморфных функций ограниченного аргумента

Во многих тауберовых теоремах асимптотические свойства функций исследовались относительно уже заранее заданной функции (обычно, из шкалы правильно меняющихся функций). В докладе обсуждается альтернативная задача:

Пусть дана обобщенная функция, обладает ли она асимптотикой относительно какой-либо правильно меняющейся функции?

Ограничиваясь обобщенными функциями, преобразования Лапласа которых имеют ограниченный аргумент в трубчатой области над конусом, найдены необходимые и достаточные условия существования асимптотики таких обобщенных функций. При этом будет указана та правильно меняющаяся функция, относительно которой и существует слабая асимптотика. Оказывается, что модуль голоморфной в трубчатой области над положительным координатным углом в чисто мнимом подпространстве функции на лучах, входящих в начало координат, ведет себя как правильно меняющаяся функция.

Список литературы

[1] *В.С. Владимиров, Ю.Н. Дрожжинов, Б.И. Завьялов.* Многомерные тауберовы теоремы для обобщенных функций. М.: Наука, 1986.

[2] *Ю.Н. Дрожжинов.* Многомерные тауберовы теоремы для обобщенных функций. УМН, т. 71, 2016, №6, с. 99–154.

* * *

В.В. Жаринов (*Математический институт им. В.А. Стеклова РАН*)

Гамильтоновы эволюционные системы уравнений в частных производных

В рамках алгебраического подхода к гамильтоновым эволюционным системам уравнений в частных производных предлагается определяющая система уравнений (пригодная для компьютерных вычислений) для классификации гамильтоновых операторов заданного вида.

* * *

Е.И. Зеленов (*Математический институт им. В.А. Стеклова РАН*)

p-Адическое некоммутативное дифференциальное исчисление

Пусть $L^\infty(\mathbb{Z}_p)$ – пространство почти всюду ограниченных комплекснозначных функций на кольце $\mathbb{Z}_p$ целых p-адических чисел, $\mathcal{B}$ – алгебра ограниченных операторов на гильбертовом пространстве $L^2(\mathbb{Z}_p)$.

По аналогии с квантовым дифференциалом Конна ([1]) определим (некоммутативный) p-адический дифференциал d на алгебре $L^\infty(\mathbb{Z}_p)$ по формуле

$$\mathrm{d}\, f = [M_f, H]\,,\ f \in L^\infty(\mathbb{Z}_p)\,,\ \mathrm{d}\, f \in \mathcal{B},$$

где M_f – оператор умножения на функцию f, $M_f \in \mathcal{B}$, H – p-адический оператор Гильберта, $H \in \mathcal{B}$ ([2]).

Оказывается, что p-адический дифференциал обладает следующими свойствами.

- $\mathrm{d}\, f$ является оператором конечного ранга тогда и только тогда, когда f — локально постоянная функция, $f \in LC(\mathbb{Z}_p)$;
- $\mathrm{d}\, f$ является ограниченным оператором тогда и только тогда, когда f — функция с ограниченными средними осцилляциями, $f \in BMO(\mathbb{Z}_p)$;
- $\mathrm{d}\, f$ является компактным оператором тогда и только тогда, когда f — функция с малыми средними осцилляциями, $f \in VMO(\mathbb{Z}_p)$;
- $\mathrm{d}\, f$ принадлежит идеалу Шэттена $\mathfrak{S}_q$ тогда и только тогда, когда f принадлежит p-адическому пространству Бесова $B_q^{1/q}$.

Список литературы

[1] *A. Connes.* Noncommutative geometry. Academic Press, 1994.

[2] *K. Phillips.* Hilbert transforms for the p-adic and p-series fields. Pacific Journal of Mathematics, Vol. 23, 2, 1967, 329–347.

* * *

А.Г. Камалян (*Ереванский государственный университет, Институт математики НАН РА*)

О некоторых свойствах операторов типа $\mathcal{L}$-свертки

Под оператором $\mathcal{L}$-свертки мы понимаем оператор, получаемый заменой преобразования Фурье в определении оператора свертки на спектральное преобразование самосопряженного оператора Штурма-Лиувилля $\mathcal{L}$ на оси с вещественным потенциалом. В случае нулевого потенциала, оператор $\mathcal{L}$-свертки совпадает с обычным оператором свертки. Вводятся понятия оператора $\mathcal{L}$-Винера-Хопфа и $\mathcal{L}$-Ганкеля. Изучается их связь с классическим оператором Винера-Хопфа. Рассматриваются задачи фредгольмовости и обратимости операторов типа $\mathcal{L}$-свертки.

* * *

В.В. Капустин (*Санкт-Петербургское отделение Математического института им. В. А. Стеклова РАН*)

Аппроксимация в весовых L^2-пространствах и гипотеза Римана

В докладе рассматриваются различные унитарно эквивалентные модели, связанные с подходом Берлинга–Нимана к гипотезе Римана о нулях дзета-функции Римана.

Пусть $\mathcal{K}$ — подпространство весового пространства

$$L^2_{1/x^2}(0,+\infty) = \left\{ f : \int\limits_0^{+\infty} |f(x)|^2 \, \frac{dx}{x^2} < \infty \right\},$$

состоящее из всех функций, являющихся 1-периодическими (то есть $f(x+1) = f(x)$) и удовлетворяющих соотношению $f(x) + f(1-x) \equiv \mathrm{const}, \ \ x \in (0,1)$. Пусть $\mathcal{K}_*$ — замкнутая линейная оболочка в пространстве $L^2_{1/x^2}(0,+\infty)$ функций $\rho(nx)$, $n = 1, 2, \ldots$, где $\rho(\,\cdot\,)$ обозначает дробную часть вещественного числа; имеем $\mathcal{K}_* \subset \mathcal{K}$.

Теорема. *Гипотеза Римана о нулях дзета-функции Римана равносильна соотношению $\mathcal{K}_* = \mathcal{K}$.*

В свете теоремы следующее простое предложение объясняет интерес к изучению подпространства $\mathcal{K}_*$.

Предложение. *Пусть* s — *комплексное число, для которого* $\mathrm{Re}\, s \in (\frac{1}{2}, 1)$, *и пусть* $f \in \mathcal{K}_*$. *Если* $\zeta(s) = 0$, *то*

$$\int\limits_0^{+\infty} x^{s-2} f(x)\, dx = 0.$$

Список литературы

[1] *В.В.Капустин.* Теорема Берлинга, формула Дэвенпорта и гипотеза Римана. Алгебра и анализ, 30 (2018), № 6, 20–42.

* * *

Н.Г. Кружилин (*Математический институт им. В.А.Стеклова РАН*)

Голоморфные отображения трубчатых областей и фундаментальная теорема проективной геометрии

Обсуждается локальный вариант фундаментальной теоремы проективной геометрии и некоторые его обобщения. Они используются при исследовании голоморфных эквивалентностей вещественных трубчатых гиперповерхностей с вырождением формы Леви. В результате вопрос о голоморфной эквивалентности таких гиперповерхностей, как правило, сводится к вопросу об их аффинной эквивалентности.

* * *

И.В. Маресин (*Математический институт им. В.А. Стеклова РАН*)

Комплексные расслоения и голоморфные структуры на них в теории пространства-времени

Излагаемые результаты касаются применения комплексных методов к теории искривлённого пространства-времени, позволяющей выйти за рамки допущений традиционной физики.

Первым объектом изучения является расслоение небесных сфер $\mathfrak{S}X$ заданного лоренцева пространства-времени X — в особенности, определённые над $\mathfrak{S}X$ касательные подрасслоения (как действительные, так и комплексные). Затем, для расслоения небесных сфер, рассматривается его безмассовое расширение — комплексификация лишь одного, светового измерения. Безмассовое расширение обладает почти-CR (Коши–Римана) структурой ранга 2. При этом свойство инволютивности комплексного касательного подрасслоения $T^{1,0}$ не имеет места; напротив, скобки Ли его сечений создают «третье комплексное изменение».

Вторая часть будет опираться на свойство $\mathfrak{S}X$ (и его расширений) расслаиваться над многообразием $\mathfrak{N}$ световых линий. Через оператор $\bar{\partial}$ по главному комплексному направлению (т. е., вдоль небесных сфер) определяем асимптотически голоморфную функцию. Будут даны определения голоморфной по главному комплексному направлению структуры на комплексном расслоении над $\mathfrak{N}$ и его асимптотически голоморфных сечений, а также приведены доказанные для них теоремы. Предполагается, что «асимптотически голоморфные» объекты применимы к описанию калибровочных полей, способному обойтись без явного задания пространства-времени X.

* * *

Д.В. Миллионщиков (*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова*)

Инвариантные комплексные структуры на нильмногообразиях

Нильмногообразие M — компактное вещественное однородное пространство вида G/Γ, где G — односвязная нильпотентная группа Ли, а $\Gamma \subset G$ — ее кокомпактная решетка. Из теоремы Ниренберга–Ньюлендера следует, что левоинвариантую комплексную структуру на нильмногообразии $M = G/\Gamma$ можно понимать как почти комплексную структуру J на касательной алгебре $\mathfrak{g}$ группы G ($J^2 = -1$), удовлетворяющую условию интегрируемости

$$[JX, JY] = [X, Y] + J[JX, Y] + J[X, JY],\ \forall X, Y \in \mathfrak{g}.$$

Продолжая почти комплексную структуру J на комплексификацию $\mathfrak{g}^{\mathbb{C}}$, мы получаем разложение $\mathfrak{g}^{\mathbb{C}} = \mathfrak{g}^{\mathbb{C}}_{-i} \oplus \mathfrak{g}^{\mathbb{C}}_{i}$, где $\mathfrak{g}^{\mathbb{C}}_{\pm i} = \{x - \pm iJx : x \in \mathfrak{g}\}$ — собственные подпространства J, отвечающиие собственным значениям $\pm i$. Почти комплексная структура J интегрируема тогда и только тогда, когда оба подпространства $\mathfrak{g}^{\mathbb{C}}_{\pm i}$ являются комплексными подалгебрами в $\mathfrak{g}^{\mathbb{C}}$. В докладе мы обсудим следующий основной вопрос: какие ограничения на структуру вещественной нильпотентной алгебры Ли $\mathfrak{g}$ накладывает сам факт существования на ней интегрируемой комплексной структуры? Также будут рассмотрены разнообразные примеры.

* * *

Б.С. Митягин (*Университет штата Огайо*)

Concentration of the eigenfunctions of Schrödinger operators

We consider a Schrödinger operator $A = -\frac{d^2}{dx^2} + Q(x)$, where $Q(x) \in C^2(\mathbb{R})$ is a nonnegative, even, convex, slowly changing potential, and consider the limit of distributions of its eigenfunctions. Let $A\psi_k = \lambda_k\psi_k$, $\|\psi_k\| = 1$, $k \in \mathbb{N}$ be a complete system of eigenfunctions, and let the turning points $x_k > 0$ be defined by $Q(x_k) = \lambda_k$. Assume that $Q(x)$ satisfies

$$\lim_{x\to\infty} \frac{Q(tx)}{Q(x)} = t^{\beta}, \quad \beta \geq 2.$$

Rescale measures, or their densities, on $\mathbb{R}$ by

$$\varphi_k(x) = x_k\psi_k^2(x_kx).$$

The behavior of measures $\psi_k(x)^2\,dx$ determines the asymptotics of the norms of spectral 1D-projections of non-self-adjoint perturbations of A.

For any f in the Schwartz space on $\mathbb{R}$,

$$\lim_{k\to\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\varphi_k(x)\,dx = c(\beta)\int_{-1}^{1} f(x)\frac{dx}{(1-|x|^{\beta})^{1/2}}$$

where $c(\beta)=\frac{\Gamma(\frac{1}{2}+\frac{1}{\beta})}{2\pi^{1/2}\Gamma(1+\frac{1}{\beta})}$.

Such statements, in the context of the theory of orthogonal polynomials, are well known (Rakhmanov, Mhaskar–Saff, Lubinsky). In the algebraic case, i.e., when $Q(x)$ is a polynomial potential, the limit distributions were given by A. Eremenko, A. Gabrielov, and B. Shapiro.

The talks is based on our joint work with Petr Siegl (Queen's University Belfast, UK) and Joseph Viola (University of Nantes, France) [1], [2]:

[1] *B.S.Mityagin, P. Siegl, J. Viola.* Differential operators admitting various rates of spectral projection growth, J. Funct. Anal., 272(8), 2017, p. 3129–3175.

[2] *B.S.Mityagin, P. Siegl, J. Viola.* Concentration of Eigenfunctions of Schrödinger Operators, to appear in arXiv.

* * *

С.Г. Мысливец (*Сибирский федеральный университет*)

Многомерный аналог теоремы Гартогса в круговых областях

Рассматривается достаточное множество для голоморфного продолжения функций, непрерывных на границе круговых областей и обладающих свойством одномерного голоморфного продолжения, внутрь этой области.

* * *

П.В. Парамонов (*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова*)

Критерии C^1-приближаемости функций решениями эллиптических уравнений второго порядка на компактах в $\mathbb{R}^N$ и связанные с ними емкости

В докладе планируется обсудить емкостные критерии (типа А.Г. Витушкина) приближаемости функций решениями однородных эллиптических уравнений второго порядка с постоянными комплексными коэффициентами в норме пространства C^1 типа Уитни на компактах в $\mathbb{R}^N$, $N\geq 2$. Случай $N=2$ был подробно изучен ранее в совместной работе автора и К. Толсы [1]. Для C^1-аппроксимаций гармоническими функциями (при всех N) автором ранее были получены критерии в чуть более слабой формулировке [2]. В частности, будут обсуждаться свойства соответствующих емкостей: как установленные результаты, так и важные нерешенные задачи.

Список литературы

[1] *Paramonov P.V., Tolsa X.* On C^1-approximability of functions by solutions of second order elliptic equations on plane compact sets and C-analytic capacity. Analysis and Mathematical Physics, to appear in 2019.

[2] *Парамонов П.В.* О гармонических аппроксимациях в C^1-норме. Матем. сборник, 1990, 181:10, 1341–1365.

* * *

А.С. Петросян (*Национальный аграрный университет Армении*), **Х.А. Хачатрян** (*Институт математики НАН РА*)

Об одной нелинейной граничной задаче в теории p-адической открыто-замкнутой струны

Доклад посвящен вопросам существования и единственности решения одной нелинейной граничной задачи для сингулярного интегрального уравнения типа свертки на всей прямой.

Указанная задача имеет непосредственное применение в теории p-адических открыто-замкнутой струн. Доказаны конструктивные теоремы существования и единственности. Изучены также асимптотические свойства построенного решения. Приведены конкретные прикладные примеры.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 19-11-00223).

* * *

А.К. Погребков (*Математический институт им. В.А. Стеклова РАН*)

Непрерывные симметрии разностных интегрируемых уравнений и их связь с интегрируемыми дифференциальными уравнениями

Разностные интегрируемые дифференциальные уравнения допускают симметрии двух типов: дискретные и непрерывные. Параметры последних могут рассматриваться как независимые переменные, что дает процедуру построения интегрируемых дифференциально-разностных и дифференциальных уравнений. Мы начинаем здесь со знаменитого разностного уравнения Хироты и последовательно заменяем дискретные независимые переменные непрерывными по указанной процедуре. Результирующее дифференциальное уравнение оказывается известной более века классической системой Дарбу, описывающей криволинейные системы координат в $\mathbb{R}^3$. Мы рассматриваем некоторые промежуточные уравнения, возникающие в процессе вывода, а также даем описание этих результатов с точки зрения прямой и обратной задач для системы Дарбу.

* * *

С.А. Степин (*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова*)

Волновые операторы в несамосопряженной модели Като гладкой теории возмущений

Выделен широкий класс относительно гладких возмущений, для которых подход стационарной теории рассеяния в несамосопряженном контексте позволяет построить волновые операторы, обладающие свойством полноты. Для одномерного оператора Шредингера в случае комплексного потенциала с конечным первым моментом получен критерий подобия оператора самосопряженному, обобщающий и дополняющий достаточное условие Като.

* * *

С.П. Суетин (*Математический институт им. В.А. Стеклова РАН*)

Эффективное продолжение многозначной аналитической функции и проблема существования ассоциированной трехлистной римановой поверхности

В докладе предполагается рассмотреть класс многозначных аналитических функций, порожденных обратной функцией Жуковского. На примере этого класса будет обсуждаться задача эффективного аналитического продолжения степенного ряда, соответствующего заданной функции, и возникающая в этой связи проблема существования трехлистной римановой поверхности, ассоциированной с функцией.

* * *

Д.В. Трещев (*Математический институт им. В.А. Стеклова РАН*)

Размерность оператора

Для ограниченных операторов на гильбертовом пространстве определяется их числовая характеристика — размерность. Я планирую рассказать про ее свойства и мотивировки, связанные с проблемой энтропии Колмогорова-Синая.

* * *

К.Ю. Федоровский (*Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана; Санкт-Петербургский государственный университет*)

О Lip^m- и C^m-отражении гармонических функций

В докладе планируется обсудить задачи о Lip^m- и C^m-непрерывности оператора гармонического отражения функций относительно границ простых областей Каратеодори в пространстве $\mathbb{R}^n$, $n \geqslant 2$, при $m \in (0,1)$. Полученные результаты основаны на новых критериях Lip^m- и C^m-непрерывности оператора Пуассона в рассматриваемых областях, которые также планируется обсудить в докладе. В качестве следствий полученных результатов будут приведены новые достаточные условия C^m-приближаемости функций гармоническими многочленами на границах простых областей Каратеодори.

Доклад основан на совместных работах с П.В. Парамоновым.

* * *

А.Х. Хачатрян (*Национальный аграрный университет Армении*)

Три модели пространственно-временного распространения эпидемических заболеваний и их математическое исследование

Рассматриваются три модели пространственно-временного распространения эпидемий. Эти задачи сводятся к многомерным или одномерным нелинейным интегральным уравнениям.

Доказываются теоремы существования ограниченных решений этих уравнений, а также исследуются их свойства: монотонность, положительность, интегрируемость, единственность, асимптотическое поведение.

Работа выполнена при финансовой поддержке ГКН МОН РА, проект № SCS 18T-1A004.

* * *

Х.А. Хачатрян (*Институт математики НАН РА*)

О некоторых нелинейных интегральных уравнениях на всей прямой с выпуклой нелинейностью

Доклад посвящен вопросам существования, единственности и исследованию качественных свойств решений для некоторых классов нелинейных интегральных уравнений на всей прямой с выпуклой нелинейностью. Указанные классы уравнений имеют непосредственные применения в теории p-адических открыто-замкнутых струн, в математической теории географического распространения эпидемии, в кинетической теории газов. Будут сформулированы конструктивные теоремы существования и единственности, а также теоремы о качественных свойствах решения.

В конце доклада будут приведены частные прикладные примеры указанных уравнений.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 19-11-00223).

* * *

О.М. Худавердян (*Университет Манчестера*)

Толстые морфизмы и канонические преобразования в классической механике

Обратный образ относительно произвольного отображения (морфизма) двух пространств $M_1 \to M_2$ есть линейное отображение $C^\infty(M_2) \to C^\infty(M_1)$

алгебр функций на этих пространствах. В 2014 г. Ф.Ф.Воронов ввел так называемые *толстые морфизмы*, как естественное средство описания L_∞ морфизмов алгебр функций со структурой гомотопических алгебр Пуассона. Вороновым был введен специальный геометрический объект S, задающий толстый морфизм Φ_S из M_1 в M_2. Обратный образ относительно толстого морфизма, определяемого объектом S, задает, вообще говоря, нелинейное отображение алгебры функций $C^\infty(M_2)$ в алгебру функций $C^\infty(M_1)$. Это нелинейное отображение переводит структуру пуассоновской гомотопической алгебры на пространстве $C^\infty(M_2)$ в структуру пуассоновской гомотопической алгебры на пространстве $C^\infty(M_1)$. Условие перехода формулируется в виде специального дифференциального уравнения на объект S, которое имеет вид уравнения Гамильтона-Якоби.

Многообразия M_1 и M_2 в этой конструкции содержат не только четные (бозонные) координаты, но и нечетные (фермионные) координаты, то есть M_1 и M_2 являются супермногообразиями.

Оказывается, что многие нетривиальные свойства этой конструкции сохранятся даже в случае, если 'спуститься с небес на землю' и рассматривать обычные (не супер!) многообразия.

Например, если рассматривать толстые обратимые морфизмы, обычных (не супер!) многообразий, то мы придем к конструкциям, которые имеют естественную интерпретацию в классической механике. В частности, в этом случае геометрический объект S, который управляет толстыми морфизмами, превращается в обычное **действие** классической механики, и обратный образ толстого морфизма Φ_S получает естественную интерпретацию в терминах дифференциального уравнения Гамильтона-Якоби, соответствующего этому действию.

Работа проделана совместно с Ф.Ф.Вороновым.

* * *

Е.М. Чирка (*Математический институт им. В.А. Стеклова РАН*)

Емкости на компактной римановой поверхности

В докладе будут обсуждаться понятия емкости конденсатора и емкости относительно точки. Будут рассмотрены некоторые их свойства в связи с мероморфными аппроксимациями на компактной римановой поверхности.

* * *

А.И. Шафаревич (*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова*)

Лагранжевы многообразия и правила квантования, соответствующие спектральным сериям оператора Лапласа на поверхности с конической точкой

Рассматриваются квазиклассические собственные значения и собственные функции оператора Лапласа на поверхности с конической точкой. Доказано, что асимптотика собственных чисел вычисляется при помощи нестандартных правил квантования на специальной лагранжевом многообразии, инвариантном относительно геодезического потока. Обсуждается геометрическая интерпретация этих условий.

* * *

О.К. Шейнман (*Математический институт им. В.А. Стеклова РАН*)

Системы Хитчина с точки зрения метода разделения переменных

Системы Хитчина введены в 1984 г. и успешно применяются в 2-мерной конформной теории поля, геометрической программе Ленглендса и других вопросах. Формулировка этих систем использует весьма продвинутый аппарат алгебраической геометрии и комплексного анализа: пространства модулей голоморфных G-расслоений на римановых поверхностях, теорию Кодаиры–Спенсера и другое. Я дам определение систем Хитчина (по крайней мере на гиперэллиптических кривых) в духе традиционной математической физики, а именно в терминах метода разделения переменных. Это позволяет найти явные формулы для координат Дарбу, а в некоторых случаях и для алгебро–геометрических координат действие–угол, систем Хитчина. Доказательство эквивалентности определений основано на недавно найденном автором описании спектральных кривых гиперэллиптических систем Хитчина. Основные моменты развития систем Хитчина отражены в работах [1]–[4]. Работы, на которых основан доклад: [5]–[7].

Список литературы

[1] *N. Hitchin.* Stable bundles and integrable systems. Duke Math. J., Vol. 54, No. 1, 91–112 (1987).

[2] *B. van Geemen and E. Previato.* On the Hitchin system. Duke Math. J., Volume 85, Number 3 (1996), 659–683. arXiv: alg-geom/9410015.

[3] *K. Gawedzki, P. Tran-Ngoc-Bich.* Hitchin systems at low genera. J. Math. Phys. 41 (2000) 4695-4712. arXiv: hep-th/9803101.

[4] *I. Krichever.* Vector Bundles and Lax Equations on Algebraic Curves. Commun. Math. Phys., Vol. 229, 229–269 (2002).

[5] *O.K. Sheinman.* Spectral curves of the hyperelliptic Hitchin systems. arXiv:1806.10178 [math-ph] (submitted to Func. Analysis and Appl.).

[6] *P.I. Borisova, O.K. Sheinman.* Hitchin systems on hyperelliptic curves. Proceedings of the Steklov Mathematical Institute, to be published.

[7] *P.I. Borisova.* Separation of variables for the type D_l Hitchin systems on a hyperelliptic curve. Russ. Math. Surv., to be published.

* * *

А.А. Шкаликов (*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова*)

Аналитические методы в теории возмущений самосопряженных или нормальных операторов

Речь будет идти о спектральных свойствах операторов вида $A = T+B$, где B — несимметрический оператор, подчиненный самосопряженному или нормальному оператору T. Оператор B называем p-подчиненным оператору T $(0 \leqslant p < 1)$, если его область определения B содержит область определения оператора T и выполняется оценка

$$\|Bx\| \leqslant b\|Tx\|^p \, \|x\|^{1-p} + M\|x\| \quad \forall\, x \in \mathcal{D}(T) \subset \mathcal{D}(B), \quad b, M = \mathrm{const}.$$

Имеется трудно обозримое количество работ (в частности, Дж.Биркгоф, Т.Карлеман, М.В.Келдыш, Ф.Браудер, С.Агмон, И.Б.Лидский, И.Ц.Гохберг, М.Г.Крейн, А.С.Маркус, В.И.Мацаев, В.А.Садовничий, Б.С.Митягин), в которых исследованы задачи о сохранении свойств полноты или базисности собственных векторов, о сохранении асимптотик функций распределения собственных значений при p-подчиненных возмущениях самосопряженных операторов с дискретным спектром.

Наша цель — продолжить эти классические исследования в двух направлениях. Во-первых, получить аналоги известных результатов о сохранении базисных свойств для p-подчиненных возмущений самосопряженных операторов с непрерывным спектром. Во-вторых, ввести новое понятие локальной p-подчиненности, а также локальной подчиненности в смысле квалратичных форм (соответствующие условия слабее, нежели условия обычной p-подчиненности) и получить аналоги известных результатов при новых более слабых условиях.

Мы продемонстрируем, что новые теоремы эффективно могут быть использованы для приложений в теории дифференциальных операторов.

Работа по этой теме поддерживается грантом РНФ №17-11-01215.

* * *

Научное издание

VIII Российско-Армянское Совещание по математической физике, комплексному анализу и смежным вопросам

Сборник тезисов

Отпечатано с готового оригинал-макета
Подписано в печать 09.09.2019.
Тираж 120 экз.

Математический институт им. В. А. Стеклова
Российской академии наук
119991, г. Москва, ул. Губкина, д. 8
Тел. 8 (495) 984 81 41. Факс 8 (495) 984 81 39